УДК 622.248.54.

ДӨҢГЕЛЕК ОСІ БАР ЖҰҚА ҚАБЫРҒАЛЫ СТЕРЖЕННІҢ ЖАЗЫҚ ПІШІНДІ ИІЛУІНІҢ ТҰРАҚТЫЛЫҒЫ

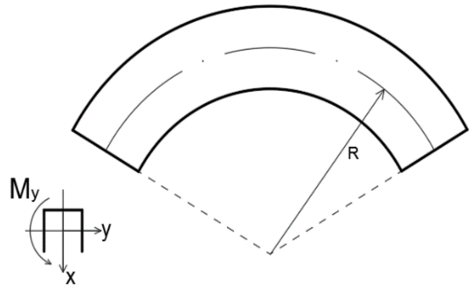
Айтқұл Рысқұл, Керімжан Бағдат, Асет Ерназар
ryskul31@gmail.com, *bkerimzhan@gmail.com*, asset_yea@mail.ru
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Ғылыми жетекшісі - *Кишауов К.С.*

Ашық профильдегі қисықсызықты жұқа қабырғалы стерженьдер барлық жерде, машина жасауда, сондай-ақ құрылыста кездеседі, мұнда арка салмақ түсіретін конструкция ретінде үлкен рөл атқарады. Арка құрылымы әртүрлі болуы мүмкін. Қисық сызықты стерженьдер мен аркалар, сызықты стерженьдер сияқты, белгілі бір жүктеме әсерінен тепе-теңдіктің бастапқы формасын жоғалтуы мүмкін.

Иілу моментінің әсерінен дөңгелек осі бар ашық профиль өзегінің орнықтылық есептері үлкен практикалық қолданысқа ие.

Өзімезге білгілі, ашық профильдің жұқа қабырғалы стерженнің көлденең қималары деформациядан кейін жазық күйін сақтамайды. Бұл стержень тек иілу салдарынан ғана емес, сонымен қатар бұралу нәтижесінде де ұзаратын қабықша тәрізді кеңістікті серпімді жүйе ретінде жұмыс жасайды.

Еркін ашық профильдің дөңгелек осі бар стержень M_y иілу моментінің әсерінен негізгі жазықтықта жатсын (сурет 1)



Сурет 1.Жұқа қабырғалы стержень ию моментінің әсерінен

Сонда көлденең қиманың негізгі осьтерінің бірі (біздің жағдайда Ox осі) стерженнің бастапқы қисықтық жазықтығында болатын жалғыз шектеумен болатын еркін профильдегі дөңгелек стерженнің (немесе арканың) бір бөлігінің орнықтылық теңдеулері

$$EJ_x\varphi'' + \left(\frac{GJ_\rho}{R} - M\right)\chi' = 0,$$

$$\left(\frac{EJ_x}{R} - M\right)\varphi + EJ_\omega\chi''' + \left(2\beta_x M - GJ_\rho\right)\chi' = 0. \quad (1)$$

Көрсетілген дифференциалдық теңдеулерді түрлендіреміз. Осы мақсатта біз жаңа $f(x)$ функциясын енгіземіз және келесідей қарастырамыз

$$\varphi_{(x)} = -f'(x), \quad \chi = \frac{EJ_x}{\left(\frac{GJ_\rho}{R} - M\right)} f''(x). \quad (2)$$

Сонда бірінші дифференциалдық теңдеу келесі тепе-теңдікке айналады

$$-EJ_x f'''_{(x)} + \left(\frac{GJ_\rho}{R} - M\right)\cdot\frac{EJ_x}{\left(\frac{GJ_\rho}{R} - M\right)}\cdot f'''_{(x)} = 0, \quad 0 \equiv 0 \quad . \quad (3)$$

Ал екіншісі

$$f^V + \frac{\left(2\beta_x M - \varsigma J_\rho\right)}{EJ_w} f''' - \frac{\frac{EJ_x}{R} - M}{EJ_w\left(\frac{EJ_x}{\frac{\varsigma J_\rho}{R} - M}\right)} f' = 0, \quad (4)$$

немесе

$$f^{V}+\frac{\left(2\beta_x M-\varsigma J_\rho\right)}{EJ_\omega}f'''-\frac{\frac{EJ_x}{R}-M}{EJ_\omega\left(\frac{EJ_x}{\frac{\varsigma J_\rho}{R}-M}\right)}f'=0 \quad , \tag{5}$$

әрі қарай келесі белгілерді енгізсек

$$\frac{1}{b_1^2}=-\frac{2\beta_x M-\varsigma J_\rho}{EJ_\omega}, \tag{6}$$

$$\frac{1}{a_1^4}=\frac{\frac{EJ_x}{R}-M}{EJ_\omega\left(\frac{EJ_x}{\frac{\varsigma J_\rho}{R}-M}\right)}, \tag{7}$$

келесі теңдеуге ие боламыз

$$f^{V}+\frac{1}{b_1^2}f'''-\frac{1}{a_1^4}f'=0. \tag{8}$$

$f'_{(x)}$ үшін бірден шешім жаза аламыз :

$$f'=A_1\sin\alpha x+B_1\cos\alpha x+C_1e^{\beta x}+D_1e^{-\beta x}, \tag{9}$$

мұнда

$$\alpha=\sqrt{-\frac{1}{2b_1^2}+\sqrt{\left(\frac{1}{2b_1}\right)^2+\frac{1}{a_1^4}}},$$

$$\beta=\sqrt{\frac{1}{2b_1^2}+\sqrt{\left(\frac{1}{2b_1}\right)^2+\frac{1}{a_1^4}}}.$$

Интегралдасақ

$$f=A\sin\alpha x+B\cos\alpha x+Ce^{\beta x}+De^{-\beta x}+E_2. \tag{10}$$

Стерженнің ұштарындағы шарттары (топсалы бекітілген) келесідей болады:

1,2. $x=0$ және $x=e$ кезінде $f=0$;

3,4. $x=0$ және $x=e$ кезінде $f''=0$.

1 және 3 шарттардың негізінде бізде

$$\begin{gathered}B+C_2+D_2+E_2=0,\\ -B\alpha^2+C_2\beta^2+D_2\beta^2=0.\end{gathered} \tag{11}$$

2 және 4 шарттар негізінде

$$\begin{gathered}A\sin\alpha e+B\cos\alpha e+C_2e^{\beta e}+D_2e^{-\beta e}+E_2=0,\\ -A\frac{\alpha^2}{\beta^2}\sin\alpha e-B\frac{\alpha^2}{\beta^2}\cos\alpha e+C_2e^{\beta e}+D_2e^{-\beta e}=0.\end{gathered} \tag{12}$$

Біріншіден екіншіні алып тастасақ

$$A\left(1+\frac{\alpha^2}{\beta^2}\right)\sin\alpha e+B\left(1+\frac{\alpha^2}{\beta^2}\right)\cos\alpha e+E_2=0. \tag{13}$$

Жазылған шарттар мен симметрия шарттарын қанағаттандырамыз, егер келесі теңдікке салсақ

$$B = C_2 = D_2 = E_2 = 0 \text{ и } \sin\alpha e = 0 \quad (14)$$

Сонда $f_{(x)}$ үшін

$$f_{(x)} = A\sin\frac{n\pi x}{l} \quad . \quad (15)$$

Мұнда, n – кез келген бүтін оң сан (n = 1,2,3…)

M-нің ең кіші мәні n=1 болғанда, яғни берілген L арканың барлық ұзындығы бойымен синусоид бойынша бір жартытолқынмен орнықтылығын жоғалтқан кезде. (5) теңдеуден М анықтай отрып және n=1 деп

$$M = RP_э\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{r^2}{R^2}\cdot\frac{P_\omega}{P_э}+\frac{l^2}{\pi^2R^2}-\frac{2\beta_x}{R}\right)\pm\pm\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{r^2}{R^2}\cdot\frac{P_\omega}{P_э}+\frac{l^2}{\pi^2R^2}-\frac{2\beta_x}{R}\right)^2+\frac{r^2}{R^2}\left(1-\frac{l^2}{\pi^2R^2}\right)\cdot\frac{P_\omega}{P_э}}\right\} \quad (16)$$

Енді мұнда

$$P_э = \frac{EJ_x\pi^2}{l^2},\ P_\omega = \frac{1}{Z^2}\left(\frac{EJ_x\pi^2}{l^2}+GJ_\rho\right) \quad . \quad (17)$$

Тік бұрышты (дөңгелек) сияқты тұтас қиманың стержені болған жағдайда бізде $\beta_x = 0$, $EJ_\omega = 0$ болады, сонда (5) формуладан пайда болады:

$$-GJ_\rho\left(\frac{EJ_x}{\frac{GJ_\rho}{R}-M}\right)\cdot\left(\frac{\pi n}{l^2}\right)^2-\left(\frac{EJ_x}{R}-M\right)=0, \quad (18)$$

$$M^2 - M\left(\frac{GJ_\rho}{R}+\frac{EJ_x}{R}\right)+\frac{EJ_xGJ_\rho}{R^2}\mp GJ_\rho EJ_x\frac{\pi^2}{l^2}=0. \quad (19)$$

Бұл формула, (16) формуланың жалпы ерекше жағдайы ретінде алынған С.П.Тимошенконың формуласымен сәйкес келеді. [1]

$$M = \frac{1}{2R}\left(GJ_\rho + EJ_x\right)\pm\sqrt{\frac{1}{4R^2}\left(GJ_\rho+EJ_x\right)^2+GJ_\rho EJ_x\left(\frac{\pi^2}{l^2}-\frac{1}{R^2}\right)}. \quad (20)$$

Осылайша, анықталған (16) формула жұқа қабырғалы стерженьдерді есептеуге мүмкіндік береді және бұл материалдың салмағы мен шығынын азайту сияқты бірқатар қосымша артықшылықтарға ие.

Әдебиеттер

1. Тимошенко С.П., Устойчивость стержней пластин и оболочек. Издательство «Наука», М.1971.