УДК 834

ПОИСК ДИНАМИКИ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ С СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОЙ МЕТРИКОЙ

Баймуханов Данияр Амантаевич
danman2503@gmail.com
Студент 4 курса специальности 5В060400-Физика, кафедра общей и теоретической физики, ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – О.В. Разина.

Динамика и термодинамика черных дыр, разработанные для стационарных и асимптотически плоских черных дыр [1-3], в настоящее время являются развитыми областями гравитационной физики. Однако ни одна черная дыра не является по-настоящему стационарной или асимптотически плоской. С астрофизической точки зрения реалистичные черные дыры взаимодействуют со своим окружением в двойных системах или в галактиках посредством приливных сил, аккреции газа и / или испускания гравитационных волн. С чисто теоретической точки зрения черные дыры испускают излучение Хокинга, теряя энергию, и погружаются в расширяющуюся Вселенную, а не являются по-настоящему изолированными, асимптотически плоскими системами. Следовательно, окончательное теоретическое описание черных дыр требует рассмотрения динамических решений уравнений гравитационного поля. Это немалый шаг как в концептуальном, так и в вычислительном плане. Черные дыры определяются своими горизонтами: для стационарных черных дыр это горизонты событий и нулевые поверхности, и их определение как связный компонент границы причинного прошлого будущего нулевой бесконечности [1], требует знания всей причинной структуры пространства-времени, что можно резюмировать, говоря, что горизонты событий телеологичны [4–7].

Самый общий сферически-симметричный и зависящий от времени линейный элемент в полярных координатах $(\tau, \rho, \vartheta, \phi)$ – это

$$ds^2 = -A(\tau,\rho)d\tau^2 + 2B(\tau,\rho)d\tau d\rho + C(\tau,\rho)d\rho^2 + D(\tau,\rho)d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\phi^2) \tag{1}$$

где радиус площади r определяется как

$$r^2 \equiv D(\tau, \rho) \tag{2}$$

и $D(\tau, \rho)$ (а также A и C) обязательно положительны, чтобы сохранить метрическую сигнатуру (-+++). Уравнение (2) может быть решено относительно $\rho(\tau, r)$ (хотя на практике может быть сложно явно обратить взаимно однозначное соотношение $r=\sqrt{D(\tau,\rho)}$. В терминах радиуса площади линейный элемент (1) переписывается как

$$ds^2 = [-A(\tau,\rho(\tau,r)) + 2B(\tau,\rho(\tau,r))(\partial\rho/\partial\tau)]d\tau^2 + 2B(\tau,\rho(\tau,r))(\partial\rho/\partial r)d\tau dr + \\ + C(\tau,\rho(\tau,r))(\partial\rho/\partial r)^2 dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\phi^2) \tag{3}$$

Линейный элемент принимает диагональную форму

$$ds^2 = -e^{2\nu(t,r)}dt^2 + e^{2\lambda(t,r)}dr^2 + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\phi^2) \tag{4}$$

Производную по t мы будем обозначать тоской, а производную по r штрихом. Рассчитаем символы Кристоффеля. Для метрики единственными ненулевыми коэффициентами связности являются

$\Gamma^0_{00}=\dot{\nu}$, $\Gamma^1_{00}=e^{-2(\lambda-\nu)}*\nu'$, $\Gamma^1_{11}=\lambda'$, $\Gamma^0_{11}=e^{2\lambda-2\nu}*\dot{\lambda}$, $\Gamma^1_{22}=-re^{-2\lambda}$, $\Gamma^1_{33}=-e^{-2\lambda}r\sin^2\vartheta$,
$\Gamma^2_{33}=-\sin\vartheta*\cos\vartheta$, $\Gamma^0_{10}=\Gamma^0_{01}=\nu'$, $\Gamma^1_{01}=\Gamma^1_{10}=\dot{\lambda}$, $\Gamma^2_{12}=\Gamma^2_{21}=\frac{1}{r}$, $\Gamma^3_{13}=\Gamma^3_{31}=\frac{1}{r}$;

Компоненты тензора Риччи равны

$$R_{00} = -[\ddot{\lambda} + (\dot{\lambda} - \dot{\nu})\,\dot{\lambda}] + [\nu'' + (\nu' - \lambda')\,\nu' + \frac{2\nu'}{r}] \tag{5}$$

$$R_{11} = e^{-2(\nu-\lambda)}[\ddot{\lambda} + (\dot{\lambda} - \dot{\nu})\,\dot{\lambda}] - [\nu'' + (\nu' - \lambda')\,\nu'] + \frac{2\lambda'}{r} \tag{6}$$

$$R_{22} = e^{-2\lambda}[-r(\nu` - \lambda`) - 1] + 1 \tag{7}$$

$$R_{33} = e^{-2\lambda}[-r(\nu` - \lambda`) - 1] + 1 \tag{8}$$

Найдем скалярную кривизну, используя формулу

$$R = R^i_i = R^0_0 + R^1_1 + R^2_2 + R^3_3 \tag{9}$$

$$R = 2e^{-2\lambda}[\ddot{\lambda} + (\dot{\lambda} - \dot{\nu})\,\dot{\lambda}] + e^{-2\lambda}[\,-2\nu'' - 2\,(\nu` - \lambda`)\,\nu` - \frac{4(\nu` - \lambda`)}{r} + \frac{2e^{2\lambda} - 2}{r^2}] \tag{10}$$

Рассмотрим ОТО с двумя скалярными полями φ и χ в качестве источника вещества, описываемого действием

$$S_{(GR\varphi\chi)} = \int d^4x\sqrt{-g}\,[\frac{R}{2k^2} - \frac{1}{2}A(\varphi,\chi)\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - B(\varphi,\chi)\partial_\mu\varphi\partial^\mu\chi - \frac{1}{2}C(\varphi,\chi)\partial_\mu\varphi\partial^\mu\chi - V(\varphi,\chi)] \tag{11}$$

где g - определитель метрического тензора $g_{\mu\nu}$, R - скаляр Риччи, V (φ, χ) - потенциал скалярного дублета, а коэффициенты A, B и C зависят от скалярных полей. Тензор энергии-импульса материи равен

$$T^{(\varphi\chi)}{}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}[-\tfrac{1}{2}A(\varphi,\chi)\partial_\rho\varphi\partial^\rho\varphi - B(\varphi,\chi)\partial_\rho\varphi\partial^\rho\chi - \tfrac{1}{2}C(\varphi,\chi)\partial_\rho\chi\partial^\rho\chi - V(\varphi,\chi)] + A(\varphi,\chi)\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi +$$
$$+B(\varphi,\chi)(\partial_\mu\varphi\partial_\nu\chi + \partial_\nu\varphi\partial_\mu\chi) + C(\varphi,\chi)\partial_\mu\chi\partial_\nu\chi \tag{12}$$

При дальнейшем решении примем

$$\varphi = t,\ \chi = r \tag{13}$$

Компоненты (t, t), (r, r), (i, j) и (t, r) уравнения Эйнштейна принимают соответственно вид

$$\frac{e^{2(\nu-\lambda)}}{k^2}\left(\frac{2\lambda'}{r} + \frac{e^{2\lambda}-1}{r^2}\right) = -e^{2\nu}\left(-\frac{A}{2}e^{-2\nu} - \frac{C}{2}e^{-2\lambda} - V\right) \tag{14}$$

$$\frac{1}{k^2}\left(\frac{2\nu'}{r} - \frac{e^{2\lambda}-1}{r^2}\right) = e^{2\lambda}\left(\frac{A}{2}e^{-2\nu} + \frac{C}{2}e^{-2\nu} - V\right), \tag{15}$$

$$\frac{1}{k^2}\left[-e^{-2\nu}\left\{\ddot{\lambda} + (\dot{\lambda} - \dot{\nu})\dot{\lambda}\right\} + e^{-2\lambda}\left(r(\nu' - \lambda') + r^2\nu'' + r^2(\nu' - \lambda')\nu'\right)\right] =$$
$$r^2\left(\frac{A}{2}e^{-2\nu} - \frac{C}{2}e^{-2\lambda} - V\right. \tag{16}$$

$$\frac{2\dot{\lambda}}{k^2 r} = B \tag{17}$$

Благодаря сферической симметрии и статичности другие компоненты уравнения Эйнштейна равны нулю. Уравнения (14) - (17) можно решить относительно A, B, C и V, получив обратные соотношения

$$A = \frac{1}{k^2}[-\{\ddot{\lambda} + (\dot{\lambda} - \dot{\nu})\dot{\lambda}\} + e^{2(\nu-\lambda)} \left(\frac{e^{2\lambda}-1}{r^2} + \frac{\nu' + \lambda'}{r} + \nu'' + (\nu' - \lambda')\nu'\right)] \tag{18}$$

$$\frac{2\dot{\lambda}}{k^2 r} = B \tag{19}$$

$$C = \frac{1}{k^2}[e^{-2(\nu-\lambda)}\left\{\ddot{\lambda} + (\dot{\lambda} - \dot{\nu})\dot{\lambda}\right\} - \frac{e^{2\lambda}-1}{r^2} + \frac{\nu'+\lambda'}{r} - \nu'' - (\nu' - \lambda')\nu'] \tag{20}$$

$$V = \frac{e^{-2\lambda}}{2k^2}[\frac{2(\lambda'-\nu')}{r} + \frac{2(e^{2\lambda}-1)}{r^2}] \tag{21}$$

При условии $\lambda = -\nu$ уравнения (18) - (21) можно упростить до

$$A = -r^2 e^{4\nu} C = \frac{1}{k^2}[\frac{e^{2\nu}}{2}\frac{d^2(e^{-2\nu})}{dt^2} + e^{4\nu}\left(\frac{e^{-2\nu}-1}{r^2} + \frac{e^{-2\nu}}{2}\frac{d^2(e^{2\nu})}{dr^2}\right)] \tag{22}$$

$$B = \frac{e^{2\nu}}{k^2 r}\frac{d(e^{-2\nu})}{dt} \tag{23}$$

$$V = \frac{e^{2\nu}}{2k^2}(-\frac{2e^{-2\nu}}{r}\frac{d(e^{2\nu})}{dr} + \frac{2(e^{-2\nu}-1)}{r^2}) \tag{24}$$

В качестве примера рассмотрим анзац

$$e^{2\nu} = e^{-2\lambda} = 1 - \frac{2M(t)}{r} \tag{25}$$

где масса Мизнера-Шарпа-Эрнандеса *M (t)* положительна и зависит только от времени (очевидно, отрицательная масса показывает нарушение энергетических условий и делает видимые горизонты невозможными). Кривизна Риччи равна

$$R = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}\left[\frac{2\ddot{M}}{r} + \frac{\left(\frac{2\dot{M}}{r}\right)^2}{1 - \frac{2M}{r}}\right]$$

Скалярная кривизна обращается в нуль, если масса *M* постоянна, и в этом случае геометрия исследуемой модели с анзацем (25) вырождается в геометрию Шварцшильда. Существует только один видимый горизонт с радиусом

$$r_{\mathrm{AH}}(t) = 2M(t).$$

Этот допустимый горизонт находится в движении и, поскольку он является единственным корнем уравнения

$$\nabla^c r \nabla_c r = 0,$$

это горизонт черной дыры. При $\frac{2M}{r} = 1$ скалярная кривизна имеет сингулярность.

Мы исследовали сферически-симметричную. Для данной метрики нашли символы Кристоффеля. Также рассчитали тензор Риччи R_{ik}, нашли скалярную кривизну R. Для действия с двумя скалярными полями $S_{(GR\varphi\chi)}$ нашли уравнение движения используя общий вид уравнений Эйнштейна. Для заданного анзаца функций ν и λ нашли скалярную кривизну через функцию массы Мизнера-Шарпа-Эрнандеса. Показали, что для видимого горизонта существует только единственное значение радиуса $r_{\mathrm{AH}}(t) = 2M(t)$.

Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан AP08052034

Список использованных источников

1. Wald R. M. General Relativity // Chicago University Press, Chicago. - 1984. – 492 p.
2. Poisson E. A Relativist's Toolkit: The Mathematics of Black-Hole Mechanics // Cambridge University Press, Cambridge. - 2004. – 233 p.
3. Wald R. M. The Thermodynamics of Black Holes // Living Reviews in Relativity. – 2001. – Vol.P.6.
4. Nielsen A. B. Black holes and black hole thermodynamics without event horizons // General Relativity and Gravitation. – 2009. – Vol. 41. – P. 1539-1584.
5. Nielsen A. B. The horizon-entropy increase law for causal and quasi-local horizons and conformal field redefinitions // Classical and Quantum Gravity. – 2010. – Vol. 27.
6. Booth I. Black hole boundaries // Canadian Journal of Physics. – 2005. – Vol.83. – P. 1073-1099.
7. Faraoni V. Embedding Black Holes and Other Inhomogeneities in the Universe in Various Theories of Gravity: A Short Review // Universe. – 2018. – Vol. 4(10). – P. 109.