

УДК 621.01

СОЗДАНИЕ СЛОЖНОЙ БЕГОВОЙ ДОРОЖКИ БЕЗ ИЗЛОМА

Ү.Б. Оспанов¹, Б.А. Ермухан², Р. Садык²

ospanov13@yandex.kz, botagoz_ermuhan@mail.ru,

¹Институт механики и машиноведения им. академика У.А. Джолдасбекова, Алматы,

²Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан

Научный руководитель – к. тех. н., доцент Б.О. Бостанов

Аннотация. Рассмотрена беговая дорожка, составленная из дуг окружности и параболы (коник). При переходе через точку излома (стыковки) скорость движения скачком меняет своё значение. До точки излома скорость одна, после - другая. Для того чтобы исключить скачок скорости необходимо вставить сглаживающий переходной участок в виде другой коники. Используя метод инженерного дискриминанта найдены коэффициенты Лайминга. Определены вид переходной коники и ее уравнение, которая обеспечивает гладкость беговой дорожки.

Введение. Одним из эффективных методов повышения производительности машин для уплотнения является использование вибровозбудителей планетарного типа. Широко применяются симметричные планетарные вибровозбудители с круговой беговой дорожкой. Мало исследована механика вибровозбудителей с некруглой, комбинированной формой беговой дорожки. Имеются ряд научных работ [1-4], посвященных исследованиям кинематики и динамики асимметричного планетарного вибровозбудителя. Однако, при этом не были учтены некоторые кинематические параметры, а также требуют уточнения примененные аксиоматика и методы.

На практике требуется, чтобы в местах стыковки составные коники были гладкими. Место стыковки является точкой излома, обладающая тем свойством, что ветви коники, на которые эта точка делит исходную беговую дорожку, имеют в этой точке различные касательные. Таким образом, при переходе через точку излома скорость движения инерционного элемента скачком меняет своё значение. Скорость элемента до точки излома будет одна, после - другая, так что в самой точке излома скорость имеет разрыв.

Цель – определение вида и уравнения сглаживающего переходного участка в виде кривой второго порядка. Для исследования рассматривается механико-математическая модель сложной беговой дорожки вибровозбудителя в виде двух соединенных коник методом аналитического исследования с применением аппарата дифференциальной и аналитической геометрии.

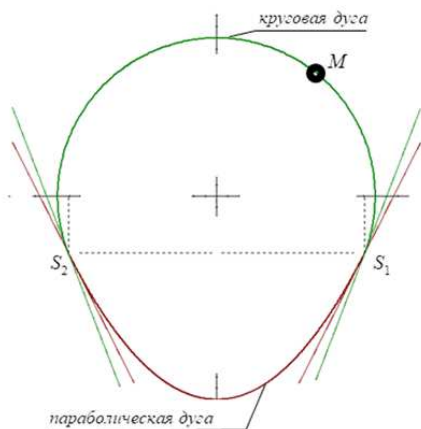


Рисунок 1 Излом беговой дорожки

Постановка задачи. Рассмотрим движение инерционного элемента M асимметричного вибровозбудителя по беговой дорожке, механико-математической моделью которой является комбинированная кривая, составленная из дуг окружности $x^2 + y^2 = r^2 = 28^2$ и параболы $y = 0.038x^2 - 36$ (рис.1). Дуги стыкуются в точках $S_1(26.1406; -10.0335)$, $S_2(-26.1406; -10.0335)$.

Уравнение и значение касательных в точке S_1 будет для окружности: $y = (2.6x - 78.14)|_{x=26.1406} = 10.17$;

для параболы: $y = (1.99x - 62)|_{x=26.1406} = 9.9$.

В точке стыковки S_1 значения касательных не совпадают направления касательных меняются, следовательно, в месте стыковки S_1 имеется излом. Аналогичная ситуация в положении S_2 . Требуется обеспечить гладкое движение элемента M по комбинированной беговой дорожке.

Результаты исследования и их обсуждение. Для того чтобы обеспечить гладкое движение без излома по беговой дорожке предлагается вставить между коническими дугами переходной участок. Математической моделью переходного участка является кривая второго порядка (коника). Искомый переходной участок в виде конической дуги должен удовлетворять следующим условиям (рис. 2а):

- дуга должна проходить через точки стыковки A и B ;
- соединяющая и соединяемая дуги должны иметь общую касательную AT и BT в этих точках соответственно [2, 4].

Выберем произвольным образом точку $A(16; -26.272)$ на параболе и точку $B(24; 14.422)$ окружности. Проведем через них касательные и хорду:

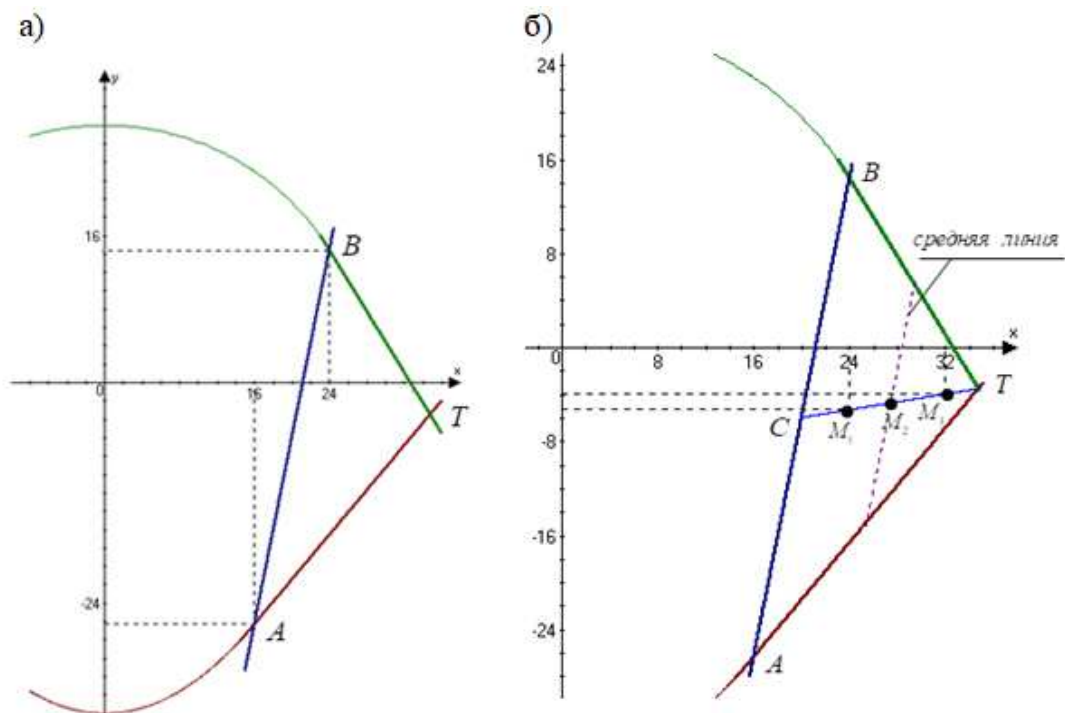


Рисунок 2 а) базисный треугольник, б) инженерный дискриминант

$$L_{AT} = 1.216x - y - 45.728 = 0,$$

$$L_{BT} = -1.6641x - y + 54.3606 = 0,$$

$$L_{AB} = 5.0865x - y - 107.6604 = 0.$$

Полученный треугольник называется базисным треугольником (рис. 2а) с вершинами $A(16; -26.272)$, $B(24; 14.422)$ и $T(34.7518; -3.4698)$.

Искомая дуга коники должна лежать внутри базисного треугольника, причем боковые стороны являются касательными.

Для определения вида и уравнения будем применить метод инженерного дискриминанта и уравнение Лайминга [4-6].

При инженерном способе точка M , рассматриваемая на кривой между A и B , задается как точка пересечения медианы CT базисного треугольника ΔATB с искомой кривой, т.е. представляет собой отношение отрезка CM , отсекаемого на медиане от основания медианы, к величине этой медианы CT и называется инженерным дискриминантом $f = \frac{CM}{CT}$

(рис. 2б). Инженерный дискриминант $0 \leq f \leq 1$ и по нему можно определить, к какому типу кривых второго порядка относится данная кривая.

Выбирая точку M внутри базисного треугольника ΔATB мы определяем непрерывную кривую первого порядка гладкости между точками соединения A и B :

- если точка M делит пополам прямую, соединяющую середины отрезков касательных AT и BT , то получаем параболу;
- если точка M находится между этой параболой и прямой AB , то получаем эллипс;
- если точка M находится за пределами параболы в сторону точки T , то получаем гиперболу.

Уравнение искомой переходной коники определим в виде уравнения Лайминга [1-2, 7]

$$(1-\lambda)L_{A\tau}L_{B\tau} + \lambda L_{AB}^2 = 0. \quad (1)$$

Переходной участок беговой дорожки определяется четырьмя точками: двумя точками соединения – точками касания A и B , точкой пересечения касательных T , некоторой точкой M (рис. 3а).

Параметр λ определяется заданием (выбором) точки M . Если точка M имеет координаты x_M и y_M , тогда

$$\lambda = \frac{L_{A\tau}(x_M, y_M)L_{B\tau}(x_M, y_M)}{L_{A\tau}(x_M, y_M)L_{B\tau}(x_M, y_M) - L_{AB}^2(x_M, y_M)} \quad (2)$$

Проведем медиану треугольнику ΔATB : $L_{CT} = 0.1664x - y - 9.2537 = 0$ и далее начертим среднюю линию треугольника ΔATB . Возьмем на медиане три точки: $M_1(24; -5.2601)$, $M_2(27.4064; -4.6933)$, $M_3(32; -3.9289)$.

Определим коэффициенты Лайминга по формуле (2)

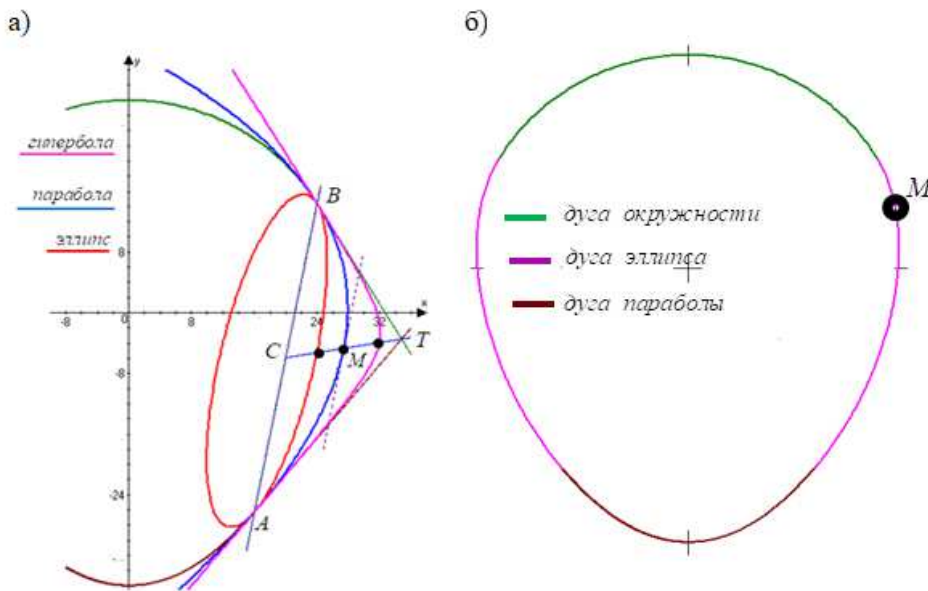


Рисунок 3 а) кривые Лайминга, б) гладкая беговая дорожка

$$\lambda_1 = \frac{(1.216x - y - 45.728)(-1.6641x - y + 54.3606)}{(1.216x - y - 45.728)(-1.6641x - y + 54.3606) - (5.0865x - y - 107.6604)^2} \Bigg|_{\substack{x=24 \\ y=-5.2601}} = 0.36455$$

$$\lambda_2 = \frac{(1.216x - y - 45.728)(-1.6641x - y + 54.3606)}{(1.216x - y - 45.728)(-1.6641x - y + 54.3606) - (5.0865x - y - 107.6604)^2} \Bigg|_{\substack{x=27.4064 \\ y=-4.4064}} = 0.07243$$

$$\lambda_3 = \frac{(1.216x - y - 45.728)(-1.6641x - y + 54.3606)}{(1.216x - y - 45.728)(-1.6641x - y + 54.3606) - (5.0865x - y - 107.6604)^2} \Bigg|_{\substack{x=32 \\ y=-3.9289}} = 0.004156$$

Заключение. Уравнение Лайминга (1) имеет вид

$$(1-\lambda)(1.216x - y - 45.728)(-1.6641x - y + 54.3606) + \lambda(5.0865x - y - 107.6604)^2 = 0$$

Подставляя сюда найденные значения для λ получим пучок кривых второго порядка. Например, при $\lambda_1 = 0.36455$ переходной коникой, осуществляющей гладкость перехода от кругового участка к параболическому участку будет дуга эллипса, при $\lambda_2 = 0.07273$ (точка лежит на средней линии) – парабола, при $\lambda_3 = 0.004156$ – гипербола (рис. 3а).

Заменяя x в уравнении Лайминга на $(-x)$ получим уравнение переходного участка для левой части беговой дорожки (рис. 3б).

На рис. 3б представлена переходная эллиптическая дуга при $\lambda = 0.1445$, соответствующая точке $M(26; -4.9273)$ на медиане.

Таким образом, для устранения скачка скорости в точке излома следует между дугами беговой дорожки вставить переходной участок, моделью которой является коника. Алгоритм позволяет определить форму коники, а также описать точное аналитическое уравнение кривой второго порядка. Следует заметить, что данная методика применима и для определения профиля кулачка для гладкого движения толкателя.

Список использованных источников

1. Бостанов Б.О. Условия плавного сопряжения переходного участка // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. - 2016. № 2. – С.164-167.
2. Е.С. Темирбеков, Б.О. Бостанов. Аналитическое определение плавного перехода контуров деталей одежды. Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности № 5 (365), - Иваново, 2016. - С. 160-165.
3. [Transition Curve Modeling with Kinematical Properties: Research on Log-Aesthetic Curves](#) / A. Arslan, E. Tari, R. Ziatdinov, R.I. Nabiyev // Computer Aided Design and Applications. – 2014. – Vol.11 – Iss.5. – P.509-517. doi: 10.1080/16864360.2014.902680.
4. Бостанов Б.О., Оспанов Ү.Б. Комбинированная траектория, удовлетворяющая заданным условиям непрерывности и касания. Евразийский научный журнал фундаментальных и прикладных исследований, 2017: №3,4 (01), г. Астана, ЦНКЭ «Креатив», с. 37-43
5. Л. С. Попова, О. В. Сеницына. Построение плоского обвода второго порядка с помощью инженерного дискриминанта // Наука - производство - технологии - экология : всеросс. ежегод. науч.-техн. конф.. Сб. материалов в 7 т. Т. 4. ФАМ, ФСА / ВятГУ. – Киров, 2008. - С. 321-323.
6. Попова Л.С., Сеницына О.В. Применение теории инженерного дискриминанта в прикладных расчетах // Физико-математические науки и информационные технологии: проблемы и тенденции развития: сб. ст. по матер. Междунар. науч.-практ. конф. – Новосибирск: СибАК, 2011.
7. Фокс А. и др. Вычислительная геометрия. Применение.: Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. -304