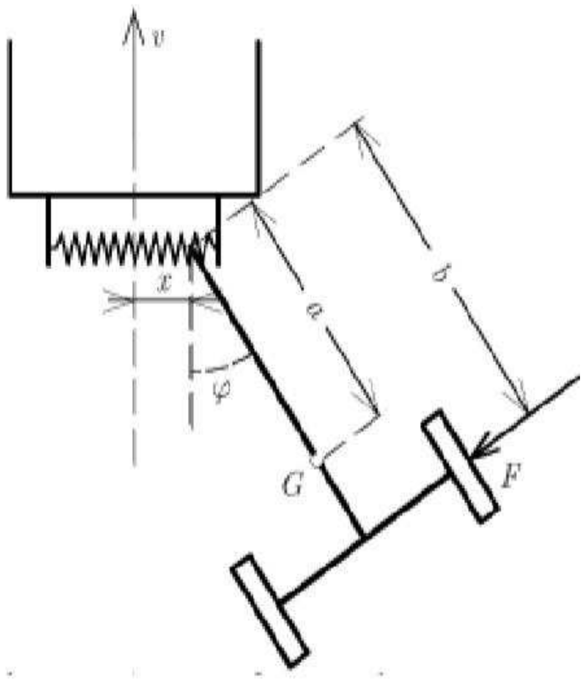
ӘОЖ 621.1

ТІРКЕМЕ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ ОРНЫҚТЫЛЫҒЫ

Б.Әсемжар, К.Жаркенов, А.Жандеш
asemzhar@mail.ru
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Ғылыми жетекшісі – тех.ғ.к., доцент Б.Бостанов

Мәселенің қойылымы. Массасы m болатын біросьті тіркеменің сызбасы 1-суретте келтірілген. Тіркеменің масса центрі арқылы өтетін вертикаль оське қатысты инерцияның полярлық моментін J, тартқыштың тұрақты жылдамдығын υ және серіппе қатаңдығын c деп белгілейміз. Тіркеме доңғалақтыры бүйірлік сырғанамайды деп есептейміз. Оның қозғалыс теңдеуін құрастырып, қозғалысының орнықтылық шарттарын анықтау қажет.



1-сурет

Материалдар және нәтижелерді талқылау. Тіркеме қозғалысының дифференциалдық теңдеуін құрамыз [1].

Ол үшін жазықтыққа перпендикуляр тіркеменің G масса центрі арқылы өтетін вертикальды оське қатысты моменттер теңдеуін жазамыз, сонда шығытыны

$$-J\ddot{\varphi} = -cax\cos\varphi + F(b-a)$$

Сонымен қатар серіппенің орын ауыстыруына параллель бағыттағы масса центрінің қозғалыс теңдеуін жазамыз:

$$m\frac{d^2}{dt^2}(x + a\sin\varphi) = -cx - F\cos\varphi$$

Вертикаль φ айналу бұрышын шамалы деп есептейтін болсақ, қозғалыс теңдеулері

$$-J\ddot{\varphi} = -cax + F(b-a)$$
$$m\ddot{x} + ma\ddot{\varphi} = -cx - F$$

түрінде өрнектеледі. Осы теңдеулер жүйесінен математикалық түрлендірулер арқылы F шамасын шығарып алып

$$m(b-a)\ddot{x} + cbx + [ma(b-a) - J]\ddot{\varphi} = 0 \qquad (1)$$

теңдеуін шығарамыз.

Тіркеме доңғалақтар осі бағытында бүйірлей қозғала алмайды, сондықтан оған қойылатын голономды емес байланыс шарты

$$\dot{x}\cos\varphi + b\dot{\varphi} + \upsilon\sin\varphi = 0$$

өрнегімен сипатталады.

Қарастырылып отырған жағдайда φ бұрышы шамалы, сол себебті теңдеу

$$\dot{x} + b\dot{\varphi} + \upsilon\varphi = 0 \qquad (2)$$

түрінде жазылады.

Орнықтылық шартын анықтау үшін, (1)және (2) дифференциалды теңдеулер жүйесі үшін сипаттамалық теңдеуді қарастырып,

$$\begin{vmatrix} m(b-a)\lambda^2 + cb & [ma(b-a)-J]\lambda^2 \\ \lambda & b\lambda + \upsilon \end{vmatrix} =$$
$$= (m(b-a)\lambda^2 + cb)(b\lambda + \upsilon) - [ma(b-a) - J]\lambda^3 =$$
$$= mb(b-a)\lambda^3 + m(b-a)\lambda^2\upsilon + cb^2\upsilon + cb\upsilon - ma(b-a)\lambda^3 + J\lambda^3 =$$
$$= m(b-a)\lambda^2\upsilon + cb^2\upsilon + cb\upsilon + ma(b-a)^2\lambda^3 + J\lambda^3 =$$
$$= [m(b-a)^2 + J]\lambda^3 + m(b-a)\upsilon\lambda^2 + cb^2\lambda + cb\upsilon = 0$$

кубтық полином аламыз.

Асимптотикалық орнықтылық [2-3] үшін барлық коэффициенттер оң болуы керек, яғни

$$b > a, \upsilon > 0. \qquad (3)$$

Сонымен қатар, осы шарттан басқа, кубтық полиномға арналған Гурвиц шарты орындалуы қажет, яғни

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m(b-a)\upsilon & cb\upsilon \\ m(b-a)^2 + J & cb^2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = a_1a_2 - a_0a_3 = mcb^2\upsilon(b-a) - cb\upsilon(m(b-a)^2 + J) =$$
$$= cb\upsilon[m(b-a)(b-b+a) - J] =$$
$$= cb\upsilon[ma(b-a) - J] > 0.$$

Осыдан қосымша шартты шығарып аламыз:

$$J < ma(b-a) \qquad (4)$$

Қортынды. Сонымен,(3) және (4) теңсіздіктерімен өрнектелетін нәтижелерді шығарып аламыз. Сонда $b > a, \upsilon > 0$.

Демек $b > a, \upsilon > 0$және $J < ma(b-a)$шарттары орындалған жағдайда тіркеме қозғалысы асимптоталық орнықты болады.

Бұл шарттардың механикалық мағынасы: статикалық орнықтылық шарты орындалуы тиіс $(\upsilon > 0)$, тіркеменің масса центрі тіркелетін жерге жақын орналасуы керек, яғни центр тіркелетін жермен осьтің арасында жатуы кажет$\left(b > a\right)$ және (4) шарт бойынша тіркеменің инерция радиусы өте үлкен болмауы тиіс.

Қолданылған әдебиет тізімі

1. Жолдасбеков Ө. Теориялық механика/Ө. Жолдасбеков, М. Сағитов. – 2002
2. Вильданова Ф.Х. Ляпунов көрсеткіштері теориясына кіріспе: оқу-әдістемелік құралы. – Шәкәрім атындағы Семей мемлекеттік университеті. – Семей, 2001, -48 б.
3. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения. 4-е изд. – М.: Лань, 2003. – 304 с.