УДК 834

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНФЛЯЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ СО СКАЛЯРНЫМИ ПОЛЯМИ

Коптлеулов Едыль Алматович
Bring0THEwall@gmail.com
Студент 4 курса специальности 5В060400-Физика, кафедра общей и теоретической физики, ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – О.В. Разина

Модели со скалярными полями широко исследуются в современной космологии, с их помощью можно получить ускоренное расширение Вселенной и более сложную динамику Вселенной. Скалярное поле может быть ответственно, как за ускоренный, так и за замедленный режимы развития Вселенной. Вблизи минимума инфляционного потенциала условия инфляции нарушаются, и Вселенная может выйти из режима инфляции. Обычно, инфляционный случай на ранних этапах развития Вселенной характеризуется квази-экспоненциальным коэффициентом расширения, т.е., $\frac{d(H^{-1})}{dt} \ll 1,$ который предполагает состояние медленного скатывания [1-5]

$$\dot{\varphi}^2 \ll V(\varphi), \qquad (1)$$

Следовательно, мы можем определить первый параметр медленного скатывания, обозначаемый как ϵ

$$\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{3\dot{\varphi}^2}{\dot{\varphi}^2+2V(\varphi)}, \tag{2}$$

с такими минимальными требованиями для разработки инфляции $|\epsilon| \ll 1$.

Если мы воспользуемся уравнениями Фридмана, то сможем обнаружить первый порядок параметра медленного скатывания, обозначаемого как $\epsilon_{V.}$ который зависит только от потенциала V(φ)

$$\epsilon \approx \frac{3\dot{\varphi}^2}{2V(\varphi)} = \frac{1}{2k}\left(\frac{V_{,\varphi}}{V}\right)^2 \equiv \epsilon_V, \tag{3}$$

Если мы найдем производную по космическому времени, то сможем обнаружить второй параметр медленного скатывания, обозначаемый как η, который гарантирует медленное изменение ϵ во времени

$$\dot{\epsilon} = 2\frac{\dot{H}^2}{H^3} - \frac{\ddot{H}}{H^2} = 2H\epsilon(\epsilon-\eta), \eta \equiv -\frac{\ddot{\varphi}}{H\dot{\varphi}}, \tag{4}$$

Аналогичным образом в случае ϵ_V, мы можем обнаружить η_V, который зависит только от потенциала. Используя уравнения Фридмана, получим

$$\eta_V = \eta + \epsilon \approx \frac{1}{k}(\frac{V_{,\varphi\varphi}}{V}), \tag{5}$$

где $V_{,\varphi\varphi}$=$\frac{d^2V}{d\varphi^2}$.

Эти параметры медленного скатывания описывают динамику инфляции и наблюдаемые особенности разных моделей. На самом деле, мы можем написать следующие спектральные индексы в терминах параметров медленного скатывания

$$n_S - 1 = \frac{d\ln(\Delta_S^2)}{d\ln(k)} = -4\epsilon + 2\eta \approx -6\epsilon_V + 2\eta_V \tag{6a}$$

$$n_T = \frac{d\ln(\Delta_T^2)}{d\ln(k)} = -2\epsilon \approx -2\epsilon_V \tag{6b}$$

$$r_* = \frac{\Delta_T^2(k_*)}{\Delta_S^2(k_*)} = 16\epsilon \approx 16\epsilon_V, \tag{6c}$$

где Δ_S и Δ_T есть безразмерный скалярный и тензорный энергетические спектры, соответственно; n_S это скалярный спектральный индекс, n_T это тензорный спектральный индекс и r_* это соотношение тензор-скаляр в масштабе k_* Вариация медленного скатывания дает N как

$$N = \int_{t_1}^{t_2} H dt = \int_{\varphi_{end}}^{\varphi} \frac{H}{\dot{\varphi}} d\varphi \approx k \int_{\varphi_{end}}^{\varphi} \frac{V(\varphi')}{V_\varphi(\varphi')} d\varphi', \tag{7}$$

Уравнения движения для полной теории, в представлении материи, может быть получено из следующего действия

$$S_{GR} = \int d^4x \sqrt{-g}(\frac{R}{2k} + \mathcal{L}_m) \tag{8}$$

Исследуем метрику Фридмана-Робертсона-Уокера в сферических координатах

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2\left(\frac{d^2r}{1-Kr^2} + r^2dr^2(d\theta^2 + sin^2(\theta)d\phi^2)\right). \quad (9)$$

Запишем следующие уравнения Фридмана для давления и плотности

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \quad (10)$$

$$3H^2 = \rho. \quad (11)$$

Далее, получим и запишем уравнение Клейна-Гордона

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V_{\varphi} = 0 \quad (12)$$

В конечном итоге получаем и записываем уравнение сохранения

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (13)$$

где

$$p = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V, \quad (14)$$

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V. \quad (15)$$

Рассмотрим 1-й пример, где эволюция Вселенной подчиняется степенной функции масштабного фактора

$$a = a_0 t^{\alpha}, \quad (16)$$

где $a_0 > 0$ и $\alpha > 1$.

Для того что бы найти вид функции скалярного поля попарно сложим (14) и (15), затем (10) и (11)

$$p + \rho = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V = \dot{\varphi}^2 \quad (17)$$

$$p + \rho = -3H^2 - 2\dot{H} + 3H^2 = -2\dot{H} \quad (18)$$

Далее приравняем их и найдем параметр Хаббла

$$-2\dot{H} = \dot{\varphi}^2 \quad (19)$$

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (20)$$

Для того что бы определить параметр Хаббла, найдем первую производную по времени

$$\dot{a} = a_0\alpha t^{\alpha-1}, \quad (21)$$

$$H = \frac{a_0\alpha t^{\alpha-1}}{a_0 t^{\alpha}} = \frac{\alpha}{t}, \quad (22)$$

$$\dot{H} = -\frac{\alpha}{t^2}. \quad (23)$$

$$\dot{\varphi}^2 = -2\cdot\left(-\frac{\alpha}{t^2}\right) = \frac{2\alpha}{t^2}, \tag{24}$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\sqrt{2\alpha}}{t}, \tag{25}$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\sqrt{2\alpha}}{t}, \tag{26}$$

$$\int d\varphi = \int \frac{\sqrt{2\alpha}}{t} dt, \tag{27}$$

$$\varphi = \sqrt{2\alpha}\ln t + \ln\beta = \ln(\varphi_0 t^{\sqrt{2\alpha}}), \tag{28}$$

где φ_0 – константа интегрирования.

$$V_\varphi = -\ddot{\varphi} - 3H\dot{\varphi}, \tag{29}$$

$$\ddot{\varphi} = \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{t}\right)_t = -\frac{\sqrt{2\alpha}}{t^2}, \tag{30}$$

$$V_\varphi = \frac{\sqrt{2\alpha}}{t^2} - 3\frac{\alpha}{t}\cdot\frac{\sqrt{2\alpha}}{t} = \frac{\sqrt{2\alpha}}{t^2}(1-3\alpha), \tag{31}$$

$$\frac{dV}{d\varphi} = \frac{\sqrt{2\alpha}}{t^2}(1-3\alpha), \tag{32}$$

$$V = 2\alpha(1-3\alpha), \tag{33}$$

$$V = \frac{-2\alpha(1-3\alpha)}{2t^2} + V_0 = \frac{-\alpha(1-3\alpha)}{t^2} + V_0, \tag{34}$$

Найдем потенциал скалярного поля используя уравнение Клейна-Гордона (10) где V_0 − константа интегрирования.

$$\varphi = \ln(\varphi_0 t^{\sqrt{2\alpha}}), \tag{35}$$

$$t = \left(\frac{e^\varphi}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{\sqrt{2\alpha}}}, \tag{36}$$

$$p = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V = \frac{\alpha(2-3\alpha)}{t^2} - V_0, \tag{37}$$

$$p = -3H^2 - 2\dot{H} = \frac{\alpha(2-3\alpha)}{t^2}, \tag{38}$$

$$\rho = 3H^2 = 3\frac{\alpha^2}{t^2}, \tag{39}$$

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V = -\frac{\alpha(2-3\alpha)}{t^2}, \tag{40}$$

$$\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{\alpha}{t^2}\cdot\frac{t^2}{\alpha^2} = \frac{1}{\alpha}, \tag{41}$$

$$\eta = -\frac{\ddot{\varphi}}{H\dot{\varphi}} = \frac{\frac{\sqrt{2\alpha}}{t^2}}{\frac{\alpha}{t}\cdot\frac{\sqrt{2\alpha}}{t}} = \frac{\frac{\sqrt{2\alpha}}{t^2}}{\frac{\alpha\sqrt{2\alpha}}{t^2}} = \frac{\sqrt{2\alpha}}{\alpha\sqrt{2\alpha}} = \frac{1}{\alpha} \tag{42}$$

$$\epsilon_V = \frac{3\dot{\varphi}^2}{2V} = \frac{3\frac{2\alpha}{t^2}}{-\frac{\alpha(1-3\alpha)}{t^2}} = \frac{3}{3\alpha - 1}, \quad (43)$$

$$\eta_V = \epsilon + \eta = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} = \frac{2}{\alpha} \quad (44)$$

Далее, используя полученные уравнения мы попытаемся найти 1-й и 2-й параметры медленного скатывания

Далее мы найдем соответствующие им тензорный, скалярный спектральные индексы, а также соотношение тензор-скаляр в масштабе r_*.

$$n_S - 1 = -4\epsilon + 2\eta = -\frac{4}{\alpha} + \frac{2}{\alpha} = -\frac{2}{\alpha}, \quad (45)$$

$$n_T = -2\epsilon = -\frac{2}{\alpha}, \quad (46)$$

$$r_* = 16\epsilon = \frac{16}{\alpha}, \quad (47)$$

Мы исследовали параметры медленного скатывания в ОТО. Для рассматриваемой модели нашли уравнения движения, решения для масштабного фактора. А также изучили параметры медленного скатывания. Для этой модели параметры медленного скатывания удовлетворяют условию необходимости возникновения инфляции. В итоге также получили спектральные индексы.

Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан AP08052034.

Список использованных источников

1. Xu M. X., Harko T. and Liang S. D. Quantum Cosmology of f(R, T) gravity // The European Physical Journal C. – 2016. – Vol 76. – P. 449.
2. Bhattacharjee S., Santos J. R. L., Moraes P. H. R. S. and Sahoo P. K. Inflation in f(R, T) gravity // The European Physical Journal Plus. – 2020. – Vol. 135, N7. – P. 576.
3.Friedmann A. Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes // Zeitschrift für Physik. – 1924. – Vol. 21. – P. 326-332.
4.Myrzakulov R. FRW cosmology in F(R,T) gravity // The European Physical Journal C. – 2012. – Vol. 72. – P.2203.
5.Golovnev A. and Guzman M. J. Bianchi identities in f(T) gravity: Paving the way to confrontation with astrophysics // Physics Letters B. – 2020. – Vol. 810. – P. 135806.