

УДК 73.31.41

**ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ ГОРЕНИЯ УГЛЕВОДОРОДНОЙ СМЕСИ В КАМЕРЕ
СГОРАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ГОРЕЛКИ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ
ДАВЛЕНИЯХ**

Арпабекова Айман Муратбековна

aimana-sholpana88@mail.ru

Преподаватель Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева,
г. Нур- Султан, Казахстан

Научный руководитель - М.И. Арпабеков

Переход медленного горения в детонацию происходит через ускорение пламени. Из различных механизмов процесса ускорения наиболее соответствует экспериментально

наблюдаемой картине следующий: увеличение поверхности горения вызвано действием на нее турбулентных пульсации газа; чем больше поверхность горения, тем больше образуется продуктов горения с меньшей плотностью по сравнению с плотностью свежей смеси, которые, расширяясь, приводят к большей турбулизации газа и скорости его движения. Наличие такого обратного механизма и приводит к ускорению пламени [1, 2]. Согласно существующим экспериментальным данным [3], на основные параметры переходного периода оказывают влияние большое число факторов. Такое влияние может быть выражено числовыми величинами в виде функциональной зависимости R_D , t_D от физических параметров, прямо или косвенно характеризующих эти факторы. Но среди них, несомненно, имеются наиболее существенные, в выделении которых состоит сейчас наша основная задача.

Ускоряющееся за счет турбулентности и теплового расширения пламя подобно поршню, создающему впереди себя такую газодинамическую конфигурацию, которую можно наглядно и упрощенно представить как серию отрывающихся от поверхности поршня дискретного набора волн сжатия. Каждая последующая испускающаяся волна имеет большую амплитуду, чем предыдущая, и как следствие, большую скорость движения. В результате все волны будут накладываться друг на друга в определенной точке пространства, создавая одну все усиливающуюся волну сжатия, которая постепенно превращается в сильную ударную волну. Когда ее амплитуда станет достаточно близкой к амплитуде стационарной детонационной волны для рассматриваемой горючей смеси, то ее разогрев во фронте ударной волны становится достаточной для поддержания течения химической реакции. Сама же реакция, протекая за чрезвычайно малый промежуток в сжатом газе, способствует поддержанию ударной волны необходимой интенсивности для существования такого внутренне самосогласованного физического явления как детонация.

Прежде чем идти дальше сформулируем одну общую физическую идею, на которой будут основываться все дальнейшие рассуждения. Обратим еще раз внимание на существующий фундаментальный экспериментальный факт зависимости расстояния R_D от точки инициирования горения до точки возникновения детонации и длительности t_D этого процесса от диаметра трубы. Это означает, что любая теория спонтанной детонации в трубе должна в качестве важного параметра содержать диаметр (или радиус) трубы. На это есть две причины. В ламинарном пламени из-за малости толщины x^* зоны химической реакции диаметр трубы d (с холодной стенкой) на процессы горения существенно начинает влиять только в случае, если выполняется неравенство $d \leq x^*$. На практике это проявляется, например, как существование теплового предела распространения пламени [4]. В большинстве экспериментальных данных, касающихся переходу медленного горения в детонацию, имеет место обратное неравенство $d \gg x^*$.

То же самое обстоит и в детонации: толщина зоны химической реакции в ней намного меньше диаметра трубы. При этом имеется в виду одномерная детонационная волна в рамках теории Зельдовича–Неймана–Деринга [5]. Спиновая же структура детонации, указывающая на существенно не одномерный характер газодинамических процессов, хотя и зависит от диаметра трубы, но все же не является решающим фактором в обсуждаемом здесь вопросе. Такие важнейшие параметры детонации, как температура, давление, скорость движения и пр. с очень большой точностью могут быть вычислены в рамках одномерной теории без привлечения трехмерной структуры детонационной волны [6]. В этих двух предельных случаях горения газов диаметр трубы не является существенным параметром: их теория может и не включать в себя параметр d и при этом хорошо описывать наблюдаемые явления. На стадии же ускорения пламени и связанного с этим турбулентного горения диаметр трубы выступает как один из основных и определяющих процесс перехода величин.

На ранних этапах развития теории наличие зависимости времени и расстояния перехода медленного горения в детонацию связывали со смыканием пограничного слоя,

которое происходит на расстояниях порядка около 60 диаметров трубы и в последующем приводит к турбулизации потока. Это было вызвано недостаточностью экспериментальных данных: исследования на малом числе топливных смесей тогда показывала, что отношение R_D/d приблизительно равно величине расстояния смыкания пограничного слоя. Эксперименты К.И. Щелкина и др. с искусственно создаваемой на внутренней поверхности трубы шероховатостью не противоречили такому взгляду. Несколько позже обнаружилось, что для многих смесей R_D/d может быть существенно меньше 60. А теория гидродинамической неустойчивости Ландау–Дарье предсказывала возможность возникновения турбулентного пламени, и как следствие, турбулизации потока газа без эффекта смыкания пограничного слоя в трубе. Тем не менее, не следует полностью исключать из рассмотрения эффект смыкания пограничного слоя как влияющий на параметры переходного периода. Дело в том, что в возникновении и развитии гидродинамической неустойчивости еще существуют много неясностей. Могут создаться условия, при которых турбулентность за счет чисто гидродинамического эффекта смыкания пограничного слоя наступит раньше, чем проявится гидродинамическая неустойчивость ламинарного пламени.

Рассмотрим теперь в качестве полезного в дальнейшем примера расширяющуюся сферу радиусом $R(t)$. Если S – гладкая поверхность, ограничивающая объем V , то $S \sim R(t)$ (во избежание путаницы заметим, что здесь для краткости под S подразумевается как сама поверхность, так и ее площадь). Тогда $S/V \sim 1/R(t)$. Если же S – фрактал, то [7]

$$\frac{S}{V} \sim \left(\frac{1}{R}\right)^{1-k} = \left(\frac{1}{R}\right)^{1-d_f+d_t} \rightarrow 0, \quad k = d_f - d_t,$$

при $R \rightarrow \infty$. Здесь d_f – фрактальная размерность поверхности S ; d_t – ее топологическая размерность.

Из приведенного результата видно, что если фрактал S является границей или частью границы некоторого объема V , то отношение S/V меняется в зависимости от некоторого параметра длины (в приведенном примере это R).

Фрактал, конечно, имеется в виду физический. В этом случае существует некоторый минимальный масштаб длины, на расстояниях меньше которого элемент поверхности характеризуется только лишь одной топологической размерностью. Поэтому $S \neq \infty$. Из-за ограниченности площади поверхности S ее следовало бы называть предфракталом, но сейчас это не принципиально.

Пусть теперь имеется труба с внутренним радиусом a (в соответствии с рисунком 1) и расположенной внутри нее поверхностью S . Тогда $V = \pi a^2 R$, $S = \pi a^2 + 2\pi a R + S_f$ и далее

$$\frac{S}{V} = \frac{1}{R} + \frac{2}{a} + \frac{S_f}{\pi a^2 R}.$$

В пределе $R \rightarrow \infty$ отношение $S/V = 2/a$; тогда, согласно полученному выше результату, обнаруживаем, что $S_f/\pi a^2 R \sim (1/R)^{1-k} \rightarrow 0$. Далее из соображений размерностей можем записать:

$$\frac{S_f}{\pi a^2 R} = \frac{\alpha(k)}{a} \left(\frac{a}{R}\right)^{1-k}.$$

Отсюда для площади поверхности фрактала получаем формулу:

$$S_f = \pi a^2 \alpha(k) \left(\frac{R}{a} \right)^k, \quad (1)$$

где $\alpha(k)$ – некоторая функция от $k = d_f - d_t$. Вид этой функции неизвестен, но ясно, что при $k = 0$ ($d_f = d_t$) должно быть $\alpha(k = 0) = 1$.

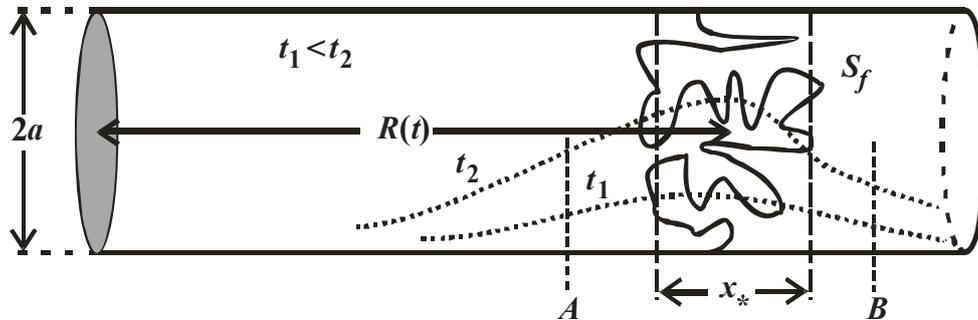


Рисунок 1 - Примерная картина распространения турбулентного пламени и распределения скорости газа (пунктирная линия) в его окрестности при зажигании горючей смеси у закрытой части трубы

Принимая S_f за поверхность горения, будем считать d_f постоянным параметром. Это не очевидно, т.к. фрактальная размерность, как известно [8], зависит от способа построения множества с дробной размерностью. А это из физических соображений означает зависимость d_f от условий горения: кинетики химической реакции, степени шероховатости внутренней стенки трубы, интенсивности турбулентности и т.д. Допущение же постоянства d_f упрощает дальнейшие рассуждения.

Сгоревший газ с плотностью ρ_2 находится у закрытой части трубы. Свежая смесь имеет плотность ρ_1 . Величину x_* примем за ширину зоны химической реакции турбулентного пламени. Понятие зоны химической реакции в турбулентном горении принципиально отличается от аналогичного понятия в теории ламинарного горения. Отличие обусловлено коренным различием в представлении фронта пламени, как о множестве точек, где собственно и протекает химическая реакция. С физической точки зрения это приводит к наличию в зоне горения отдельных изолированных участков занятых свежей смесью и продуктами горения. И если геометрический масштаб этих участков много меньше характерного масштаба процесса в целом (здесь диаметра трубы), то зона химической реакции представляется непрерывной средой, где плотность плавно понижается с ρ_1 до ρ_2 , а в качестве основного механизма, определяющего скорость химического превращения, выступает турбулентная диффузия.

Так как площадь поверхности всегда равна произведению характерных размеров по двум независимым ее измерениям, а по радиусу трубы характерный размер равен $2a$, то для толщины зоны химической реакции можно принять

$$x_* = \frac{\alpha(k)}{2} a \left(\frac{R}{a} \right)^k$$

Таким образом, во фрактальной модели возможность ускорения пламени находит свое отражение в увеличивающейся поверхности горения по мере расширения все больших масс свежей смеси. Рост поверхности горения сопровождается увеличением толщины

турбулентной зоны химической реакции. Турбулентное же пламя характеризуется двумя параметрами α и d_f .

Введение фрактала значительно упрощает качественное и количественное рассмотрение переходного периода медленного горения в детонацию. Но есть и отрицательная сторона такого подхода: не известны значения α и d_f , и это обстоятельство относит фрактальные модели (не только в горении) к полуэмпирическим теориям.

Дальнейший анализ проведем в гидродинамическом приближении: $\rho_1 = \text{const}$, $\rho_2 = \text{const}$. Суть такого подхода состоит в представлении всего газа несжимаемой жидкостью, плотность которой терпит разрыв на бесконечно тонкой поверхности горения. Так как $\rho_2 < \rho_1$, то вся жидкость будет вытесняться из трубы, двигаясь от ее закрытой части к достаточно удаленному открытому концу. Тогда в окрестности фронта пламени справедливо уравнение Эйлера:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

Газ, примыкающий к закрытой части трубы, неподвижен. Также его скорость $u = 0$ на бесконечности впереди фронта пламени. Значит, скорость u достигает максимума в некоторой средней области, а точка максимума находится в окрестности фронта. Движение газа турбулентное, поэтому поверхность горения увеличивается, что приводит усиленному его движению. Этого механизма не могло бы существовать, если бы точка максимума скорости u не была бы привязана к фронту пламени. Примерный профиль скорости при двух различных моментах времени показан на рисунке 1 штрихпунктирной линией. В области, заключенной между точками А и В, приближенно можно считать $\partial u / \partial x = 0$ и пренебречь в уравнении (2.2) вкладом от нелинейного члена. (Это, конечно, можно допустить при дозвуковом значении скорости u , иначе пренебрежение нелинейным членом привело бы к отсутствию ударной волны).

Количество газа Q_1 , сгорающего в единицу времени, находим по формуле:

$$Q_1 = (\rho_1 - \rho_2) \cdot u_n S_f = (\rho_1 - \rho_2) \cdot u_n \pi a^2 \alpha (k) \left(\frac{R}{a} \right)^k \quad (3)$$

Так как поток газа турбулентный, то массовый расход Q_2 в окрестности фронта пламени связан через градиент давления известным соотношением: [6]

$$Q_2 = 2 \pi a^2 \sqrt{\frac{a}{\lambda} \rho_2 \left(- \frac{\partial p}{\partial x} \right)} \quad (4)$$

где λ – коэффициент сопротивления трубы. В основном скорость меняется у массы газа, заключенного в объеме порядка $\pi a^2 x^*$. Поэтому Q_1 и Q_2 должны быть равны между собой с точностью до некоторой константы. Тогда из (2.3) и (2.4) находим:

$$- \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\lambda \beta^2}{4} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right)^2 \frac{u_n^2}{a} \left(\frac{R}{a} \right)^{2k}$$

где β – новый коэффициент пропорциональности. Используя это соотношение в уравнении (2.2) и положив предварительно в нем $u = dR/dt$, далее получим:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = \frac{\lambda \beta^2}{4} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right)^2 \frac{u_n^2}{a} \left(\frac{R}{a} \right)^{2k} \quad (5)$$

Так смысл рассматриваемой задачи имеет только для сформировавшегося фронта пламени, то в качестве начальных условий для этого уравнения возьмем следующие:

$$t = 0 : \quad R = a, \quad \frac{dR}{dt} = \frac{\beta}{2} \sqrt{\lambda} u_n \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right)$$

Уравнение (2.5) имеет экспоненциальное решение при $k = 1/2$, которому здесь отдается предпочтение в виду простоты формы. Во всяком случае, считаем, что траекторию пламени на плоскости (R, t) можно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью. Поэтому:

$$R = a \exp \left(\frac{t}{t_*} \right), \quad t_* = \frac{2a}{\beta \sqrt{\lambda} u_n \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right)}$$

Приближение постоянства плотностей, конечно, грубое. На самом деле при ускорении пламени, и последовательном наложении волн сжатия плотности свежей смеси и продуктов горения увеличиваются. Но во фронте пламени и в его окрестности отношение плотностей ρ_1/ρ_2 можно считать постоянной величиной, вплоть до достижения больших значений скорости газа и давления. Если бы это было не так, то трудно объяснить тот факт, что скорость турбулентного пламени в преддетонационном периоде достигает 1000...1500 м/с. Ведь именно различие в плотностях свежей смеси и продуктов горения является одной из основных причин движения газа. Такие скорости сравнимы со скоростью звука за фронтом пламени и превышают скорость звука в исходной смеси. Это обстоятельство оправдывает использованное в настоящей модели гидродинамическое приближение. Опираясь на эти данные, положим, что ускоряющееся турбулентное горение переходит в детонационный режим на таком расстоянии R_D , при котором скорость пламени равна скорости звука $c(T_f)$ за фронтом пламени: $dR/dt = c(T_f)$. В принятом здесь гидродинамическом приближении $T_f = \text{const}$ и равно температуре адиабатического горения. Тогда для длины переходного участка получим:

$$\frac{R_D}{d} = \frac{c(T_f)}{\beta \sqrt{\lambda} u_n \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right)}, \quad d = 2a. \quad (2.6)$$

Сравним теперь полученный результат с экспериментом. В работе [19] приведены данные для смеси кислорода с водородом в различных стехиометрических соотношениях. Другие дополнительные данные по величинам T_f , ρ_1/ρ_2 , u_n (так как числовые данные для них несколько отличаются у разных авторов, то они использовались ниже в округленном виде) взяты из книги Лыса и Эльбе [7]. Кроме этого в монографиях [7, 9, 20] приведены экспериментальные данные Зайджека и Опенгейма ($d = 2,6 \cdot 10^{-2}$ м), Боллинджера с сотрудниками ($d = 1,6 \cdot 10^{-2}$ м) по переходным участкам для ряда смесей при нормальных условиях. Вычисление скорости звука $c(T_f)$ для всех смесей производилось с показателем адиабаты равным 1,4. При отсутствии экспериментальных данных коэффициент теплового расширения ρ_1/ρ_2 подсчитывался по формуле (следующей из уравнения состояния идеального газа)

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\mu_1 T_f}{\mu_2 T_0}$$

где μ_1, μ_2 – молярные массы исходной смеси с температурой T_0 и продуктов реакции. Это допустимо, так как область между точками А и В одновременно заполнена свежей смесью и продуктами горения, и они находятся приблизительно при одном и том же давлении.

Ниже в таблице 1 дается сравнительная оценка правильности (2.6) при расчете длины переходного участка. Коэффициенты $\beta = 2,94$, $\lambda = 0,03$ (гладкая стенка трубы). На основе табличных данных построен график (в соответствии с рисунком 2) теоретической формулы с нанесенными там же экспериментальными точками. Для смеси водорода с воздухом указан интервал возможного экспериментального значения R_D/d .

Таблица 1

Сравнение теоретической формулы (2.6) с экспериментом

Смесь	T_f, K	d, m	ρ_1/ρ_2	$u_n, m/c$	R_D/d	
					теор.	эксп.
$H_2 + 2O_2$	2500	$2,6 \cdot 10^{-2}$	7,3	3,6	129	92
$2H_2 + O_2$	3100	$2,6 \cdot 10^{-2}$	8,4	11,2	30	37
$4H_2 + O_2$	2800	$2,6 \cdot 10^{-2}$	7,8	9,5	59	80
$H_2 + O_2$	2900	$2,6 \cdot 10^{-2}$	7,3	7,1	65	41
$2CO + O_2$	2400	$1,6 \cdot 10^{-2}$	6,6	1,1	160	180
$CH_4 + 2O_2$	3300	$2,6 \cdot 10^{-2}$	12,0	3,4	64	52
$H_2 + \text{воздух}$	2500	–	6,9	3,1	75	–

На рисунке 2 прямая линия проходит через начало координат, как того требует формула (2.6). Точность ее, как видно, невысокая. По этой причине она может служить лишь для качественной оценки длины переходного участка по порядку величин.

Формула (2.6) устанавливает прямую пропорциональность длины переходного участка от диаметра трубы. Экспериментальные данные по этому вопросу дают различные зависимости. Так, например, для труб малого диаметра хорошо выполняется зависимость вида $R_D \sim d^{1/2}$ для смесей природного газа с воздухом (для диаметров $10^{-2} \dots 10^{-1}$ м), различных углеводородных топлив в смеси с кислородом и азотом в трубах диаметром до $5 \cdot 10^{-2}$ м.

Для объяснения такого различия R_D от d М. Нетлетон [3] выдвинул свою версию. Опираясь на свои наблюдения и данные других исследователей по снижению скорости стационарной детонационной волны вдвое при уменьшении диаметра трубы от $5 \cdot 10^{-2}$ до 10^{-2} м, считает, что отклонение от линейной зависимости типа (6) в трубах малого диаметра обусловлено существенной потерей энергии через стенку трубы. Степенные зависимости из уравнения (5) мы получили бы при $k \neq 1/2$. В то же время, учитывая грубость использованной модели, выражение (6) привлекательно простотой формы.

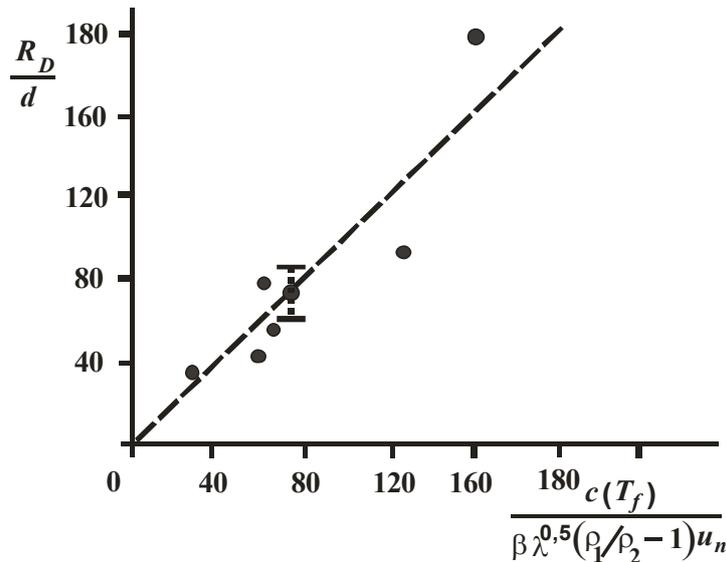


Рисунок 2 - Сравнение теоретической формулы (.6) (пунктирная линия) с экспериментом (точки)

Концепция фракталов тесно связана с понятием неполной автомодельности, что впервые было замечено Г.И. Баренблаттом [15]. Покажем это на примере только что изложенной модели. Скорость турбулентного пламени U_τ определена как:

$$U_\tau = \frac{S_f u_n}{\pi a^2} \sim u_n \left(\frac{R}{a} \right)^{d_f - d_t} \quad (7)$$

Здесь нет смысла ставить ударение на слове «турбулентная». Поэтому, имея в виду просто скорость горения, обнаруживаем ее неполную автомодельность по параметру R/a . Появление этого параметра объясняется экспериментальным фактом зависимости длины переходного участка от диаметра трубы. И если диаметр такой, что процесс горения находится далеко от условий теплового предела распространения пламени Я.Б. Зельдовича, то единственная соразмерная величина к a – это некоторое условное расстояние R , пройденное пламенем. Как и свойственно фракталам, функциональная зависимость (7) такова, что $U_\tau \rightarrow \infty$ при $R/a \rightarrow \infty$, причем с показателем $d_f - d_t$. Обращает также на себя внимание тождественность математических форм (7) и (8), если в первой из них обозначить за ζ , F соответственно отношения a/R , u_τ/u_n , за ν – разность $d_f - d_t$.

Выражение (7) теряет смысл при следующих пределах $R/a \rightarrow 0$ и $R/a \rightarrow \infty$. В первом случае мы попадаем в область автомодельного режима горения, которое принято называть дефлаграцией (ламинарное пламя). При этом скорость распространения пламени не зависит от диаметра трубы ($R \rightarrow 0$ или $a \rightarrow \infty$). Во втором случае ($R \rightarrow \infty$ или $a \rightarrow 0$) существует другой автомодельный режим – детонация. Зависимость скорости горения от диаметра, как и в первом случае, пропадает. В промежуточно-асимптотическом режиме горения радиус трубы является основным параметром.

Представляется парадоксальным то обстоятельство, что в этом промежуточно-асимптотическом случае ширина зоны химической реакции сравнима с диаметром трубы, и, казалось бы, есть все условия реализации теплового предела Я.Б. Зельдовича. Горение должно было бы прекратиться. На самом деле ничего парадоксального здесь нет. Из-за большой площади поверхности горения в зоне химической реакции турбулентного пламени приход тепла из нее намного превышает потерю тепла через стенку трубы. Процесс горения достигает критического режима, но вместо потухания происходит переход на новый детонационный режим горения [9-14].

С другой стороны при выводе формулы (6) фрактальная размерность полагалась постоянной. Из физических соображений ясно, что она должна зависеть от коэффициента сопротивления трубы и типа шероховатости. К сожалению, пока в явном виде эту зависимость установить не удается.

Список использованных источников

1. Льюис Б., Эльбе Г. Горение, пламя и взрывы в газах. – М.: Мир, 1968. – 592с.
2. Щелкин К.И. К теории возникновения детонации в газовых смесях в трубах // Доклады АН СССР. – 1939. – Т. 23. – С. 636-640.
3. Нетлетон М. Детонация в газах. – М.: Мир, 1989. – 280с.
4. Зельдович Я.Б. Химическая физика и гидродинамика: Избранные труды. – М.: Наука, 1984. – 347с.
5. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Наука, 1966. – 686с.
6. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 733с.
7. Манделъброт Б. Самоафинные фрактальные множества. I. Размерности длины и поверхности // Там же. С. 30 – 47.
8. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику: Учеб. руководство. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 212с.
9. Баубек А.А., Арпабеков М.И., Байбек А.У. Экологические проблемы ДВС и пути их решения // Архитектура, градостроительство: состояние и перспективы и развития: Матер. Междунар. конф. Нур- Султан. 2008г. - С.186-189.
10. Баубек А.А., Сулейменов Т.Б., Арпабеков М.И., Экологические проблемы ДВС // Строительство, архитектура и транспорт: состояние и перспективы развития: Матер. респ. конф., Нур- Султан, 2011. С. 224-227.
11. Баубек А.А., Арпабеков М.И., Колатова А.А., Ыбрашева Н.Ч., Абилова К.М. Актуальные проблемы экологии природоиспользования в Астане // Актуальные проблемы транспорта и энергетики и пути инновационного поиска решения: Матер. Межд. конф., Нур- Султан, 2013г. – С.101-103.
12. Баубек А.А., Арпабеков М.И., Сансызбаева З.К. Проблемы улучшения экологических показателей ДВС // Современная архитектура, строительство и транспорт: проблемы и перспективы развития: Респ. конф., Нур- Султан 2007. – С.176-186.
13. Баубек А.А., Арпабеков М.И. Защита окружающей среды от газов техногенного характера // Экологическая безопасность урбанизированных территории в условиях устойчивого развития: Матер. Междунар. конф., Нур- Султан, 2006. – С.316-322.
14. Экологическая безопасность окружающей среды в условиях устойчивого развития теплоэнергетики: аналитический обзор / А.А. Баубек Арпабеков М.И. – АФ АО «НЦ НТИ», 2012. - 34 с.
15. Баренблатт Г.И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. – Л.: Гидрометеиздат, 1982. – 255с.