

УДК 51-77

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕННОГО РЯДА КУРСА ДОЛЛАРА США К ТЕНГЕ

**Ережепов Ерсултан Нуржанович**

*yersultan.yerezhpov@gmail.com*

Студент 4 курса механико-математического факультета

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Научный руководитель – Рахимжанова С.К.

Ряд наблюдений,  $x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N)$  анализируемой случайной величины  $\xi(t)$  произведенных в последовательные моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_N$ , называется временным рядом. Значение  $x(t_i)$  называется уровнем ряда.

Анализ временных рядов - основной инструмент экономической науки и одна из самых плодотворных сфер анализа для экономистов. Временные ряды необходимы для анализа эволюции во времени экономических и социальных связей между переменными (например, эконометрическая модель поведения совокупной безработицы, которая базируется на временных рядах, может дать ценную информацию об ее эволюции во времени). Большая часть использующихся данных имеет вид временных рядов, массив которых постоянно расширяется.

**Целью данной работы** является изучение изменения курса доллара США к тенге с помощью эконометрических методов анализа временных рядов в течение с 1 января 2014 года по 31 декабря 2018 года.

В процессе исследования были поставлены и решены следующие задачи:

- изучение учебной и научной литературы по теме исследования;
- сбор необходимой статистической информации;
- объединение месячных показателей в квартальные;
- построение аддитивной и мультипликативной моделей временного ряда;
- проверка наличия структурных изменений ряда;
- построение итоговой модели ряда;
- построение прогноза по полученной модели.

**Объект исследования:** курс доллара США к тенге.

**Предмет исследования:** временной ряд курса доллара США к тенге.

Каждый уровень временного ряда формируется из трендовой (Т), циклической (С), сезонной (S) и случайной (E) компонент.

Модели, в которых временной ряд представлен как сумма вышеперечисленных компонент, называется аддитивной моделью; как произведение – мультипликативной моделью временного ряда.

Аддитивная модель:  $Y = T + C + S + E$ ,

Мультипликативная модель:  $Y = T \cdot C \cdot S \cdot E$

Рассмотрим структуру и классификацию основных факторов, под воздействием которых формируются значения элементов временного ряда. Целесообразно выделить следующие 4 типа таких факторов.

- *Долговременные*, формирующие общую (в длительной перспективе) тенденцию в изменении анализируемого признака  $x(t)$ . Обычно эта тенденция описывается с помощью той или иной неслучайной функции  $f_{тр}(t)$ , как правило, монотонной. Эту функцию называют *функцией тренда* или просто – *трендом*.

- *Сезонные*, формирующие периодически повторяющиеся в определенное время года колебания анализируемого признака. Условимся обозначать результат действия сезонных факторов с помощью неслучайной функции  $\varphi(t)$ . Поскольку эта функция должна быть *периодической* (с периодами, кратными «сезонам»), в ее аналитическом выражении участвуют гармоники (тригонометрические функции), периодичность которых, как правило, обусловлена содержательной сущностью задачи.

- *Циклические (конъюнктурные)*, формирующие изменения анализируемого признака, обусловленные действием долговременных циклов экономической, демографической или астрофизической природы (волны Кондратьева, демографические «ямы», циклы солнечной активности и т.п.). Результат действия циклических факторов будем обозначать с помощью неслучайной функции  $\psi(t)$ .

- *Случайные (нерегулярные)*, не поддающиеся учету и регистрации. Их воздействие на формирование значений временного ряда как раз и обуславливает *стохастическую природу* элементов  $x(t)$ , а следовательно, и необходимость интерпретации  $x(1), x(2), \dots, x(N)$  как наблюдений, произведенных над случайными величинами, соответственно,  $\xi(1), \xi(2), \dots, \xi(N)$ . Будем обозначать результат воздействия случайных факторов с помощью случайных величин («остатков», «ошибок»)  $\varepsilon(t)$ <sup>1</sup>.

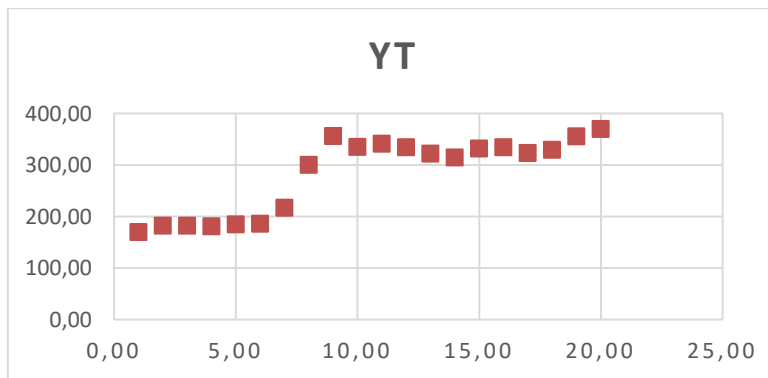
В силу того, что мы рассматриваем относительно небольшой промежуток времени, в наших исследованиях можем учесть только сезонные компоненты.

Построение модели включает следующие этапы:

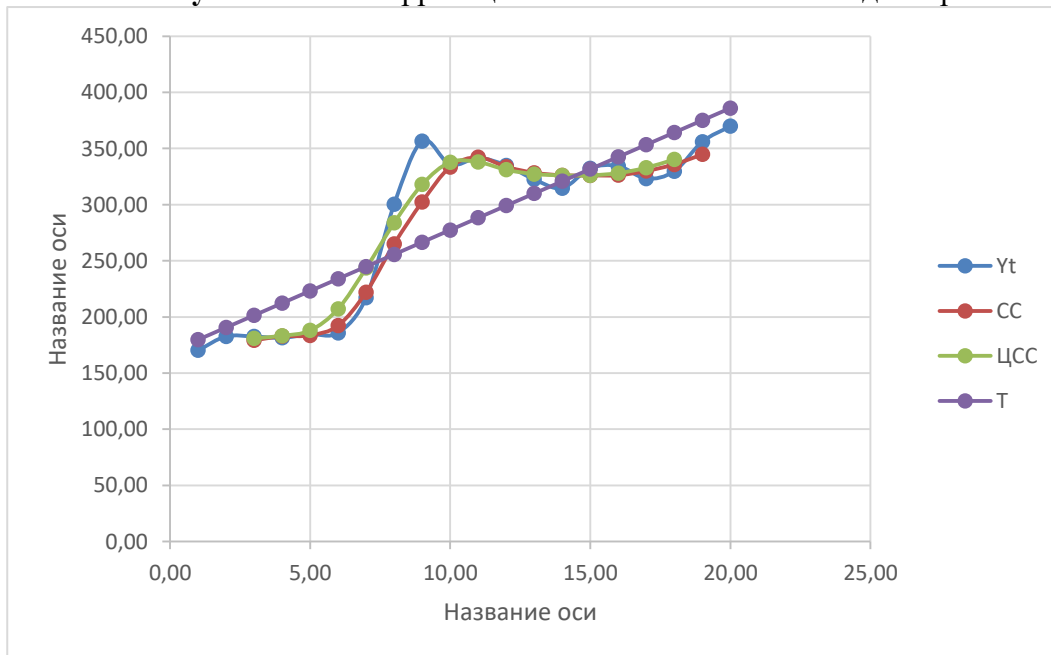
1. Объединение месячных показателей в квартальные.
2. Выравнивание полученного ряда методом скользящей средней.
3. Расчет значений сезонной компоненты S.
4. Устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выравненных данных ( $T + E$ ) в аддитивной или ( $T \cdot E$ ) в мультипликативной модели.
5. Аналитическое выравнивание уровней ( $T + E$ ) или ( $T \cdot E$ ) и расчет значений T с использованием полученного уравнения тренда.
6. Расчет полученных по модели значений ( $T + S$ ) или ( $T \cdot S$ ).
7. Расчет абсолютных и относительных ошибок.

Поскольку, по приращениям уровней ряда нельзя заранее сказать, какая из моделей будет точнее описывать процесс, построим обе модели: аддитивную и мультипликативную.

Исследуем временные ряды наших данных на протяжении с января 2014 года по декабрь 2018 года.



**Рисунок 1** Поле корреляции показателей стоимости доллара США в тенге



**Рисунок 2** Сглаживание временного ряда и построение общего тренда

Используя программу, Microsoft Excel, мы построили две модели временного ряда.

Таблица 1

Построение аддитивной модели временного ряда

t	$Y_t$	$S_t$	$T+E=Y_t-S_t$	$T$	$T+S$	$E=Y_t-(T+S_t)$	$E^2$	$(Y-\hat{Y})^2$	$(Y-\bar{Y})^2$	$(\hat{Y}-\bar{Y})^2$
1	170,21	6,09	164,12	179,69	185,78	-9,48	89,81	242,38	14089,45	10635,89
2	182,66	-10,46	193,11	190,54	180,09	-7,89	62,19	6,61	8046,9	8514,6
3	182,52	-2,82	185,33	201,4	198,58	-18,88	356,53	258,05	9502,89	6629,02
4	181,38	7,18	174,2	212,25	219,44	-30,87	953,03	1448,1	11797,57	4979,13
5	184,58	6,09	178,49	223,11	229,2	-38,53	1484,8	1991,4	10885,2	3564,94
6	185,86	-10,46	196,32	233,97	223,51	-48,1	2313,9	1417,4	7482,08	2386,45
7	217,23	-2,82	220,05	244,82	242	-27,59	761,33	613,76	3940,03	1443,65
8	300,45	7,18	293,26	255,68	262,86	44,77	2004,2	1412,7	109,11	736,56
9	356,62	6,09	350,53	266,53	272,63	90,08	8114,9	7054,6	4584,33	265,16
10	335,59	-10,46	346,05	277,39	266,93	58,2	3387,7	4714,2	3998,31	29,46
11	341,5	-2,82	344,32	288,25	285,43	53,25	2836	3144,4	3782,32	29,46
12	334,93	7,18	327,75	299,1	306,28	35,83	1283,7	820,61	2018,71	265,16

13	322,46	6,09	316,37	309,96	316,05	12,51	156,41	41,15	1125,89	736,56
14	314,72	-10,46	325,18	320,81	310,36	-6,09	37,08	19,07	1794,55	1443,65
15	332,41	-2,82	335,22	331,67	328,85	0,74	0,54	12,64	2746,52	2386,45
16	334,41	7,18	327,23	342,52	349,71	-8,11	65,84	234	1972,25	3654,94
17	323,22	6,09	317,13	353,38	359,47	-30,16	909,44	1314	1177,47	4979,13
18	329,75	-10,46	340,21	364,24	353,78	-34,48	1189,1	577,28	3293,86	6629,02
19	356,02	-2,82	358,84	375,09	372,27	-19,07	363,74	264,19	5779,13	8514,6
20	369,83	7,18	362,62	385,95	393,13	-16,12	259,89	543,06	6372,3	10635,89

Методом регрессионного анализа получили линейный тренд данного ряда:

$$\hat{Y} = 168,83 + 10,86 \cdot t$$

Для оценки качества модели используя формулу  $R^2 = 1 - \frac{Q_e \cdot 19}{Q \cdot 18}$ , где  $Q = \sum (Y - \bar{Y})^2$  и

$$Q_e = \sum (Y - \hat{Y})^2, \text{ рассчитали коэффициент детерминации. Его значение } R^2 = 0,74$$

Аналогичным образом проведем расчёты для мультипликативной модели данного ряда. Расчёты так же сведены в следующую таблицу.

Таблица 2

Построение мультипликативной модели временного ряда

t	$Y_t$	$S_i$	$T \cdot E = Y_t / S_i$	$T$	$T \cdot S$	$E = Y_t / (T \cdot S_i)$	$E^2$	$(Y - \hat{Y})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$	$(\hat{Y} - \bar{Y})^2$
1	170,21	1,02	166,6	179,7	183,59	-13,38	179,16	171,65	13505,69	10632,22
2	182,66	0,96	189,77	190,56	183,41	-0,76	0,57	0,62	8657,6	8511,75
3	182,52	0,99	184,53	201,41	199,21	-16,7	278,8	284,99	9660,37	6626,88
4	181,38	1,03	176,66	212,27	217,94	-36,56	1336,7	1267,9	11270,01	4977,6
5	184,58	1,02	180,67	223,12	227,95	-43,37	1881,1	1802,3	10434,93	3563,93
6	185,86	0,96	193,1	233,97	225,2	-39,34	1547,5	1670,4	8048,95	2385,85
7	217,23	0,99	219,63	244,83	242,15	-24,92	621,23	635,01	3993,11	1443,36
8	300,45	1,03	292,62	255,68	262,52	37,93	1438,4	1364,4	96,03	736,48
9	356,62	1,02	349,06	266,53	272,3	84,31	7108,9	6810,8	4388,12	265,19
10	335,59	0,96	348,66	277,39	266,99	68,61	4706,9	5080,6	4335,87	29,5
11	341,5	0,99	345,27	288,24	285,09	56,41	3181,6	3252,2	3900,01	29,4
12	334,93	1,03	326,2	299,09	307,1	27,83	774,78	734,93	1882,3	264,9
13	322,46	1,02	315,63	309,95	316,66	5,81	33,72	32,31	1076,71	736
14	314,72	0,96	326,98	320,8	308,77	5,95	35,4	38,21	1950,5	1442,7
15	332,41	0,99	336,07	331,65	328,03	4,37	19,11	19,54	2836,25	2384,99
16	334,41	1,03	325,7	342,51	351,67	-17,26	297,93	282,61	1838,61	3562,88
17	323,22	1,02	316,37	353,36	361,01	-37,79	1427,9	1368	1126,08	4976,37
18	329,75	0,96	342,6	364,21	350,56	-20,81	432,91	467,3	3573,63	6625,45
19	356,02	0,99	359,95	375,07	370,98	-14,96	223,66	228,62	5949,08	8510,13
20	369,83	1,03	360,19	385,92	396,25	-26,42	697,99	662,09	5986,55	10630

Линейный тренд данного ряда имеет следующий вид:

$$\hat{Y} = 168,85 + 10,85 \cdot t$$

Коэффициент детерминации  $R^2 = 0,74$ , мы видим, что он совпадает с коэффициентом детерминации для аддитивной модели. Таким образом, можем выбрать любую из этих моделей. Выберем, например, аддитивную модель.

Из графика (рис.1) видим, что в августе 2015 года произошел резкий скачок курса доллара США к тенге, проверим ряд на наличие структурных изменений, используя для этого тест Чоу. Структурными изменениями называются существенные изменения линии тренда.

Для этого нам требуется выдвинуть гипотезу  $H_0$  о структурной стабильности тенденции изучаемого временного ряда.

По формуле:

$$F_{\text{факт}} = \frac{\Delta C_{\text{ост}} : (k_1 + k_2 - k_3)}{C_{\text{ост}}^{\text{кл}} : (n - k_1 - k_2)}, \text{ где } C_{\text{ост}}^{\text{кл}} = C_{\text{ост}}^1 + C_{\text{ост}}^2 \text{ и } \Delta C_{\text{ост}} = C_{\text{ост}}^3 - C_{\text{ост}}^{\text{кл}}$$

найдено значение  $F_{\text{факт}} = 37,03$ .

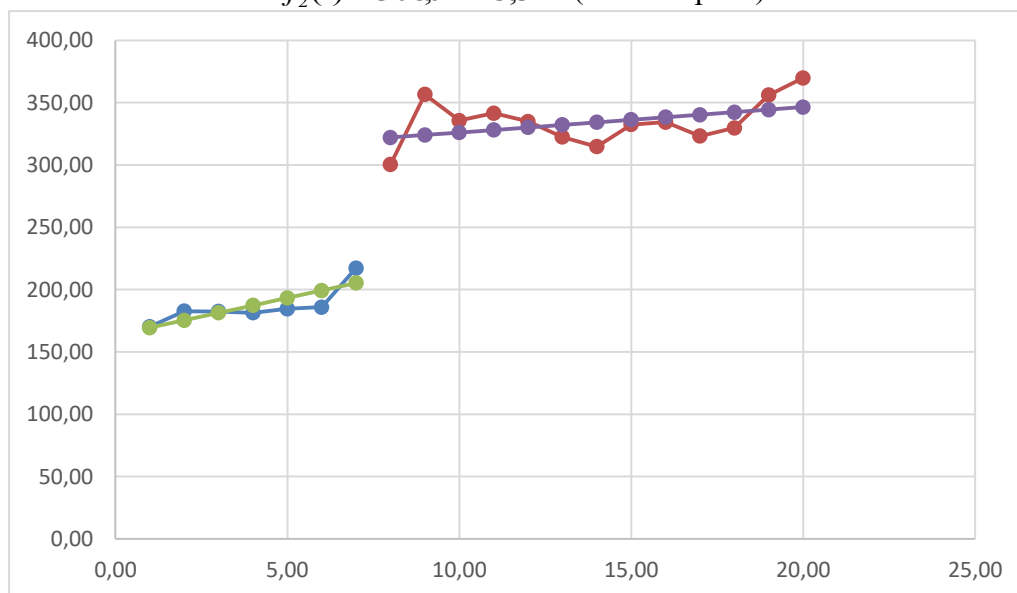
$F_{\text{факт}}$  сравним с табличным значением распределения Фишера для уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы  $(k_1 + k_2 - k_3)$  и  $(n - k_1 - k_2)$ . Назначим  $\alpha=0,05$  и  $k_1 = k_2 = k_3 = 2$ .

Если  $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$ , то гипотеза о структурной стабильности тенденции отклоняется, а влияние структурных изменений на динамику изучаемого показателя признают значимым. В этом случае моделирование тенденции временного ряда следует осуществлять с помощью кусочно-линейной модели. Если  $F_{\text{факт}} < F_{\text{табл}}$ , то нет оснований отклонять ноль-гипотезу о структурной стабильности тенденции. Ее моделирование следует осуществлять с помощью единого для всей совокупности уравнения тренда.

Вычисленное значение  $F_{\text{факт}} = 37,03$ , а  $F_{\text{табл}} = 3,55$ , следовательно, в исследуемом ряде, согласно критерию Чоу, произошло структурное изменение, и тогда наше уравнение модели должно иметь вид:  $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ , где

$$f_1(t) = 166,25 + 4,99 \cdot t \text{ (1-7 квартал)}$$

$$f_2(t) = 308,92 + 3,3 \cdot t \text{ (8-20 квартал)}$$



**Рисунок 3** Модель структурного изменения показателей временного ряда

Сделали прогноз по данному линейному уравнению  $f_2(t) = 308,92 + 3,3 \cdot t$  (1) на 21,22,23 квартал. Для определения трендовой компоненты воспользуемся уравнением тренда (1).

Получили:

$$T_{21} = 308,92 + 3,3 \cdot 21 = 378,81$$

$$T_{22} = 308,92 + 3,3 \cdot 22 = 382,12$$

$$T_{23} = 308,92 + 3,3 \cdot 23 = 385,43$$

Значения сезонной компоненты равны:  $S_2 = -4,65$  (2 квартал),  $S_3 = -5,45$  (3 квартал),  
 $S_4 = 2,39$  (4 квартал)

Таким образом, прогноз на последующие три квартала будут равны:

$$F_{21} = T_{21} + S_2 = 378,81 - 4,65 = 374,16$$

$$F_{22} = T_{22} + S_3 = 382,12 - 5,45 = 376,67$$

$$F_{23} = T_{23} + S_4 = 385,43 + 2,39 = 387,82$$

При исследовании временного ряда курса доллара США к тенге в период с 1 января 2014 года по 31 декабря 2018 года было выявлено структурное изменение в августе 2015 года. Согласно методике исследования временного ряда, он был разбит на два ряда, до августа 2015 года и после августа 2015 года. Для каждого периода составили отдельную линию тренда.

Для прогноза на 21, 22, 23 кварталы использовали вторую часть временного ряда, где уравнение тренда имеет следующий вид:  $f_2(t) = 308,92 + 3,3 \cdot t$ . С учетом сезонных колебаний получили прогнозируемые значения курса доллара США к тенге на 21 квартал (январь-март 2019 года), 22 квартал (апрель-июнь 2019 года), 23 квартал (июль-сентябрь 2019 года).  $F_{21} = 374,16$ ,  $F_{22} = 376,67$ ,  $F_{23} = 387,82$ .

Реальная стоимость доллара США в тенге на 1 квартал 2019 года по курсу Национального Банка составила 377,73.

#### Список использованных источников

- 1 Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 199 с.
- 2 Елисеева И.И. Практикум по эконометрике. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 187 с.
- 3 Елисеева И.И. Эконометрика. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 226 с.
- 4 <https://nationalbank.kz/?docid=763&switch=russian>