УДК 834

РЕШЕНИЕ ДЛЯ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С ОБОБЩЕНИЯМИ МАКСВЕЛЛА И СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ

Авдиев Маргулан Талгатович
mark.avdiev@gmail.com
Магистрант 1-го года обучения специальности 7М05304 – Физика,
кафедра общей и теоретической физики,
ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – Цыба П.Ю.

Максвелловские обобщения являются мощным инструментом в теоретической физике и применяются при поиске ответа большинства задач классической электродинамики. В общем виде для решения задач теоретической физики используется многомерная форма записи уравнений Максвелла, поскольку при исследовании предполагается, что системы координат является криволинейной и многомерной. Также необходимо наличие некоторой сохраняющейся величины по отношению к преобразованиям в таком пространстве именуемой инвариантом поля. Инвариантами поля Максвелла можно называть величины, содержащие компоненты электрического и магнитного поля остающиеся неизменными при преобразовании в криволинейном пространстве-времени, которые определяются из понятия электромагнитного поля с помощью антисимметричного 4-тензора $F_{\mu\nu}$. Преобразование полей при определенных условиях создает, то есть переход от одной системы отсчета к другой преобразует задачи о нахождении инерциальной системы отсчета. Получается конфигурация полей преобразуется к наиболее простому виду.[1]

Обширный анализ исследований электромагнитного излучения во Вселенной является превосходным применением в исследование реликтового испускания, что более немаловажно во космологии. Уравнения ОТО совместно с уравнениями Максвелла приводят к выполнению условия геометрической вмороженности поля. Формально множественные изменения кроме того решения остаются в силе, во случае если одинаковое магнитное поле изменить электрическим. [2]

Далее в этой статье будет рассматриваться действие с полем типа Максвелла. Найдем для них уравнения движения и построим решения для рассматриваемой модели. Определим, может ли такая модель описывать ускоренное расширение Вселенной. В качестве метрики пространства-времени используется метрика Фридмана-Робертсона-Уокера с сигнатурой $(-,+,+,+)$. Все вычисления происходят в системе единиц: $8\pi G = \hbar = c = 1$

В нашей модели действие имеет вид

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[h\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right)R + f\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right) + \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V(\varphi)\right], \quad (1)$$

где g – метрический тензор, R – скалярная кривизна Риччи, $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ – член Максвелла, тензор напряженности имеет вид

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$$

Положим, что члены Максвелла могут быть выражены через потенциал поля как

$$A_\mu = \left(0, A_1(t), A_2(t), A_3(t)\right).$$

Тогда

$$F_{01}F^{01} = (F_{01})^2 g^{00} g^{11} = -(\dot{A}_1)^2 a^{-2} = F_{10}F^{10},$$

$$F_{02}F^{02} = (F_{02})^2 g^{00} g^{22} = -(\dot{A}_2)^2 a^{-2} = F_{20}F^{20},$$

$$F_{03}F^{03} = (F_{03})^2 g^{00} g^{33} = -(\dot{A}_3)^2 a^{-2} = F_{30}F^{30}.$$

Складывая каждый член, мы найдем общий вид уравнения Максвелла:

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = -2a^{-2}\left[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2\right].$$

Для метрики Фридмана-Робертсона-Уокера скалярная кривизна будет равна

$$R = 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right).$$

Перепишем действие, введя найденные компоненты

$$S = \int d^4x \left[a^3 h\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right)R + a^3 f\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right) + a^3\frac{\dot{\varphi}^2}{2} + a^3 V(\varphi)\right] =$$
$$= \int d^4x \left[-6\dot{a}^2 a * h\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right) + a^3 f\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right) + a^3\frac{\dot{\varphi}^2}{2} + a^3 V(\varphi)\right].$$

Применяя уравнение Эйлера-Лагранжа

$$L_q - (L_{\dot{q}})_t = 0$$

и условие нулевой энергии

$$L_{\dot{q}}\dot{q} - L = 0$$

Полная система уравнений движения.

$$3H^2 = \rho, \tag{2}$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \tag{3}$$

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} - V_\varphi = 0, \tag{4}$$

$$\left(6H^3\dot{A}_1 - 12\mathrm{H}\left(H^2 + \dot{H}\right)\dot{A}_1 - 6H^2\ddot{A}_1\right)\frac{\partial \mathrm{h}}{\partial F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}} + (H\dot{A}_1 + \ddot{A}_1)\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{d}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}} = 0, \tag{5}$$

$$\left(6H^3\dot{A}_2 - 12\mathrm{H}\left(H^2 + \dot{H}\right)\dot{A}_2 - 6H^2\ddot{A}_2\right)\frac{\partial \mathrm{h}}{\partial F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}} + (H\dot{A}_2 + \ddot{A}_2)\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{d}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}} = 0, \tag{6}$$

$$\left(6H^3\dot{A}_3 - 12\mathrm{H}\left(H^2 + \dot{H}\right)\dot{A}_3 - 6H^2\ddot{A}_3\right)\frac{\partial \mathrm{h}}{\partial F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}} + (H\dot{A}_3 + \ddot{A}_3)\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{d}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}} = 0, \tag{7}$$

где:

$$\rho = \frac{1}{2}\left[\frac{f\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right)}{h\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right)}\right],$$

$$p = \left[\frac{\frac{2}{a^2}\left(6H^2\frac{\partial \mathrm{h}}{\partial F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}} - \frac{\mathrm{df}}{\mathrm{d}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}\right) - \frac{1}{2}f\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right)}{h\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right)}\right] -$$

плотность темной энергии и давление.

Выбрав вид потенциала как:

$$A_1 = A_2 = A_3 = \varphi,$$

перепишем систему уравнений движения:

$$3H^2 = \rho, \tag{8}$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \tag{9}$$

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} - V_\varphi = 0, \tag{10}$$

$$\left(6H^3\dot{\varphi} - 12\mathrm{H}\left(H^2 + \dot{H}\right)\dot{\varphi} - 6H^2\ddot{\varphi}\right)\frac{\partial \mathrm{h}}{\partial F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}} + (H\dot{\varphi} + \ddot{\varphi})\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{d}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}} = 0, \tag{11}$$

Теперь введем масштабный фактор в виде экспоненциальной функции для модели де Ситтера

$$a = e^{Ht}, \tag{12}$$

и подставим в скалярную кривизну

$$R = 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) = 12H^2.$$

$$(-6H^3\dot{\varphi} - 6H^2\ddot{\varphi})\frac{\partial \mathrm{h}}{\partial F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}} + (H\dot{\varphi} + \ddot{\varphi})\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{d}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}} = 0, \tag{13}$$

где:

$$\rho = \frac{1}{2}\left[\frac{f\left(-2e^{-2Ht}\left[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2\right]\right)}{h(-2e^{-2Ht}\left[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2\right])}\right], \tag{14}$$

$$p = \left[\frac{\frac{2}{e^{-2Ht}}\left(6H^2\frac{\partial \mathrm{h}}{\partial F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}} - \frac{\mathrm{df}}{\mathrm{d}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}\right) - \frac{1}{2}f\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right)}{h\left(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right)}\right]. \tag{15}$$

Для более полного понимание кинематики космологического расширения полезно рассмотреть расширенный набор параметров:

$$q = \left(-\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}\right),$$

$$S = \left(\frac{\dddot{a}}{\dot{a}^4}\,a^3\right).$$

Подставляем найденные значение, и у нас получается:

$$\mathrm{q(t) = -1}, \tag{16}$$

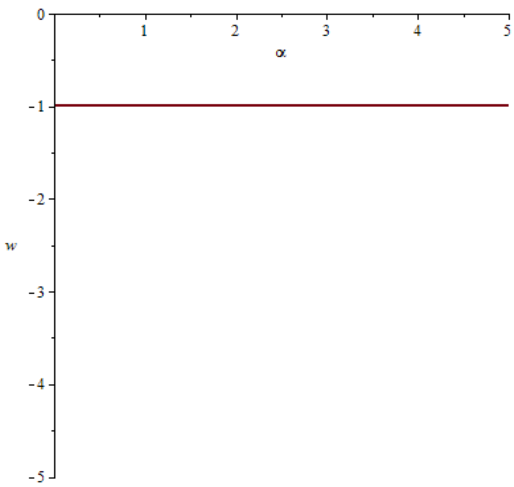
$$\mathrm{S(t) = 1}. \tag{17}$$

Находим уравнение состояния:

$$\omega = \frac{P}{\rho}$$

где:

$$\omega = -1 \tag{18}$$



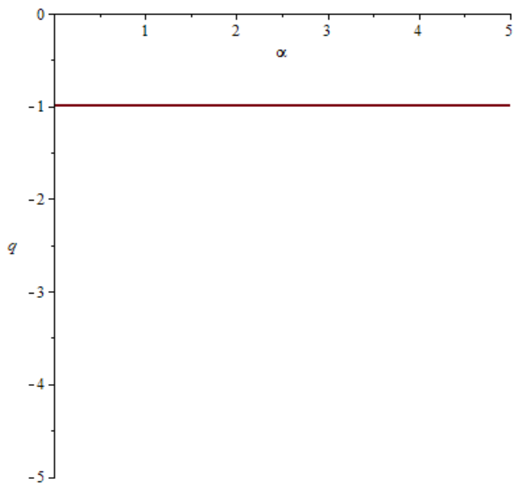


Рис. 1 – Уравнение состояния $\omega(t)$ Рис. 2 – Параметр замедления $q(t)$

Когда $\omega(t) = -1$, то это означает космический вакуум. Вакуум это среда с отрицательной гравитации. $q(t) = -1$ для ускоренного возрастания этот параметр должен быть отрицательным. 1 и 2 рисунок соответсвует параметрам ускоренного расширение Вселенной.

В данной статье мы рассмотрели модель де Ситтера с полем типа Максвелла, выбрав в качестве метрики пространства-времени метрику ФРУ. Для этой модели были найдены уравнения движения, решения для масштабного фактора, различные параметры космологического расширения.

Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан AP08955524.

Список использованных источников

1. Болотин Ю. Л., Ерохин Д. А., Лемец О. А. Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение? // Успехи физических наук. -2012. -Т. 18, № 9 -С. 941-986
2. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Теория поля // Серия: «Теоретическая физика» том II. -М., 1998. -504с.
3. Ландау Л.Д, Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов. В 10 т. Т. I. Механика. — 5-е изд., стереот. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.