УДК 62.01.4

АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИАГНОСТИКИ БОРТОВЫХ КОМПЛЕКСОВ ОБОРУДОВАНИЯ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ

Байбақты Ерназ Нұрланұлы
ktit130201@gmail.com
Студент 2-го курса кафедры Космическая техника и технологии,
ЕНУ им. Л. Н. Гумилева, Нур - Султан, Казахстан.
Научный руководитель – Жумабаева А.С.

Оценка состояния сложных систем бортового комплекса оборудования воздушных судов (БКО ВС) представляет собой многоитерационный процесс, лежащий в основе системы эксплуатации.

Организация сложного процесса эксплуатации БКО ВС, содержащего в себе процесс контроля технического состояния, требует создания диагностических систем управления этим процессом для реализации упреждающих технологий обслуживания. Исследование этих процессов управления в работе проводилось в рамках технической диагностики в терминах результирующего поведения системы БКО ВС. Решение проблемы оценки состояния этой системы проводилось, исходя из аксиомы, что система представляет совокупность функционально простых блоков, называемых ее образующими.

Подход будет основан на *дедукции*, а не индукции по результатам наблюдений. Для решения задач оценки состояния систем БКО ВС введем ряд начальных допущений, т. е. аксиом.

Выбирая аксиомы, будем вводить радикальные прощения. Основная цель в данной статье заключается в построение логической системы, по возможности простой, позволяющей прийти к результатам, которые отражали бы некоторые свойства обучаемости и памяти специалиста по техническому обслуживанию.

В нашем случае, наиболее важные аксиомы - это те, которые характеризуют среду, порождающую сенсорные входные сигналы. Последние будут предполагаться существенно структурированными и, как ниже будет показано в рамках теории образов, обладающими регулярной структурой.

Допущение о высокой структурированности среды с БКО, входящей в состав макросистемы « Техническая эксплуатация» - Р, относится к числу основополагающих.

Признаки g формируются из *частичных признаков* различных типов. Для каждого типа v значениями подвектора $a^v(g)$ будут булевы векторы конечной, но часто очень высокой размерности. Следовательно, любая компонента $f_i^v(g)$ вектора $a^v(g)$ может принимать лишь два значения: ИСТИНА и ЛОЖЬ; поэтому f_i - бинарные признаки, а вектор $a^v(g)$ интегрирует измеримые параметры для оценки состояния образующей g.

Тип признака может иметь различные физические интерпретации: приведем несколько примеров.

v=1: локализационный тип, характеризующий расположение отмеченной точки образующей g в пространстве R^3**.**

ν =2*: ориентационный тип,* характеризующий ориентацию g, например, с помощью двух углов или единичного вектора.

ν = 3*: объемный тип,* указывающий множество, покрываемое g со стандартными расположением и ориентацией.

На основе этих трех типов признаков можно вычислить другие производные признаки, например, такие, как $V(g)$ - множество в пространстве R^3, покрываемое образующей g при заданной ориентации, и т. п. Кроме того, можно определять объем $m[V(g)]$, наибольший диаметр g и площадь ее поверхности. Две последние характеристики представляют собой примеры инвариантных частичных признаков.

Из конечномерности и булевой природы вектора $a^v(g)$ следует, что мы пользуемся некоторым конечным описанием микромира. Это не имеет значения для последующего - можно было бы пользоваться не прерывным описанием - это вопрос лишь математического удобства. Поскольку признаки будут иметь очень высокую размерность, различие кажется практически несущественным.

Если заданы две образующие g и g′ и известны векторы $a^v(g)$ и $a^v(g')$ для ν = 1, 2, то можно определить совместные производные признаки, такие, как угол, образованный двумя отмеченными осями образующих g и g′ соответственно. Если g и g′ имеют анатомическую интерпретацию, например плечо и предплечье гибкой куклы из палочек, то можно определить угол соединения в локте. Аналогично обстоит дело в случае производных признаков, включающих более чем две образующие.

v = 4: *зрительный тип.* Свет, порождаемый образующей g, будет характеризоваться двумя величинами – длиной волны и интенсивностью.

v = 5: звуковой тип. Он описывает высоту тона, силу и другие характеристики звука, издаваемого g.

v = 6: *текстурный тип.* Эти частичные признаки описывают автокорреляционные свойства распределения представленных в мелком масштабе высот на поверхности, ограничивающей множество V(g), или, что эквивалентно, спектральную функцию распределения.

ν = 7: *температурный тип.* С помощью этого типа частичных признаков характеризуется тепло, излучаемое образующей g проводимое от нее.

Для оценки состояния образующих и конфигураций введем следующие аксиомы.

Аксиома 1. *Полное пространство признаков среды с БКО, в которой действует макросистема ТЭ – Р, представляет собой прямое произведение*

$$A = A^1 \times A^2 \times A^3 \times ..... \tag{1}$$

пространств признаков A^ν, входящих в него систем, каждая из которых, в свою очередь, состоит из конечномерных булевых векторов ($f_i^\nu, i = 1, 2, ...$).

Для представления инвариантностей постоянных взаимосвязей, существующих в БКО, в котором действует Ω, введем отображения *G*→*G* –преобразования подобия. Они отражают то обстоятельство, что и системы БКО, и их комбинации существуют независимо от систем координат, используемых в пространствах признаков. В данном случае координаты представляют собой не просто некоторые координаты в опорном пространстве $X=R^3$, т. е. физическом пространстве, но также и системы отсчета, используемые для представления.

Чтобы придать нашим рассуждениям конкретный характер, будем считать преобразования подобия *S* группой переносов в R^3 или соответствующей подгруппой, но следует заметить, что можно вводить и преобразования других видов, например повороты (или некоторую их подгруппу) или равномерные изменения масштаба (или некоторую их подгруппу). Если к тому же время присутствует в структуре образа в явном виде, то преобразования подобия могут включать также время.

При этом потребуем, чтобы преобразования подобия *S* удовлетворяли следующей аксиоме.

Аксиома 2. *Группа преобразований подобия S являемся конечной* в *абелевой, сохраняем инвариантность индекса класса образующих α(g):*

$$\alpha(sg) = \alpha(g), \forall s \text{ и g} \tag{2}$$

и отображаем каждое A^ν в A^ν.

Аксиома 3. *Рассмотрим все конфигурации $c=(g_1, g_2, ..., g_n)$, регулярные относительно $\Re$, где n – любое натуральное число. Под потенциальной средой будем понимать среду, состоящую исключительно из этих конфигураций:*

$$C = b(\Re) = \bigcup_{n=1}^{\infty} b_n(\Re) \tag{3}$$

Среда для Р не определяет целиком регулярность $\Re$ - эти правила лишь ограничивают возможные конфигурации множеством $b(\Re)$, но не говорят нам о том, какова вероятность появления при техническом обслуживании той или иной конфигурации. Для уточнения этой ситуации требуется некоторая мера Q в пространстве конфигураций, позволяющая судить о них и о их состоянии относительно регулярных. Тогда следующая аксиома вводит Q.

Аксиома 4. *Статистическая среда для* Ω *задается как*

$$C = \left(b\left(\Re\right), Q\right), \tag{4}$$

где Q – некоторая вероятностная мера, заданная на множестве $b\left(\Re\right)$ *допустимых конфигураций.*

Вид распределения вероятностной мерой Q на множестве $b\left(\Re\right)$, определяет то, как P будет исследовать свою среду. Так, Ω будет встречать только те конфигурации, которые принадлежат носителю Q, и поэтому естественно ввести опыт P(exp(Ω)):

$$\text{exp(P)-носитель } Q \subseteq b\left(\Re\right). \tag{5}$$

Естественно, будем считать, что с течением времени регулярность $\Re$ не изменяется. Это означает, что потенциальная среда $b\left(\Re\right)$ не обнаруживает никаких тенденций, свойственных длительным периодам у временных рядов.

Если Q вообще не включает время, то мы будем говорить о *стационарной статической* среде. Конфигурации в таком случае будут получаться независимо из exp(P). При этом имеет смысл рассматривать вероятность того, что Ω встретится с n объектами:

$$q_n = Q\left[\#\left\{g \middle| g \in c\right\} = n\right], \tag{6}$$

а также условное распределение на $b_n\left(\Re\right)$ для заданного числа образующих:

$$Q_n\left(E\right) = Q\left\{E \middle| \#\left\{g \middle| g \in c\right\} = n\right\}, \tag{7}$$

Если P встречается с различными конфигурациями, то Q определяет частоту появления возможных конфигураций. Последовательные конфигурации можно рассматривать как некоторый случайный процесс c(t), принимающий значения из $b\left(\Re\right)$ и характеризующийся кусочно-постоянными реализациями. Значения c(t) тождественно независимо распределены в соответствии с Q при фиксированных значениях t, принадлежащих различным интервалам, на каждом из которых c(·) постоянен. Q является их безусловным (одномерным) распределением. Вес, присвоенный некоторому определенному $c \in b\left(\Re\right)$, будет тогда зависеть от того, сколько долго он может оставаться постоянным в процессе изучения.

Если некоторая конфигурация $c = \left(g_1, g_2, ..., g_n\right)$ остается фиксированной в течении некоторого промежутка времени $\left(t, t + \Delta t\right)$, то она представляет статическую среду, причем если отрезок Δt мал, краткосрочную. Подобные конфигурации будут следовать одна за другой.

Аксиома 5. *Функция конфигурации c(t) является кусочно-постоянной на временных интервалах длины* Δt. *Значение c (t)определяется аксиомой E4.*

Наблюдательные возможности P будут выражены через отношение идентификации R.

Аксиома 6. *Две регулярные конфигурации c и c', принадлежащие* $c \in b\left(\Re\right)$, *идентифицируются по модулю R, если #(c)=#(c'), когда существует нумерация их соответствующих образующих такая, что* $g_i = g_i'$ *i=1,2…,#(c), и когда их внешние связи одинаковы при использовании одинаковой нумерации.*

Тогда $b(\Re)/R$ образуют алгебру изображений, и можно сформировать образы, которые Р наблюдает в идеальных условиях.

Переходя к конкретному языку для формализации знаний в Р, воспользуемся языком исчисления предикатов первого порядка.

Высказывания относительно С будут строиться на основе последовательного использования все более сложных комбинаций признаков. *Простым высказыванием* мы будем называть всякую *дизъюнкцию* простых признаков

$$\Pi = \Pi(g) = \underset{(\nu,i)\in F}{V} \quad f^{\nu}i(g) \;, \tag{8}$$

где F - некоторое множество пар (ν,i). В качестве соответствующих примеров приведем следующие простые высказывания на естественном языке:

«расположено в x_1 или x_2 или x_3»; (9)

Если П – простое высказывание, то его можно отождествить с его множеством истинности в G:

$$\{g \mid \Pi(g) = ИСТИНА\} \subset G$$

Дизъюнкция признаков соответствует, конечно, объединению множеств. Тогда определенные совокупности объектов можно описать с помощью относящихся к ним высказываний.

В случае описания совокупности объектов, которые обладают набором разнотипных признаков необходимо ввести сложные высказывания.

В качестве первого шага введем *сложные высказывания второго порядка как*

$$C = C(g) = V\left[f_i^{\nu}(g) \wedge f_i^{\mu}(g) \right],$$

где дизъюнкция берется по некоторому множеству F четверок (ν,i,μ,j). Такое высказывание позволяет справиться с последними двумя совокупностями объектов в (6.1.12), но нес первой. В более общем виде, мы определим *сложные высказывания порядка μ как*

$$C = C(g) = \underset{F}{V}\left[f_{i_1}^{\nu_i}(g) \wedge f_{i_2}^{\nu_2}(g) \wedge \ldots \wedge f_{i_\mu}^{\nu_\mu}(g) \right] \tag{10}$$

Другими словами, работаем с *логикой признаков* порядка μ, за исключением того, что поменялось местами роли дизъюнкций и конъюнкций. Как хорошо известно, между конъюнктивными и дизъюнктивными нормальными формами булевых выражений существует двойственность. Эти формы связаны друг с другом через отрицание. Поскольку обе формы математически эквивалентны, то выбор одной из них - просто вопрос удобства. В нашем случае, однако, это важный вопрос, так как необходимо ограничить сложность формы либо в терминах дизъюнкций, как это сделано здесь, либо, наоборот, посредством ограничения конъюнкций. Тогда вопрос сводится к тому, что естественнее для описания C(Ω) -конъюнкция или дизъюнкция ограниченной сложности. Выбран второй путь, но следовало бы остановиться на этом подробнее. Значение μ характеризует структурную сложность высказывания, а мощность множества *F* характеризует числовую сложность высказывания *C*.

Все это относится к случаю единственной образующей и также, естественно, к одноатомной конфигурации. Для произвольной регулярной конфигурации

$$c = (g_1, g_2, ..., g_n) \in b_n(\Re) \tag{11}$$

и соответствующего ей идеального изображения определим сложные высказывания порядка μ в подпространстве конфигураций $b(\Re)$ как

$$C = C(g) = \underset{F}{V}\left[f_{i_1}^{\nu_i}(g_{j_1}) \wedge f_{i_2}^{\nu_2}(g_{j_1}) \wedge ... \wedge f_{i_\mu}^{\nu_\mu}(g_{j_\mu}) \right], \tag{12}$$

где F – некоторое множество значений $(\nu_1, i_1, j_1, \nu_2, i_2, j_2, ..., \nu_\mu, i_\mu, j_\mu)$. Здесь диапазон значений I определяется типами признаков; для заданного ν значение i самое большее равно размерности A, a j принимает значение между 1 и n=#(c).

При формировании высказываний типа (10) и (12) множество бинарных признаков *Ф* $= \{f_i^\nu\}$ можно расширить за счет включения в него их отрицаний.

Высказывания самого общего вида записывается в соответствии (10) и (12) в зависимости от того, имеем ли мы дело с единственной образующей или конфигурацией, причем число признаков в конъюнкции не ограничивается. Тогда получим высказывания с неограниченной структурной сложностью.

Таким образом, рассматривая как исходные определенные предикаты -бинарные признаки, формируются более сложные предикаты. Это приводит непосредственно к исчислению предикатов первого порядка (при добавлении двух кванторов - квантора существования ∃ и квантора общности ∀). Рассматривая некоторое *высказывание* в техническом смысле этого слова, в исчислении предикатов с переменными и индивидуальными логическими постоянными и сопоставляя его G или $b(\Re)$, можно говорить об его истинности или ложности в среде БКО являющимся окружением для P.

В качестве применения высказывания примеров рассмотрим следующие варианты:

1. Запишем высказывание, установившее, что две образующие g_1 и g_2 (параметры оценки состояния системы БКО) совпадают по одному, в частности, локализационному типу. Пусть, например, они совпадают на участке частотного спектра. Это можно представить как
2.

$$\underset{i}{V}\left\{\left[f_i^\nu(g_1) \wedge f_i^\nu(g_2)\right] V \left[\sim f_i^\nu(g_1) \wedge f_i^\nu(g_2)\right]\right\}, \tag{13}$$

поскольку при любом i обе образующие либо удовлетворяют этому признаку, либо нет. Высказывание имеет порядок μ= 2, так как в него входят парные конъюнкции. Здесь мы включили в высказывание отрицания признаков.

Для упрощения записи логических формул типа (13) мы будем писать $f' = f''$ для булевых выражений

$$(f' \wedge f'') V (\sim f' \wedge \sim f''), \tag{14}$$

имея в виду, что символ «=» обозначает здесь отношение для парных признаков.

Другим примером использования кванторов существования и общности для некоторых высказываний B, заданного на множестве образующих G для каждой системы БКО, факт наличия в потенциальной среде БКО какой-либо системы или объекта, для которого это высказывание справедливо, представляется следующим образом:

$$(\exists\ g)\ (B\ g) \tag{15}$$

подобным же образом, но заменив квантор $\exists$ квантором $\forall$, можно сформировать высказывание, утверждающее, что высказывание В справедливо для всех систем БКО.

Очень важным для оценки состояния объектов БКО является построение сложных высказываний с применением квантор общности, так например, если на G заданы два высказывания B_1 и B_2 и если предполагается, что B_1 является следствием B_2, то можно построить высказывание

$$(\forall g)\ (B_1(g)\square B_2(g)) \qquad (16)$$

В дальнейшем для целей диагностики нас будут интересовать отношения инвариантные относительно преобразований S /1/.

В результате предложенного в работе подхода может быть построено некоторое исчисление высказываний, позволяющих оценить состояние компонент, систем БКО ВС.

Список использованных источников

1.Столл Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории.- М.: Мир, 1980. – 285 с.