

## КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБОБЩЕННОЙ $F(R, T)$ – ГРАВИТАЦИИ С $f$ -ЭССЕНЦИЕЙ

**Назарова Нүргүл Ғарімжанқызы**

[nazarova080618@gmail.com](mailto:nazarova080618@gmail.com)

Магистрант 1-курса специальности 7М05304 – Физика,  
кафедра общей и теоретической физики,  
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан  
Научный руководитель – Ержанов К.К., Алтайбаева А.Б.

Для описания наблюдаемого ускоренного расширения Вселенной часто используют обобщение общей теории относительности. В частности, используется обобщение в виде  $F(R, T)$  модели гравитации. Как обобщение более высокого порядка можно учесть наличие фермионной материи в модели. Таким образом рассмотрим обобщенную  $F(R, T)$  космологическую модель с фермионным полем в виде  $f$ -эссенции

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{2} h(u) F(R, T) + Y - V(u) \right\}, \quad (1)$$

здесь  $Y = \frac{i}{2} [\bar{\psi} \Gamma^\mu (\partial_\mu - \Omega_\mu) \psi - \bar{\psi} (\partial_\mu + \Omega_\mu) \Gamma^\mu \psi]$  – канонический кинетический член.

Это действие можно переписать в рамках ФРУ метрики как

$$S = \int d^4x a^3 \left( \frac{1}{2} h(u) F(R, T) - \frac{h F_R}{2} \left( R - 6 \left( \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) - u \right) - \frac{h F_T}{2} \left( T - 6 \frac{\dot{a}^2}{a^2} - v \right) + Y - V \right). \quad (2)$$

Запишем лагранжиан этой модели в виде:

$$L = \frac{h a^3}{2} (F - T F_T - R F_R + u F_R + v F_R) + 3 h a \dot{a}^2 (F_T - F_R) - 3 h \dot{a} a^2 (\dot{R} F_{RR} + \dot{T} F_{RT}) - 3 h' (\dot{\bar{\psi}} \psi + \bar{\psi} \dot{\psi}) \dot{a} a^2 F_R + a^3 Y - a^3 V. \quad (3)$$

Подставляя полученный лагранжиан в уравнения Эйлера-Лагранжа получим в частности следующее уравнение по масштабному фактору

$$\begin{aligned} \frac{h a^3}{2} (-F_{TR} T - F_{RR} R) + 3 h a \dot{a}^2 (F_{TR} - F_{RR}) &= -3 h \ddot{a} a^2 F_{RR} - 6 h a \dot{a}^2 F_{RR}, \\ \frac{1}{2} (-T F_{TR} - F_{RR} R) + 3 \frac{\dot{a}^2}{a^2} (F_{TR} - F_{RR}) &= -3 \frac{\ddot{a}}{a} F_{RR} - 6 \frac{\dot{a}^2}{a^2} F_{RR}, \\ \frac{1}{2} (T F_{TR} + R F_{RR}) - 3 \dot{H} F_{RR} - 6 H^2 F_{RR} - 3 H^2 F_{TR} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение фермионного поля для этой модели будет иметь вид

$$\dot{\bar{\psi}} + i h' \left( \frac{F}{2} - \frac{1}{2} (T F_T + R F_R) + 3 H^2 (F_R + F_T) + 3 H^2 F_R + 3 \dot{H} F_R \right) \bar{\psi} \gamma^0 - i V' \bar{\psi} \gamma^0 + \frac{3}{2} H \bar{\psi} = 0. \quad (5)$$

Как дополнительное уравнение возможно использовать условие минимальной энергии, которое будет иметь вид

$$\begin{aligned} & \frac{3\dot{a}^2}{a^2}(F_T - F_R) - \frac{1}{2}(F - TF_T - RF_R) - \frac{3\dot{h}}{h} \frac{\dot{a}}{a} F_R - 3 \frac{\dot{a}}{a} (F_{RR}\dot{R} + \dot{T}F_{RT}) + \frac{V}{h} = \\ & = 3H^2(F_T - F_R) - \frac{1}{2}(F - TF_T - RF_R) - \frac{3\dot{h}}{h} HF_R - 3H(F_{RR}\dot{R} + \dot{T}F_{RT}) + \frac{V}{h} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Имеющихся уравнений недостаточно для решения, так как число переменных здесь больше чем число уравнений. Восполнить недостающее количество можно с помощью свойств симметрии. В частности, система уравнений, полученная из симметрии Неттер будет иметь вид:

$$\begin{aligned} & \dot{a}^2: \\ & \alpha 3h(F_T - F_R) + \beta 3ha(F_{TR} - F_{RR}) + \gamma 3ha(F_{TT} - F_{RT}) + \alpha_a 6ha(F_T - F_R) - \\ & - \beta_a 3ha^2 F_{RR} - \gamma_a 3a^2 h F_{RT} - \delta_a 3h' \bar{\psi} a^2 F_R - \epsilon_a 3h' \psi a^2 F_R = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \dot{R}^2: \\ & -3\alpha_R ha^2 F_{RR} = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \dot{T}^2: \\ & -3\alpha_T ha^2 F_{RT} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \dot{\psi}^2: \\ & -\alpha_\psi 3h' a^2 F_R \bar{\psi} = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \dot{\bar{\psi}}^2: \\ & -\alpha_{\bar{\psi}} 3h' a^2 F_R \psi = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \dot{a}\dot{R}: \\ & -\alpha 6ha F_{RR} - \beta 3ha^2 F_{RRR} - \gamma 3ha^2 F_{RRT} - \alpha_a 3ha^2 F_{RR} + \alpha_R 6ha(F_T - F_R) - \\ & - \beta_R 3ha^2 F_{RR} - \gamma_R 3ha^2 F_{RT} - \delta_R 3h' \bar{\psi} a^2 F_R - \epsilon_R 3h' \psi a^2 F_R = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \dot{a}\dot{T}: \\ & -\alpha 6ha F_{RT} - \beta 3ha^2 F_{RRT} - \gamma 3ha^2 F_{RTT} - \alpha_a 3ha^2 F_{RT} + \alpha_T 6ha(F_T - F_R) - \\ & - \beta_T 3ha^2 F_{RR} - \gamma_T 3ha^2 F_{RT} - \delta_T 3h' \bar{\psi} a^2 F_R - \epsilon_T 3h' \psi a^2 F_R = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \dot{a}\dot{\psi}: \\ & -\alpha 6h' \bar{\psi} a F_R - \epsilon 3h' a^2 F_R - \gamma 3h' a^2 F_{RT} \bar{\psi} - \beta 3h' a^2 F_{RR} \bar{\psi} + \alpha_\psi 6ha(F_T - F_R) - \\ & - \beta_\psi 3ha^2 F_{RR} - \gamma_\psi 3ha^2 F_{RT} - \delta_\psi 3h' \bar{\psi} a^2 F_R - \epsilon_\psi 3h' \psi a^2 F_R = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \dot{a}\dot{\bar{\psi}}: \\ & -\alpha 6h' \psi a F_R - \delta 3h' a^2 F_R - \gamma 3h' a^2 F_{RT} \psi - \beta 3h' a^2 F_{RR} \psi + \alpha_{\bar{\psi}} 6ha(F_T - F_R) - \\ & - \beta_{\bar{\psi}} 3ha^2 F_{RR} - \gamma_{\bar{\psi}} 3ha^2 F_{RT} - \delta_{\bar{\psi}} 3h' \bar{\psi} a^2 F_R - \epsilon_{\bar{\psi}} 3h' \psi a^2 F_R = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \dot{R}\dot{T}: \\ & -\alpha_T 3ha^2 F_{RR} - \alpha_R 3ha^2 F_{RT} = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \dot{R}\dot{\psi}: \\ & -\alpha_R 3h' \bar{\psi} a^2 F_R - \alpha_\psi 3ha^2 F_{RR} = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\dot{R}\dot{\psi}: \quad -\alpha_R 3h'\psi a^2 F_R - \alpha_{\bar{\psi}} 3ha^2 F_{RR} = 0, \quad (18)$$

$$\dot{T}\dot{\psi}: \quad -\alpha_T 3h'\bar{\psi} a^2 F_R - \alpha_{\psi} 3ha^2 F_{RT} = 0, \quad (19)$$

$$\dot{T}\dot{\bar{\psi}}: \quad -\alpha_T 3h'\psi a^2 F_R - \alpha_{\bar{\psi}} 3ha^2 F_{RT} = 0, \quad (20)$$

Эта система уравнений слишком сложна для получения общего решения. Но возможно найти ее частные решения. Одним из таких частных решений этой системы уравнений для данной модели будет степенная модель с масштабным фактором в виде

$$a(t) = \left( \frac{2}{-nt a_0 + 9t a_0 + 2C_1} \right)^{\frac{2}{9+n}}. \quad (21)$$

Здесь  $n$ ,  $a_0$ ,  $C_1$  - константы.

То есть здесь показано что исследуемая обобщенная космологическая модель, может описать не только, например, эволюцию ранней Вселенной в момент первоначальной инфляции. Но и современное состояние Вселенной, которое описывается степенной моделью. В частности, данная модель описывает как пылевидную стадию состояния Вселенной, так и радиационный этап ее эволюции.

*Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан AP08957287.*

#### Список использованных источников

1. R. Myrzakulov. FRW Cosmology in  $F(R, T)$  gravity. European physical journal C, 72, N11, 2203 (2012). [arXiv:1207.1039]
2. M. Sharif, S. Rani, R. Myrzakulov. Analysis of  $F(R, T)$  Gravity Models Through Energy Conditions. Eur. Phys. J. Plus, 128, N11, 123 (2013). [arXiv:1210.2714]
3. A. Pasqua, S. Chattopadhyay, R. Myrzakulov. A dark energy with higher order derivatives of H in the modified gravity  $f(R, T)$ . ISRN High Energy Phys. 2014 (2014) 535010. [arXiv:1306.0991]
4. K. Bamba, R. Myrzakulov, O. Razina, K. Yerzhanov. Cosmological evolution of equation of state for dark energy in g-essence models. International journal of modern physics D, V. 22 (6), 1350023, 2013