

ISSN (Print) 2616-6836  
ISSN (Online) 2663-1296

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

# ХАБАРШЫСЫ

---

**BULLETIN**

of L.N. Gumilyov Eurasian  
National University

**ВЕСТНИК**

Евразийского национального  
университета имени Л.Н. Гумилева

**ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ** сериясы

**PHYSICS. ASTRONOMY** Series

Серия **ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

№3(128)/2019

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

**Нұр-Сұлтан, 2019**

**Nur-Sultan, 2019**

**Нур-Султан, 2019**

*Бас редакторы:*  
ф.-м.ғ.д., профессор  
**А.Т. Ақылбеков** (Қазақстан)

*Бас редактордың орынбасары*

**Гиниятова Ш.Г.**, ф.-м.ғ.к., доцент  
(Қазақстан)

*Редакция алқасы*

<b>Арынгазин А.Қ.</b>	ф.-м.ғ. докторы(Қазақстан)
<b>Алдонгаров А.А.</b>	PhD (Қазақстан)
<b>Балапанов М.Х.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Бахтизин Р.З.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Даулетбекова А.Қ.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Ержанов Қ.К.</b>	ф.-м.ғ.к., PhD (Қазақстан)
<b>Жұмаділов Қ.Ш.</b>	PhD (Қазақстан)
<b>Здоровец М.</b>	ф.-м.ғ.к.(Қазақстан)
<b>Қадыржанов Қ.К.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Кайнарбай А.Ж.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Кутербеков Қ.А.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Лущик А.Ч.</b>	ф.-м.ғ.д., проф.(Эстония)
<b>Морзабаев А.К.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Мырзақұлов Р.Қ.</b>	ф.-м.ғ.д., проф.(Қазақстан)
<b>Нұрахметов Т.Н.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Сауытбеков С.С.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Салиходжа Ж.М.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Тлеукенов С.К.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Усеинов А.Б.</b>	PhD (Қазақстан)
<b>Хоши М.</b>	PhD, проф.(Жапония)

*Редакцияның мекенжайы:* 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Сәтбаев к-сі, 2, 349 б., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті.  
Тел.: +7(7172) 709-500 (ішкі 31-428)  
E-mail: vest\_phys@enu.kz

*Жауапты хатшы, компьютерде беттеген:* А. Нұрболат

**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің Хабаршысы.**  
**ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы**

Меншіктенуші: ҚР БЖҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК  
Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігінде 27.03.2018ж.  
№16999-ж тіркеу куәлігімен тіркелген.

Тиражы: 25 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Қажымұқан к-сі, 12/1, 349 б.,  
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті. Тел.: +7(7172)709-500 (ішкі 31-428)

*Editor-in-Chief*

Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor  
**A.T. Akilbekov** (Kazakhstan)

*Deputy Editor-in-Chief*

**Giniyatova Sh.G.**, Candidate of Phys.-Math. Sciences,  
Assoc. Prof. (Kazakhstan)

*Editorial Board*

<b>Aryngazin A.K.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Aldongarov A.A.</b>	PhD (Kazakhstan)
<b>Balapanov M.Kh.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
<b>Bakhtizin R.Z.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
<b>Dauletbekova A.K.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD (Kazakhstan)
<b>Hoshi M.</b>	PhD, Prof. (Japan)
<b>Kadyrzhanov K.K.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Kainarbay A.Zh.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Kuterbekov K.A.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Lushchik A.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Estonia)
<b>Morzabayev A.K.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Myrzakulov R.K.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Nurakhmetov T.N.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Sautbekov S.S.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Salikhodzha Z. M</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Tleukenov S.K.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Useinov A.B.</b>	PhD (Kazakhstan)
<b>Yerzhanov K.K.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD (Kazakhstan)
<b>Zdorovets M.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Zhumadilov K.Sh.</b>	PhD (Kazakhstan)

*Editorial address:* L.N. Gumilyov Eurasian National University, 2, Satpayev str., of. 349,  
Nur-Sultan, Kazakhstan 010008  
Tel.: +7(7172) 709-500 (ext. 31-428)  
E-mail: vest\_phys@enu.kz

*Responsible secretary, computer layout:* A.Nurbolat

**Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.**

**PHYSICS. ASTRONOMY Series**

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №16999-ж from 27.03.2018.

Circulation: 25 copies

Address of printing house: L.N. Gumilyov Eurasian National University, 12/1 Kazhimukan str.,  
Nur-Sultan, Kazakhstan 010008;

tel.: +7(7172) 709-500 (ext. 31-428)

*Главный редактор:*  
доктор ф.-м.н.  
**А.Т. Акилбеков**, доктор ф.-м.н., профессор (Казахстан)

*Зам. главного редактора*

**Ш.Г. Гиниятова** к.ф.-м.н., доцент  
(Казахстан)

*Редакционная коллегия*

<b>Арынгазин А.К.</b>	доктор ф.-м.н.(Казахстан)
<b>Алдонгаров А.А.</b>	PhD (Казахстан)
<b>Балапанов М.Х.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Бахтизин Р.З.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Даулетбекова А.К.</b>	д.ф.-м.н., PhD (Казахстан)
<b>Ержанов К.К.</b>	к.ф.-м.н., PhD (Казахстан)
<b>Жумадилов К.Ш.</b>	PhD (Казахстан)
<b>Здоровец М.</b>	к.ф.-м.н.(Казахстан)
<b>Кадыржанов К.К.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Кайнарбай А.Ж.</b>	к.ф.-м.н. (Казахстан)
<b>Кутербеков К.А.</b>	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Лущик А.Ч.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Эстония)
<b>Морзабаев А.К.</b>	д.ф.-м.н. (Казахстан)
<b>Мырзакулов Р.К.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Нурахметов Т.Н.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Сауытбеков С.С.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Салиходжа Ж.М</b>	к.ф.-м.н. (Казахстан)
<b>Тлеукунов С.К.</b>	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Усеинов А.Б.</b>	PhD (Казахстан)
<b>Хоши М.</b>	PhD, проф. (Япония)

*Адрес редакции:* 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2, каб. 349, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева.  
Тел.: (7172) 709-500 (вн. 31-428)  
E-mail: vest\_phys@enu.kz

*Ответственный секретарь, компьютерная верстка:* А. Нурболат

**Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.**  
**Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

Собственник РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК  
Периодичность: 4 раза в год

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казахстан.

Регистрационное свидетельство №16999-ж от 27.03.2018г.

Тираж: 25 экземпляров

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Кажимукана, 12/1, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева. тел.: +7(7172)709-500 (вн. 31-428)

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ  
ХАБАРШЫСЫ. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

№3(128)/2019

МАЗМҰНЫ

<i>Аймухамбетова А.С., Разина О.В., Цыба П.Ю., Мейрбеков Б.В.</i> Валецки типті космологиялық моделдің дәрежелі шешімі.	8
<i>Ахметова Г.А., Разина О.В., Цыба П.Ю., Мейрбеков Б.</i> Фермиондық және тахиондық өрістері бар космологиялық моделі	16
<i>Ақылбеков А., Скуратов В., Даулетбекова А., Гиниятова Ш., Сейтбаев А.</i> DC-60 циклотронында in-situ иондық люминесценцияны зерттеуге арналған қондырғыны жасау	26
<i>Абуова А.У., Ускенбаев Е., Инербаев Т.М., Абуова Ф.У., Абуова Г.У., Джунисбекова Д.А.</i> Техникалық мамандықтар оқытудың интерактивті әдістері	35
<i>Баубекова Г.М., Луцик А.Ч., Асылбаев Р.Н., Ақылбеков А.Т.</i> Жылдам ауыр иондармен сәулелендірілген MgO кристалдарындағы радиациялық ақау түзілуі	41
<i>Гриценко Л.В., Калкозова Ж.К., Кедрук Е.Ю., Мархабаева А.А., Абдуллин Х.А.</i> ZnO нанобөлшектерінің гидротермалды синтезі және олардың фотокаталитикалық қасиеттері	49
<i>Даулетбекова А., Ақылбекова А., Гиниятова Ш., Баймуханов З., Власукова Л., Ақылбеков А., Усеинов А., Козловский А., Карипбаев Ж.</i> SiO <sub>2</sub> /Si тректі матрицаларына электрлі тұндырылған ZnO нанокристалдарының құрылымы, электрлік қасиеттері және люминесценциясы	57
<i>Мырзакулов Н.А., Мырзакулова Ш.А.</i> Модификацияланған $F(T)$ гравитациясы мен Дирак өрісіндегі космологиялық шешімдер	67
<i>Жадыранова А.А., Ануарбекова Ы.Е.</i> $n = 3$ және $N = 2$ жағдайлары үшін $V_0 = 0$ болғандағы WDVV ассоциативтілік теңдеуінің иерархиясы	79
<i>Жангозин К.Н., Каргин Д.Б.</i> Тік қалақшалы жел турбиналарының қуатын арттыру жолдары туралы	86
<i>Жубатканова Ж.А., Мырзакулов Н.А., Мейрбеков Б.К.</i> Бранс-Дикке өрісі бар гравитацияның модификацияланған теориясының дербес жағдайы үшін космологиялық шешімдер	93
<i>Калкозова Ж.К., Тулегенова А.Т., Абдуллин Х.А.</i> Белсеңді фотолюминесценциялы цериймен легирленген (Y <sub>3</sub> Al <sub>5</sub> O <sub>12</sub> :Ce <sup>3+</sup> ) алюмоиттрийлік гранаттың жоғары дисперсиялық ұнтағын алу	102
<i>Рысқұлов А.Е., Иванов И.А., Кислицын С.Б., Углов В.В., Здоровец М.В.</i> Ni <sup>12+</sup> ауыр иондармен сәулелендірудің BeO керамикада ақаулардың қалыптасуына әсері	110
<i>Нуразметов Т.Н., Салиходжа Ж.М., Долломатов М.Ю., Жунусбеков А.М., Кайнарбай А.Ж., Дауренбеков Д.Х., Балтабеков А.С., Садыкова Б.М., Жанылысов К.Б., Юсупбекова Б.Н.</i> Аралас сілтілі металл сульфаттарының зоналық құрылымы және оптикалық спектрі	117
<i>Ногай А.А., Стефанович С.Ю., Салиходжа Ж.М., Ногай А.С.</i> Өткізгіштігі және диэлектриялық қасиеттері Na <sub>3</sub> Sc <sub>2</sub> (PO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub>	128
<i>Карипбаев Ж.Т., Мусаханов Д.А., Лисицын В.М., Голковский М.Г., Лисицына Л.А., Алпысова Г.К., Тулегенова А.Т., Ақылбеков А.Т., Даулетбекова А.К., Балабеков К.Н., Козловский А., Усеинов А.</i> Радиация өрісіндегі ИАГ және ИАГГ люминофорларының құрылымын зерттеу және синтездеу	138
<i>Касенов Д., Абуова А.У., Инербаев Т.М., Абуова Ф.У., Каптагай Г.А.</i> Физика-химиялық процестерді ғылыми тану әдісі ретінде модельдеу	147
<i>Еримбетова Д.С., Степаненко В.Ф., Видергольд А.В., Жумадилов К.Ш.</i> Радон концентрациясын зерттеудің қазіргі жағдайы	153
<i>Фаиз А.С., Абуова Ф.У., Шәкен Н., Абуова А.У., Джунисбекова Д.А., Байман Г.Б.</i> BiCuSeO оксиселенид - жаңа келешегі жоғары термоэлектрлік материал ретінде	160

BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY. PHYSICS.  
ASTRONOMY SERIES

№3(128)/2019

CONTENTS

<i>Aimukhambetova A.S., Razina O.V., Tsyba P.Yu., Meyirbekov B.V.</i> Power solution of the cosmological model of the Valecki type.	8
<i>Akhmetova G.A., Razina O.V., Tsyba P.Yu., Meirbekov B.</i> Cosmological model with fermion and tachyon fields	16
<i>Akilbekov A., Skuratov V., Dauletbekova A., Giniyatova Sh., Seitbayev A.</i> Creation of facility for in-situ measurement of high-energy ionoluminescence on cyclotron DC-60	26
<i>Abuova A.U., Uskenbaev E., Inerbaev T.M., Abuova F.U., Abuova G.U., Junisbekova D.A.</i> Interactive methods of teaching physics in technical speciality	35
<i>Baubekova G.M., Lushchik A.Ch., Asylbaev R.N., Akilbekov A.T.</i> Creation of radiation defects in MgO crystals irradiated with swift heavy ions	41
<i>Gritsenko L.V., Kalkozova Zh.K., Kedruk Y.U., Markhabaeva A.A., Abdullin Kh.A.</i> Hydrothermal synthesis of ZnO nanoparticles and their photocatalytic properties	49
<i>Dauletbekova A.K., Akylbekova A., Giniyatova Sh., Baimukhanov Z., Vlasukova L., Akilbekov A., Usseinov A., Kozlovskii A., Karipbayev Zh.</i> Structure, electrical properties and luminescence of ZnO nanocrystals deposited in SiO <sub>2</sub> /Si track templates	57
<i>Myrzakulov N.A., Myrzakulova Sh.A.</i> Cosmological solutions of modified $F(T)$ gravity with Dirac field	67
<i>Zhadyranova A.A., Anuarbekova Y.Ye.</i> Hierarchy of WDVV associativity equations for $n = 3$ case and $N = 2$ when $V_0 = 0$	79
<i>Zhangozin K.N., Kargin D.B.</i> About ways to increase the power of wind turbines with straight blades	86
<i>Zhubatkanova Zh.A., Myrzakulov N.A., Meirbekov B.K.</i> Cosmological solutions for particular case of modified theory of gravity with a Brans-Dicke field.	93
<i>Kalkozova Zh.K., Tulegenova A.T., Abdullin Kh.A.</i> National Nanotechnology Laboratory of open type, al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan	102
<i>Ryskulov A.E., Ivanov I.A., Kislitsin S.B., Uglov V.V., Zdorovets M.V.</i> The effect of Ni <sup>12+</sup> heavy ion irradiation on radiation defect formation in BeO ceramics	110
<i>Nurakhmetov T.N., Salikhodzha Zh.M., Dolomatov M.Y., Zhunusbekov A.M., Kainarbay A.Z., Daurenbekov D.H., Baltabekov A.S., Sadykova B.M., Zhangylyssov K.B., Yussupbekova B.N.</i> Band structure and optical spectra of mixed alkali metal sulfates	117
<i>Nogai A.A., Stefanovich S.Yu., Salikhodzha J.M., Nogai A.S.</i> Conducting and dielectric properties of Na <sub>3</sub> Sc <sub>2</sub> (PO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub>	128
<i>Karipbaev Zh., Musahanov D., Lisitsyn V., Golkovskii M., Lisitsyna L., Alpyssova G., Tulegenova A., Akylbekov A., Dauletbekova A., Balabekov K., Kozlovskii A., Usseinov A.</i> Synthesis, the study of the structure of YAG and YAGG phosphors in the radiation field	138
<i>Kasenov D., Abuova A.U., Inerbaev T.M., Abuova F.U., Kaptagai G.A.</i> Modeling as a method of scientific knowledge of physical and chemical processes	147
<i>Yerimbetova D., Stepanenko V., Vidergold A., Zhumadilov K.</i> Current state of radon concentration studies	153
<i>Faiz A.S., Abuova F.U., Shaken N., Abuova A.U., Junisbekova D.A., Baiman G.B.</i> BiCuSeO oxyselenides: new promising thermoelectric materials	160

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Аймухамбетова А.С., Разина О.В., Цыба П.Ю., Мейрбеков Б.В.</i> Степенное решение космологической модели типа Валецки	8
<i>Ахметова Г.А., Разина О.В., Цыба П.Ю., Мейрбеков Б.</i> Космологическая модель с фермионным и тахионным полями	16
<i>Акилбеков А., Скуратов В., Даулетбекова А., Гиниятова Ш., Сейтбаев А.</i> Создание установки для in-situ измерения высокоэнергетической ионолюминесценции на циклотроне DC-60	25
<i>Абуова А.У., Ускенбаев Е., Инербаев Т.М., Абуова Ф.У., Абуова Г.У., Джунисбекова Д.А.</i> Интерактивные методы обучения физике на технических специальностях	35
<i>Баубекова Г.М., Луцкич А.Ч., Асылбаев Р.Н., Акылбеков А.Т.</i> Создание радиационных дефектов в кристаллах MgO, облученных высокоэнергетическими ионами	41
<i>Гриценко Л.В., Калкозова Ж.К., Кедрук Е.Ю., Мархабаева А.А., Абдуллин Х.А.</i> Гидротермальный синтез наночастиц ZnO и их фотокаталитические свойства	49
<i>Даулетбекова А., Акылбекова А., Гиниятова Ш., Баймуханов З., Власукова Л., Акилбеков А., Усеинов А., Козловский А., Карипбаев Ж.</i> Структура, электрические свойства и люминесценция нанокристаллов ZnO, электроосажденных в трековые матрицы SiO <sub>2</sub> /	57
<i>Мырзакулов Н.А., Мырзакулова Ш.А.</i> Космологические решения в модифицированной $F(T)$ гравитации с полем Дирака	67
<i>Жадыранова А.А., Ануарбекова Ы.Е.</i> Иерархия уравнений ассоциативности WDVV для случая $n = 3$ и $N = 2$ при $V_0 = 0$	79
<i>Жангозин К.Н., Каргин Д.Б.</i> О способах увеличения мощности ветровых турбин с прямыми лопастями	86
<i>Жубатканова Ж.А., Мырзакулов Н.А., Мейрбеков Б.К.</i> Космологические решения для частного случая модифицированной теории гравитации с полем Бранс-Дикке	93
<i>Калкозова Ж.К., Тулегенова А.Т., Абдуллин Х.А.</i> Получение высокодисперсного порошка аллюмоиттриевого граната, легированного церием ( $Y_3Al_5O_{12}:Ce^{3+}$ ) с интенсивной фотолюминесценцией	102
<i>Рыскулов А.Е., Иванов И.А., Кислицын С.Б., Углов В.В., Здоровец М.В.</i> Влияние облучения тяжелыми ионами Ni <sup>12+</sup> на радиационное дефектообразование в керамиках BeO	110
<i>Нуразматов Т.Н., Салиходжа Ж.М., Доломатов М.Ю., Жунусбеков А.М., Кайнарбай А.Ж., Дауренбеков Д.Х., Балтабеков А.С., Садыкова Б.М., Жанылысов К.Б., Юсупбекова Б.Н.</i> Зонная структура и оптические спектры смешанных сульфатов щелочных металлов	117
<i>Ногай А.А., Стефанович С.Ю., Салиходжа Ж.М., Ногай А.С.</i> Проводящие и диэлектрические свойства Na <sub>3</sub> Sc <sub>2</sub> (PO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub>	128
<i>Карипбаев Ж.Т., Мусаханов Д.А., Лисицын В.М., Голковский М.Г., Лисицына Л.А., Алпысова Г.К., Тулегенова А.Т., Акылбеков А.Т., Даулетбекова А.К., Балабеков К.Н., Козловский А., Усеинов А.</i> Синтез, исследование структуры ИАГ и ИАГГ люминофоров в поле радиации	138
<i>Касенов Д., Абуова А.У., Инербаев Т.М., Абуова Ф.У., Каптагай Г.А.</i> Моделирование как метод научного познания физико-химических процессов	147
<i>Еримбетова Д.С., Степаненко В.Ф., Видергольд А.В., Жумадилов К.Ш.</i> Современное состояние исследований концентрации радона	153
<i>Фаиз А.С., Абуова Ф.У., Шәкен Н., Абуова А.У., Джунисбекова Д.А., Байман Г.Б.</i> BiCuSeO оксиселенид как новый перспективный термоэлектрический материал	160

A.A. Zhadyranova<sup>1</sup>, Y.Ye. Anuarbekova<sup>2</sup>

<sup>12</sup> Department of General & Theoretical Physics, Eurasian National University,  
Nus-Sultan, Kazakhstan

(E-mail: <sup>1</sup> a.a.zhadyranova@gmail.com, <sup>2</sup> anuarbekova94@bk.ru)

### Hierarchy of WDVV associativity equations for $n = 3$ case and $N = 2$ when $V_0 = 0$

**Abstract:** We investigate solutions to a hierarchy for  $N = 2$  case when  $V_0 = 0$  of Witten-Dijkgraaf-E.Verlinde-H.Verlinde (WDVV) equations. We give a description of nonlinear partial differential equations of associativity in 2D topological field theories (for some special type solutions of the Witten-Dijkgraaf-E.Verlinde-H.Verlinde (WDVV) system) as integrable nondiagonalizable weakly nonlinear homogeneous system of hydrodynamic type. The article discusses nonlinear equations of the third order for a function  $f = f(x, t)$  of two independent variables  $x, t$ . The equations of associativity reduce to the nonlinear equations of the third order for a function  $f = f(x, t)$  when prepotential  $F$  dependet of the metric  $\eta$ . In this work we consider the WDVV equation for  $n = 3$  case with an antidiagonal metric  $\eta$ . The solution of some cases of hierarchy when  $N = 2$  and  $V_0 = 0$  equations of associativity illustrated. Lax pairs for the system of three equations, that contains the equation of associativity are written to find the hierarchy of associativity equation. Using the compatibility condition are found the relations between the matrices  $U, V_2, V_1$ . The elements of matrix  $V_2$  are found with the expression of  $z_{ij}$  and independent and dependent variables for the matrix  $V_2$ . Also solving elements of matrix  $V_1$  expressed through  $y_{ij}$  and independent and dependent variables for the matrix  $V_1$ . We accepted that elements of matrix  $V_0$  are zero. In the physical setting the solutions of WDVV describe moduli space of topological conformal field theories. In the above variables the nonlinear equations of the third order for a function  $f = f(x, t)$  we rewritten as a new system of three equations. It is found the relationship between the elements  $a_t, b_t, c_t$  and  $y_{ijx}$  of the matrices  $U_t, V_{1x}$ . It is found that only  $z_{11}, z_{12}, z_{13}$  are independent elements of  $V_2$ , and the other elements can be written in terms of them. Expressed are variables  $a_t, b_t, c_t$  of three equations are written with the help of matrix elements  $z_{12}, z_{13}, y_{12}, y_{13}$ .

**Keywords:** solutions to a hierarchy, equations of Witten-Dijkgraaf-E.Verlinde-H.Verlinde, nonlinear homogeneous system of hydrodynamic type, the equations of associativity, nonlinear equations of the third order, antidiagonal metric, the Lax pair, the compatibility condition, independent elements, dependent variables, system with equations.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-68-36-2019-128-3-79-85>

**Introduction.** In this paper we shall consider so-called nonlinear partial differential equations of associativity in 2D topological field theories (see [1-5]) and give their description as integrable nondiagonalizable weakly nonlinear systems of hydrodynamic type. For systems of this type corresponding general differential geometric theory of integrability connected with Poisson structures of hydrodynamic type can be developed. We remind very briefly following to Dubrovin [1] the basic mathematical concepts connected with the Witten-Dijkgraaf-E.Verlinde-H.Verlinde (WDVV) system arising originally in two-dimensional topological field theories [3,4] and its relations with the Dubrovin type equations of associativity. The WDVV equations, in general, have the following form [1, 6]:

$$\frac{\partial^3 F}{\partial t^i \partial t^j \partial t^p} \eta^{pq} \frac{\partial^3 F}{\partial t^q \partial t^k \partial t^r} = \frac{\partial^3 F}{\partial t^i \partial t^k \partial t^p} \eta^{pq} \frac{\partial^3 F}{\partial t^i \partial t^q \partial t^r}, \quad \forall i, j, k, r \in \{1, \dots, n\},$$

where  $F$  is a prepotential,  $\eta$  is a metric.

For genus-0 Gromov-Witten theory, the associativity of quantum cohomology, which is equivalent to WDVV equation, led to Kontsevich's solution to the classical problem of counting degree  $d$  rational curves passing through  $3d - 1$  general points [7].

In work [8, 9], B. Dubrovin and Y. Zhang, generalizing the Virasoro equations for the genus 0 Gromov-Witten invariants, proved the Virasoro equations for a descendent potential in genus 0 of an arbitrary conformal Frobenius manifold.



Consider a function  $F(t)$ ,  $t = (t^1, \dots, t^n)$  such that the following three conditions are satisfied for its third derivatives denoted as [3, 4]

$$c_{\alpha\beta\gamma}(t) = \frac{\partial^3 F(t)}{\partial t^\alpha \partial t^\beta \partial t^\gamma} :$$

1) normalization, i.e.,

$$\eta_{\alpha\beta} = c_{1\alpha\beta}(t)$$

is a constant nondegenerate matrix;

2) associativity, i.e., the functions

$$c_{\alpha\beta}^\gamma(t) = \eta^{\gamma\epsilon} c_{\epsilon\alpha\beta}(t)$$

for any  $t$  define a structure of an associative algebra  $A_t$  in the  $n$ -dimensional space with a basis  $e_1, \dots, e_n$ :

$$e_\alpha \cdot e_\beta = c_{\alpha\beta}^\gamma(t) e_\gamma$$

In the work [10] show that there is a universal algebraic structure, closely related with that of the WDVV equation, governing quantum correlation functions of every quantum field theory in their framework up to a certain ambiguity.

3)  $F(t)$  must be quasihomogeneous function of its variables:

$$F(c^{d_1} t^1, \dots, c^{d_n} t^n) = c^{d_F} F(t^1, \dots, t^n)$$

for any nonzero  $c$  and for some numbers  $d_1, \dots, d_n, d_F$ .

The resulting system of equations for  $F(t)$  is called the Witten-Dijkgraaf-E.Verlinde-H.Verlinde (WDVV) system [3, 4] (see also [1, 2]). It was shown by Dubrovin [1, 11, 12] that solutions of the WDVV system can be reduced by a linear change of coordinates to two special types:

(1) in the most important physically case

$$F(t) = \frac{1}{2}(t^1)^2 t^n + \frac{1}{2} t^1 \sum_{\alpha=2}^{n-1} t^\alpha t^{n-\alpha+1} + f(t^2, \dots, t^n) \tag{1}$$

for some function  $f(t^2, \dots, t^n)$

(2) in some special case

$$F(t) = \frac{c}{6}(t^1)^3 + \frac{1}{2} t^1 \sum_{\alpha=1}^{n-1} t^\alpha t^{n-\alpha+1} + f(t^2, \dots, t^n)$$

for a nonzero constant  $c$ . For these cases the equations of associativity reduce to the following two nonlinear equations of the third order for a function  $f = f(x, t)$  of two independent variables ( $x = t^2, t = t^3$ ):

$$f_{ttt} = f_{xxt}^2 - f_{xxx} f_{xtt}$$

and

$$f_{xxx} f_{ttt} - f_{xxt} f_{xtt} = 1,$$

correspondingly.

## 1. Consideration of cases of hierarchy for $N = 2$ when $V_0 = 0$ of WDVV associativity equations

### 1.1 Methods

In this work, we consider the solution (1). Let us introduce new variables  $a, b, c$  as follows [13, 14, 15]:

$$a = f_{xxx}, \quad b = f_{xxt}, \quad c = f_{xtt}.$$

In the above variables the equation (1) can be rewritten as a system of three equations as follows:

$$a_t = b_x, \tag{2}$$

$$b_t = c_x, \tag{3}$$

$$c_t = (b^2 - ac)_x. \tag{4}$$

The Lax pair for the system (2)-(4) is given by [14]

$$\Psi_x = \lambda U \Psi, \quad (5)$$

$$\Psi_t = \lambda V \Psi, \quad (6)$$

where  $U$  is given by

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ b & a & 1 \\ c & b & 0 \end{pmatrix}$$

and  $V$  is given by

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ c & b & 0 \\ (b^2 - ac) & c & 0 \end{pmatrix}.$$

The compatibility condition for the system (5), (6) is given by

$$\begin{aligned} U_t &= V_x, \\ [U, V] &= 0. \end{aligned}$$

In the following sections we work with the system (2)-(4).

### 1.2 Solution of hierarchy for $N = 2$ when $V_0 = 0$

The solution to a hierarchy for  $N = 1$  case corresponds to the system of equations (2), (3), (4). Hierarchy for  $N = 2$  case when  $V_0 \neq 0$  is given in the work [16].

In this article we consider a hierarchy for  $N = 2$  case when  $V_0 = 0$ . Consider the Lax pair for  $N = 2$  case when  $V_0 = 0$

$$\begin{aligned} \Psi_x &= \lambda U \Psi, \\ \Psi_t &= (\lambda^2 V_2 + \lambda V_1) \Psi = V \Psi \end{aligned}$$

The compatibility condition of the Lax representation is given by

$$(\lambda U_t + \lambda U V) \Psi = (V_x + \lambda V U) \Psi.$$

The last equation can be written as

$$\lambda U_t - V_x + \lambda [U, V] = 0. \quad (7)$$

Collecting terms in (7) by the powers of  $\lambda$  we obtain

$$\lambda^3 : [U, V_2] = 0, \quad (8)$$

$$\lambda^2 : -V_{2x} + [U, V_1] = 0, \quad (9)$$

$$\lambda^1 : U_t - V_{1x} = 0. \quad (10)$$

The elements  $z_{ij}, y_{ij}$  of matrices  $V_2, V_1$  has been found and presented in the paper [16]. It was obtained in equation (8), (9) that the independent variables  $z_{11}, z_{12}, z_{13}$  of the matrix  $V_2$  have to satisfy the following system of equations [16]:

$$\begin{aligned} c_x z_{12} + 3c z_{12x} + (b^2 - ac)_x z_{13} + (3b^2 - 2ac) z_{13x} + b z_{11x} + b a_x z_{12} + a b z_{12x} + b b_x z_{13} &= 0, \\ 2b_x z_{12} + 2c_x z_{13} + 3c z_{13x} + a z_{11x} + a a_x z_{12} + a^2 z_{12x} + a b_x z_{13} + a b z_{13x} + 4b z_{12x} &= 0, \\ 3z_{11x} + a_x z_{12} + a z_{12x} + b_x z_{13} + b z_{13x} &= 0. \end{aligned}$$

Now we consider the equation (10). Writing a new system with equations for  $a_t, b_t, c_t$  yields

$$a_t = y_{22x}, \quad (11)$$

$$b_t = y_{21x}, \quad (12)$$

$$b_t = y_{32x}, \quad (13)$$

$$c_t = y_{31x}. \quad (14)$$

Using necessary dependent elements of matrix  $V_1$  in the system of work [16] in equations (11)-(14), we have

$$\begin{aligned} a_t &= z_{12xx} + y_{11x} + a_x y_{12} + a y_{12x} + b_x y_{13} + b y_{13x}, \\ b_t &= z_{11xx} + b_x y_{12} + b y_{12x} + c_x y_{13} + c y_{13x}, \\ b_t &= 2z_{11xx} + a_{xx} z_{12} + 2a_x z_{12x} + a z_{12xx} + b_{xx} z_{13} + 3b_x z_{13x} + 2b z_{13xx} + b_x y_{12} + b y_{12x} + c_x y_{13} + c y_{13x}, \\ c_t &= b_{xx} z_{12} + 3b_x z_{12x} + 2b z_{12xx} + c_{xx} z_{13} + 3c_x z_{13x} + 2c z_{13xx} - a_x z_{11x} - a z_{11xx} + (b^2 - ac)_x y_{13} \\ &\quad + (b^2 - ac) y_{13x} + c_x y_{12} + c y_{12x}, \\ y_{23x} &= z_{13xx} + y_{12x}, \\ y_{33x} &= 2z_{12xx} - a_x z_{13x} - a z_{13xx} + y_{11x}. \end{aligned}$$

Since  $z_{13xx} = 0$  and  $z_{12xx} = \frac{a_x}{2} z_{13x}$ , we obtain

$$\begin{aligned} a_t &= \frac{a_x}{2} z_{13x} + a_x y_{12} + b_x y_{13}, \\ b_t &= z_{11xx} + b_x y_{12} + c_x y_{13}, \\ b_t &= 2z_{11xx} + a_{xx} z_{12} + 2a_x z_{12x} + \frac{aa_x}{2} z_{13x} + b_{xx} z_{13} + 3b_x z_{13x} + b_x y_{12} + c_x y_{13}, \\ c_t &= b_{xx} z_{12} + 3b_x z_{12x} + b a_x z_{13x} + c_{xx} z_{13} + 3c_x z_{13x} - a_x z_{11x} - a z_{11xx} + (b^2 - ac)_x y_{13} + c_x y_{12}. \end{aligned}$$

Equating the RHSs of the equations for  $b_t$  above, we obtain the following equation

$$z_{11xx} + a_{xx} z_{12} + 2a_x z_{12x} + \frac{aa_x}{2} z_{13x} + b_{xx} z_{13} + 3b_x z_{13x} = 0.$$

With the above system we finally have a system

$$c_x z_{12} + 3c z_{12x} + (b^2 - ac)_x z_{13} + (3b^2 - 2ac) z_{13x} + b z_{11x} + b a_x z_{12} + a b z_{12x} + b b_x z_{13} = 0, \quad (15)$$

$$2b_x z_{12} + 2c_x z_{13} + 3c z_{13x} + a z_{11x} + a a_x z_{12} + a^2 z_{12x} + a b_x z_{13} + a b z_{13x} + 4b z_{12x} = 0, \quad (16)$$

$$3z_{11x} + a_x z_{12} + a z_{12x} + b_x z_{13} + b z_{13x} = 0, \quad (17)$$

$$z_{11xx} + a_{xx} z_{12} + 2a_x z_{12x} + \frac{aa_x}{2} z_{13x} + b_{xx} z_{13} + 3b_x z_{13x} = 0. \quad (18)$$

From (18) we express  $z_{11xx}$ , plug  $z_{11xx}$  into  $b_t$ ,  $c_t$  and obtain the following equation

$$a_t = \frac{a_x}{2} z_{13x} + a_x y_{12} + b_x y_{13}, \quad (19)$$

$$b_t = b_x y_{12} + c_x y_{13} - a_{xx} z_{12} - 2a_x z_{12x} - b_{xx} z_{13} - (3b_x + \frac{aa_x}{2}) z_{13x}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} c_t &= (b^2 - ac)_x y_{13} + c_x y_{12} + (b_{xx} + \frac{a_x^2}{3} + a a_{xx}) z_{12} + (c_{xx} + \frac{1}{3} a_x b_x + a b_{xx}) z_{13} + (3b_x + \frac{7}{3} a a_x) z_{12x} \\ &\quad + (\frac{4}{3} b a_x + 3c_x + \frac{a^2 a_x}{2} + 3a b_x) z_{13x}. \end{aligned} \quad (21)$$

From (17) we express  $z_{11x}$ , plug  $z_{11x}$  into (15) and (16) and obtain the following equations, respectively

$$(3c_x + 2b a_x) z_{12} + (9c + 2ab) z_{12x} + (4b^2 - 3ac)_x z_{13} + (8b^2 - 6ac) z_{13x} = 0, \quad (22)$$

$$(6b_x + 2a a_x) z_{12} + (12b + 2a^2) z_{12x} + (6c_x + 2a b_x) z_{13} + (9c + 2ab) z_{13x} = 0. \quad (23)$$

Now we express  $z_{13x}$  in (23) to obtain

$$\begin{aligned} z_{13x} &= \frac{(12b + 2a^2)(3c_x + 2b a_x) - (6b_x + 2a a_x)(9c + 2ab)}{(9c + 2ab)^2 - (12b + 2a^2)(8b^2 - 6ac)} z_{12} \\ &\quad + \frac{(12b + 2a^2)(4b^2 - 3ac)_x - (6c_x - 2a b_x)(9c + 2ab)}{(9c + 2ab)^2 - (12b + 2a^2)(8b^2 - 6ac)} z_{13} \end{aligned} \quad (24)$$

We plug  $z_{13x}$  into  $z_{12x}$  which is expressed from (22) and obtain  $z_{12x}$  which has the form

$$z_{12x} = \left\{ \frac{-(3c_x + 2ba_x)}{(9c + 2ab)} - \frac{(8b^2 - 6ac)(12b + 2a^2)(3c_x + 2ba_x) - (6b_x + 2aa_x)(9c + 2ab)}{(9c + 2ab)^2 - (12b + 2a^2)(8b^2 - 6ac)} \right\} z_{12} - \left\{ \frac{(4b^2 - 3ac)_x}{(9c + 2ab)} + \frac{(8b^2 - 6ac)(12b + 2a^2)(4b^2 - 3ac)_x - (6c_x - 2ab_x)(9c + 2ab)}{(9c + 2ab)^2 - (12b + 2a^2)(8b^2 - 6ac)} \right\} z_{13} \quad (25)$$

The solution to a hierarchy for  $N = 2$  case when  $V_0 = 0$  system is given by (2), (3), (4) corresponds to the system of above equations (19), (20), (21), where values  $z_{12x}$  and  $z_{13x}$  from Eqs. (24), (25).

**Conclusion.** In this paper we investigate solutions to a hierarchy for  $N = 2$  case when  $V_0 = 0$  of Witten-Dijkgraaf-E.Verlinde-H.Verlinde (WDVV) equations. For WDVV equation are described conditions of normalization, of associativity, of quasihomogeneity. The WDVV equations was written in general form. In this work we consider the WDVV equation for  $n = 3$  case with an anti-diagonal metric  $\eta$ . So, we considered of some cases of hierarchy for  $N = 2$  when  $V_0 = 0$  of WDVV associativity equations. Lax pairs for the system of three equations, that contains the equation of associativity are written to find the hierarchy of associativity equation. Using the compatibility condition are found the relations between the matrices  $U, V_2, V_1$ . Thus, we obtained the elements of the matrices  $V_2, V_1$  for case  $N = 2$  when  $V_0 = 0$ . The elements of matrix  $V_2$  are found with the expression of  $z_{ij}$  and independent and dependent variables for the matrix  $V_2$ . It was found, that only  $z_{11}, z_{12}, z_{13}$  are independent elements of  $V_2$ , and the other elements can be written in terms of them. Also solving elements of matrix  $V_1$  expressed through  $y_{ij}$  and independent and dependent variables for the matrix  $V_1$ . It is found, that  $y_{11}, y_{12}, y_{13}$  are independent elements of  $V_1$ , and the other elements can be written in terms of them and  $z_{11}, z_{12}, z_{13}$ . We accepted that elements of matrix  $V_0$  are zero. It is found the relationship between the elements  $a_t, b_t, c_t$  and  $y_{ijx}$  of the matrices  $U_t, V_{1x}$ . So, expressed are variables  $a_t, b_t, c_t$  of three equations are written with the help of matrix elements  $z_{12}, z_{13}, y_{12}, y_{13}$ .

**Acknowledgments.** We express gratitude to Professor R. Myrzakulov for useful discussions and advices. The work is performed under the financial support of the scientific and technical program BR05236277 "Investigation of some problems of astrophysics and cosmology in the framework of the Einstein and non-Einstein theories of gravity", 2018.

## Список литературы

- 1 Дубровин Б.А. Геометрия двумерных топологических теорий поля // Конспект лекций по математике. - №1620. - С. 120-348 - (1996).- URL: <https://arxiv.org/abs/hep-th/9407018>. (дата обращения: 15.02.2019).
- 2 Дубровин Б.А. Интегрируемые системы в топологической теории поля // Ядерная Физика Б.-379 - С. 627-689 - (1992).
- 3 Виттен Е. О структуре топологической фазы двумерной гравитации // Ядерная Физика Б.-340 - С. 281-332 - (1990).
- 4 Диджкрафт Р, Верлинде Е., Верлинде Г. // Ядерная Физика Б. -352 - С. 59 - (1991) // Заметки о топологической теории струн и 2D квантовой гравитации-Preprint PUPT-1217-IASSNS-HEP-90/80 - (1990).
- 5 Хертлинг С. Многообразия Фробениуса и пространства модулей для особенностей // лекции Кембридж Университет- Великобритания - (2002).
- 6 Буряк А., Басалаев А. Открытые уравнения WDVV и ограничения Вирасоро - (2019) URL: <https://arxiv.org/abs/1901.10393>, (дата обращения: 15.02.2019).
- 7 Фан Г., Ву Л. Уравнение ВДВВ и его применение к относительной теории Громова-Виттена - (2019) URL: <https://arxiv.org/abs/1902.05739>, (дата обращения: 29.02.2019).
- 8 Дубровин Б., Янг Д., Янг Ю. Интегралы Ходжа и тау-симметричные интегрируемые иерархии гамильтоновых эволюционных ЧДУ // Успехи в математике-293 - С. 382-435 - (2016).
- 9 Дубровин Б., Янг Ю. Многообразия Фробениуса и ограничения Вирасоро // Системы Mathematica-Новая серия 5. С. 423-466 - (1999).
- 10 Парк Дж. Гомотопические вычисления в квантовой теории полей (2018) URL: <https://arxiv.org/abs/1810.09100>, (дата обращения: 10.03.2019).
- 11 Дубровин Б. А., Новиков С. П. Гидродинамика слабо деформированных солитонных решеток // Дифференциальная геометрия и теория Гамильтона, успехи матем.Наук.-44-С. 29-98 - (1989).
- 12 Дубровин Б. А. О почти двойственности для многообразий Фробениуса // Амер. Математика. Соц. Перевод.-212-С.75-132 - (2004) .

- 13 Мохов О.И. Симплектическая и пуассонова геометрия на пространствах петель многообразий и нелинейных уравнений // Переводы Американского математического общества - №2170. - С. 121-152 - (1995). URL: <https://arxiv.org/abs/hep-th/9503076>. (дата обращения: 10.03.2019).
- 14 Мохов О.И., Ферапонтов Е.В. Уравнения ассоциативности в двумерной топологической теории поля как интегрируемые гамильтоновы недиагонализируемые системы гидродинамического типа // Функциональный анализ и его приложения- №30- (1995).- URL: <https://arxiv.org/abs/hep-th/9505180>. (дата обращения: 10.03.2019).
- 15 Ферапонтов Е. В., Мохов О. И. Нелокальные Гамильтоновы операторы гидродинамического типа, связанные с метриками постоянной кривизны // Русс. Математика. Обследование- 45-№ 3-С. 218-219 - (1990).
- 16 А.А. Жадыранова, Ж.Р. Мырзакул, Ы.Е. Ануарбекова Иерархия уравнений ассоциативности WDVV для случая  $n = 3$  и  $N = 2$  при  $V_0 \neq 0$  [Ierarchiya WDVV uravneniya dlya  $n = 3$  i  $N = 2$  sluchaya, kogda  $V_0 \neq 0$ ] // Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева-4(125) - С. 60-66 - (2018).

А.А. Жадыранова, Ы.Е. Ануарбекова

*Кафедра общей и теоретической физики Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан*

**Иерархия уравнений ассоциативности WDVV для случая  $n = 3$  и  $N = 2$  при  $V_0 = 0$**

**Аннотация.** В статье исследуются решения иерархии для случая  $N = 2$ , когда  $V_0 = 0$  уравнений Виттена-Диджкграфа-Е.Верлинде-Г.Верлинде (ВДВВ). Дано описание нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных ассоциативности в 2D топологических теориях поля (для некоторых решений специального типа системы Виттена-Диджкграфа-Е.Верлинде-Г.Верлинде (ВДВВ) как интегрируемой недиагонализуемой слабонелинейной однородной системы гидродинамического типа. В статье рассматриваются нелинейные уравнения третьего порядка для функции  $f = f(x, t)$  двух независимых переменных  $x, t$ . Уравнения ассоциативности сводятся к нелинейным уравнениям третьего порядка для функции  $f = f(x, t)$ , когда потенциал  $F$  зависит от метрики  $\eta$ . В работе рассматривается уравнение WDVV для  $n = 3$  случая с антидиагональной метрикой  $\eta$ . Проиллюстрировано решение некоторых случаев иерархии при  $N = 2$  и  $V_0 = 0$  уравнений ассоциативности. Для нахождения иерархии уравнения ассоциативности записываются пары Лакса для системы из трех уравнений. С помощью условия совместности найдены соотношения между матрицами  $U, V_2, V_1$ . Элементы матрицы  $V_2$  выражены через  $z_{ij}$  и найдены независимые и зависимые переменные матрицы  $V_2$ . Также найдены элементы матрицы  $V_1$ , выраженные через  $y_{ij}$  и определены независимые и зависимые переменные для матрицы  $V_1$ . Принято, что элементы матрицы  $V_0$  равны нулю. В физическом приложении решения WDVV описывают пространство модулей топологических конформных теорий поля. В приведенных выше переменных нелинейные уравнения третьего порядка для функции  $f = f(x, t)$  переписаны как новая система из трех уравнений. Найдена связь между элементами  $a_t, b_t, c_t$  и  $y_{ijx}$  матриц  $U_t, V_{1x}$ . Установлено, что только  $z_{11}, z_{12}, z_{13}$  являются независимыми элементами  $V_2$ , а остальные элементы могут быть записаны в их терминах. Выраженные переменные  $a_t, b_t, c_t$  трех уравнений записаны с помощью матричных элементов  $z_{12}, z_{13}, y_{12}, y_{13}$ .

**Ключевые слова:** решение иерархии, уравнения Виттена-Диджкграфа-Е.Верлинде-Г.Верлинде, нелинейная однородная система гидродинамического типа, уравнения ассоциативности, нелинейные уравнения третьего порядка, антидиагональная метрика, пары Лакса, условие совместности, независимые элементы, зависимые переменные, система с уравнениями.

А.А. Жадыранова, Ы.Е. Ануарбекова

*Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетіні, Нұр-Сұлтан, Қазақстан*

**$n = 3$  және  $N = 2$  жағдайлары үшін  $V_0 = 0$  болғандағы WDVV ассоциативтілік теңдеуінің иерархиясы**

**Аңдатпа** Берілген мақалада  $N = 2$   $V_0 = 0$  иерархиясы үшін Виттен-Диджкграф-Е.Верлинде-Г.Верлинде (ВДВВ) теңдеулері зерттеледі. 2D топологиялық теориясында (Виттен-Диджкграф-Е. Верлинде-Г. Верлинде (ВДВВ) жүйесінің кейбір шешімдері үшін гидродинамикалық типтегі интегралданатын сызықты емес біртекті жүйе ретінде берілген. Бұл жұмыста  $x, t$  тәуелсіз айнымалыларынан тұратын  $f = f(x, t)$  функциясы үшін үшінші ретті сызықты емес теңдеулер талқыланады. Ассоциативтілік теңдеулер  $F$  потенциал  $\eta$  метрикаға байланысты болғанда үшінші ретті сызықты емес  $f = f(x, t)$  теңдеулерге келтіріледі. WDVV  $n = 3$  және метрика  $\eta$  антидиагональ болғанда қарастырылады. Сонымен қатар ассоциативтілік теңдеулер  $N = 2$  и  $V_0 = 0$  иерархиясының бірнеше шешімдері сипатталады. Ассоциативтілік теңдеулерінің иерархиясын табу мақсатында ассоциативтілік теңдеулерінен құралған теңдеулер жүйесі үшін Лакс жұптары жазылды. Сәйкестік шартының көмегімен  $U, V_2, V_1$  матрицалары арасындағы қатынастар анықталды.  $z_{ij}$  арқылы өрнектелген  $V_2$  матрицасының элементтері мен  $V_2$  матрицасының тәуелді және тәуелсіз айнымалылары есептелінді.  $y_{ij}$  арқылы өрнектелген  $V_1$  матрицасының элементтері мен  $V_1$  матрицасының тәуелді және тәуелсіз айнымалылары табылды.  $V_0$  матрицасының элементтері нөлге тең деп алынды. WDVV шешімінің физикалық қосымшаларында өрістің топологиялық конформалық теориялар модульдерінің кеңістігін сипаттайды. Жоғарыда келтірілген айнымалыларда  $f = f(x, t)$  функциясы үшін үшінші ретті сызықты емес теңдеулер үш теңдеуді жаңа жүйесі ретінде жазылған.  $U_t, V_{1x}$  матрицалар элементтері  $a_t, b_t, c_t$  и  $y_{ijx}$  арасындағы байланыс табылды. Тек  $z_{11}, z_{12}, z_{13}$   $V_2$  матрицаның тәуелсіз элементтері, қалған элементтер олардың терминімен жазылуы мүмкін. Теңдеулер жүйесінен тұратын  $a_t, b_t, c_t$  айнымалылары  $z_{12}, z_{13}, y_{12}, y_{13}$  матрицалық элементтері арқылы өрнектеліп жазылды.

**Түйін сөздер:** иерархия шешімдері. Виттен-Диджкграф-Е.Верлинде-Г.Верлинде теңдеулері, гидродинамикалық типті сызықты емес біртекті жүйе, ассоциативтілік теңдеуі, үшінші ретті сызықты емес теңдеулер, антидиагональ метрика, Лакс жұптары, сәйкестік шарты, тәуелсіз элементтер, тәуелді айнымалылар, теңдеулер жүйесі.

## References

- 1 Dubrovin B.A., Geometry of 2D topological field theories, Springer Lecture Notes in Math. (1620), 120-348, (1996). [arXiv:hep-th/9407018].
- 2 Dubrovin B.A., Integrable systems in topological field theory, Nucl. Physics B, 379, 627–689, (1992).
- 3 Witten E., On the structure of the topological phase of two-dimensional gravity, Nucl. Physics B, 340, 281–332, (1990).
- 4 Dijkgraaf R., Verlinde E. and Verlinde H., Nucl. Physics B, 352, 59, (1991); Notes on topological string theory and 2D quantum gravity, Preprint PUPT–1217, IASSNS-HEP–90/80, November, (1990).
- 5 Hertling C., Frobenius manifolds and moduli spaces for singularities, Cambridge University Press, Cambridge (UK), (2002).
- 6 Buryak A., Basalaev A., Open WDVV equations and Virasoro constraints [https://arxiv.org/abs/1901.10393], (2019).
- 7 FAN H., WU L., WDVV equation and its application to relative Gromov–Witten theory [https://arxiv.org/abs/1902.05739], (2019).
- 8 Dubrovin B., Liu S.-Q., Yang D., Zhang Y. Hodge integrals and tau-symmetric integrable hierarchies of Hamiltonian evolutionary PDEs. Advances in Mathematics 293, 382-435, (2016).
- 9 Dubrovin B., Zhang Y. Frobenius manifolds and Virasoro constraints. Selecta Mathematica. New Series 5, no.4, 423-466, (1999).
- 10 Jae-Suk Park, Homotopical Computations in Quantum Fields Theory [https://arxiv.org/abs/1810.09100], (2018).
- 11 Dubrovin B.A., Novikov S.P., Hydrodynamics of weakly deformed soliton lattices. Differential geometry and Hamiltonian theory, Uspekhi Mat.Nauk. 44, 29-98, (1989). English translation in Russ. Math. Surveys 44, 35-124, (1989).
- 12 Dubrovin B.A., On almost duality for Frobenius manifolds, Amer. Math. Soc. Transl. 212, 75-132, (2004).
- 13 Mokhov O.I. Symplectic and poisson geometry on loop spaces of manifolds and nonlinear equations, Translations of the American Mathematical Society-Series 2 170, 121-152, (1995). [arXiv:hep-th/9503076].
- 14 Mokhov O.I., Ferapontov Y.V. Equations of Associativity in Two-Dimensional Topological Field Theory as Integrable Hamiltonian Nondiagonalizable Systems of Hydrodynamic Type, Functional analysis and its applications 30(3), (1995). [arXiv:hep-th/9505180].
- 15 Ferapontov E.V., Mokhov O.I., Nonlocal Hamiltonian operators of hydrodynamic type that are connected with metrics of constant curvature, Russ. Math. Surv. 45, no.3, 218-219, (1990).
- 16 A.A. Zhadyranova, Zh.R. Myrzakul, Y.Ye. Anuarbekova Hierarchy of WDVV associativity equations for  $n = 3$  case and  $N = 2$  when  $V_0 \neq 0$  [Ierarchiya WDVV uravneniya dlya  $n = 3$  i  $N = 2$  sluchaya, kogda  $V_0 \neq 0$ ] Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University [Vestnik Evrazijskogo nacional'nogo universiteta imeni L.N. Gumileva]. 4(125), 60-66, (2018).

### Сведения об авторах:

*Жадыранова А.А.* - жалпы және теориялық физика кафедрасының докторанты, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Сәтпаев көш., 2, Нұр-Сұлтан, Қазақстан.

*Ануарбекова Ы.Е.* - жалпы және теориялық физика кафедрасының магистранты, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Сәтпаев көш., 2, Нұр-Сұлтан, Қазақстан.

*Zhadyranova A.A.* - PhD student of the department of general and theoretical physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., 2, Nus-Sultan, Kazakhstan.

*Anuarbekova Y.Ye.* - Master student of the department of general and theoretical physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., 2, Nus-Sultan, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 15.05.2019

«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің Хабаршысы. Физика. Астрономия сериясы» журналында мақала жариялау ережесі

Журнал редакциясы авторларға осы нұсқаулықпен толық танысып, журналға мақала әзірлеу мен дайын мақаланы журналға жіберу кезінде басшылыққа алуды ұсынады. Бұл нұсқаулық талаптарының орындалмауы сіздің мақалаңыздың жариялануын кідіртеді.

**1. Журнал мақсаты.** Физика мен астрономия салаларының теориялық және эксперименталды зерттелулері бойынша мұқият тексеруден өткен ғылыми құндылығы бар мақалалар жариялау.

**2.** Баспаға (барлық жариялаушы авторлардың қол қойылған қағаз нұсқасы және электронды нұсқа) журналдың түпнұсқалы стильдік файлының міндетті қолданысымен LaTeX баспа жүйесінде дайындалған Tex- пен Pdf-файлындағы жұмыстар ұсынылады. Стильдік файлды *bulphysast.enu.kz* журнал сайтынан жүктеп алуға болады. Сонымен қатар, автор(лар) ілеспе хат ұсынуы керек.

**3. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақаланың Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысында басуға келісін, шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісін білдіреді. Автор мақаланы редакцияға жіберу арқылы автор туралы мәліметтің дұрыстығына, мақала көшірілмегендігіне (плагиаттың жоқтығына) және басқа да заңсыз көшірмелердің жоқтығына кепілдеме береді.**

**4.** Мақаланың көлемі 18 беттен аспауға тиіс (6 беттен бастап).

**FTAMPK** <http://grnti.ru/>

**Автор(лар)дың аты-жөні**

**Мекеменің толық атауы, қаласы, мемлекеті** (егер авторлар әртүрлі мекемеде жұмыс жасайтын болса, онда әр автор мен оның жұмыс мекемесі қасында бірдей белгі қойылу керек)

**Автор(лар)дың E-mail-ы**

**Мақала атауы**

**Аңдатпа** (100-200 сөз; күрделі формулаларсүзсыз, мақаланың атауын мейлінше қайталамауы қажет; әдебиеттерге сілтемелер болмауы қажет; мақаланың құрылысын (кіріспе мақаланың мақсаты/ міндеттері /қарастырылып отырған сұрақтың тарихы /зерттеу /әдістері нәтижелер/талқылау, қорытынды) сақтай отырып, мақаланың қысқаша мазмұны берілуі қажет).

**Түйін сөздер** (6-8 сөз не сөз тіркесі. Түйін сөздер мақала мазмұнын көрсетіп, мейлінше мақала атауы мен аннотациядағы сөздерді қайталамай, мақала мазмұнындағы сөздерді қолдану қажет. Сонымен қатар, ақпараттық-ізвестіру жүйелерінде мақаланы жеңіл табуға мүмкіндік беретін ғылым салаларының терминдерін қолдану қажет).

**Негізгі мәтін** мақаланың мақсаты/ міндеттері/ қарастырылып отырған сұрақтың тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер/талқылау, қорытынды бөлімдерін қамтуы қажет.

**5. Таблица, суреттер** – Жұмыстың мәтнінде кездесетін таблицалар мәтіннің ішінде жеке нөмірленіп, мәтін көлемінде сілтемелер түрінде көрсетілуі керек. Суреттер мен графиктер PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX форматындағы стандарттарға сай болуы керек. Нүктелік суреттер кеңейтілімі 600 dpi кем болмауы қажет. Суреттердің барлығы да айқын әрі нақты болуы керек.

Мақаладағы **формулалар** тек мәтінде оларға сілтеме берілсе ғана номерленеді.

Жалпы қолданыста бар **аббревиатуралар** мен **қысқартулардан** басқалары міндетті түрде алғаш қолданғанда түсіндірілуі берілуі қажет. **Қаржылай көмек туралы** ақпарат бірінші бетте көрсетіледі.

**6.** Жұмыста қолданылған әдебиеттер тек жұмыста сілтеме жасалған түпнұсқалық көрсеткішке сай (сілтеме беру тәртібінде немесе ағылшын әліпбиі тәртібі негізінде толтырылады) болуы керек. Баспадан шықпаған жұмыстарға сілтеме жасауға тұйым салынады.

Сілтемені беруде автор қолданған әдебиеттің бетінің нөмірін көрсетпей, келесі нұсқаға сүйеніңіз дұрыс: тараудың номері, бөлімнің номері, тармақтың номері, тараманың (лемма, ескерту, формуланың және т.б.) номері көрсетіледі. Мысалы: қараңыз [3; § 7, лемма 6]», «...қараңыз [2; 5 теоремадағы ескерту]». Бұл талап орындалмаған жағдайда мақаланы ағылшын тіліне аударғанда сілтемелерде қателіктер туындауы мүмкін.

**Әдебиеттер тізімін рәсімдеу мысалдары**

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. –М: Физматлит, –1994, –376 стр. – **кітап**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики –2014. –Т.54. № 7. –С. 1059-1077. – **мақала**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. – **конференция еңбектері**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. –Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. –С.7. – **газеттік мақала**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semj.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). – **электронды журнал**

**7.** Әдебиеттер тізімінен соң автор өзінің библиографиялық мәліметтерін орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде орындалса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде орындалса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде орындалса) жазу қажет. Соңынан транслиттік аударма мен ағылшын тілінде берілген әдебиеттер тізімінен соң әр автордың жеке мәліметтері (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде – ғылыми атағы, қызметтік мекенжайы, телефоны, e-mail-ы) беріледі.

**8.** Редакцияға түскен мақала жабық (анонимді) тексеруге жіберіледі. Барлық рецензиялар авторларға жіберіледі. Автор (рецензент мақаланы түзетуге ұсыныс берген жағдайда) үш күн аралығында қайта қарап, қолжазбаның түзетілген нұсқасын редакцияға қайта жіберуі керек. Рецензент жарамсыз деп таныған мақала қайтара қарастырылмайды. Мақаланың түзетілген нұсқасы мен автордың рецензентке жауабы редакцияға жіберіледі.

**9. Төлемақы.** Басылымға рұқсат етілген мақала авторларына төлем жасау туралы ескертіледі. Төлем көлемі 2018 жылы 4500 тенге – ЕҰҰ қызметкерлері үшін және 5500 тенге басқа ұйым қызметкерлеріне.

Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК банка: KСJBKZKX

ИИК: KZ978562203105747338

Кбе 16

Кпн 859- за статью

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Bank RBK"

Бик банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

3) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "ForteBank"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

4) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Народный Банк  
Казахстан"

БИК Банка: HSBKKZKX

ИИК: KZ946010111000382181

Кбе 16

Кпн 859.

"За публикацию в Вестнике ЕНУ ФИО автора"



**Provision on articles submitted to the journal "Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University. Physics. Astronomy series"**

*The journal editorial board asks the authors to read the rules and adhere to them when preparing the articles, sent to the journal. Deviation from the established rules delays the publication of the article.*

**1. Purpose of the journal.** Publication of carefully selected original scientific.

2. The scientific publication office accepts the article (in electronic and printed, signed by the author) in Tex- and Pdf-files, prepared in the LaTeX publishing system with mandatory use of the original style log file. The style log file can be downloaded from the journal website *bulphysast.enu.kz*. And you also need to provide the cover letter of the author(s). Language of publications: Kazakh, Russian, English.

**3. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the republication of it in any foreign language. Submitting the text of the work for publication in the journal, the author guarantees the correctness of all information about himself, the lack of plagiarism and other forms of improper borrowing in the article, the proper formulation of all borrowings of text, tables, diagrams, illustrations.**

4. The volume of the article should not exceed 18 pages (from 6 pages).

**5. Structure of the article**

**GRNTI** <http://grnti.ru/>

**Initials and Surname of the author (s)**

**Full name of the organization, city, country** (if the authors work in different organizations, you need to put the same icon next to the name of the author and the corresponding organization)

**Author's e-mail (s)**

**Article title**

**Abstract** (100-200 words, it should not contain a big formulas, the article title should not repeat in the content, it should not contain bibliographic references, it should reflect the summary of the article, preserving the structure of the article - introduction/ problem statement/ goals/ history, research methods, results /discussion, conclusion).

**Key words** (6-8 words/word combination. Keywords should reflect the main content of the article, use terms from the article, as well as terms that define the subject area and include other important concepts that make it easier and more convenient to find the article using the information retrieval system).

**The main text of the article** should contain an introduction/ problem statement/ goals/ history, research methods, results / discussion, conclusion. Tables, figures should be placed after the mention. Each illustration should be followed by an inscription. Figures should be clear, clean, not scanned.

Tables are included directly in the text of the article; it must be numbered and accompanied by a reference to them in the text of the article. Figures, graphics should be presented in one of the standard formats: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Bitmaps should be presented with a resolution of 600 dpi. All details must be clearly shown in the figures.

In the article, only those **formulas** are numbered, to which the text has references.

All **abbreviations**, with the exception of those known to be generally known, must be deciphered when first used in the text.

Information on **the financial** support of the article is indicated on the first page in the form of a footnote.

**6.** The list of literature should contain only those sources (numbered in the order of quoting or in the order of the English alphabet), which are referenced in the text of the article. References to unpublished issues, the results of which are used in evidence, are not allowed. Authors are recommended to exclude the reference to pages when referring to the links and guided by the following template: chapter number, section number, paragraph number, theorem number (lemmas, statements, remarks to the theorem, etc.), number of the formula. For example, "... see [3, § 7, Lemma 6]"; "... see [2], a remark to Theorem 5". Otherwise, incorrect references may appear when preparing an English version of the article.

**Template**

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр.-**book**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **journal article**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - - **Conferences proceedings**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. **newspaper articles**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **Internet resources**

**7.** At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language). Then a combination of the English-language and transliterated parts of the references list and information about authors (scientific degree, office address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English) is given.

**8. Work with electronic proofreading.** Articles received by the Department of Scientific Publications (editorial office) are sent to anonymous review. All reviews of the article are sent to the author. The authors must send the proof of the article within three days. Articles that receive a negative review for a second review are not accepted. Corrected versions of articles and the author's response to the reviewer are sent to the editorial office. Articles that have positive reviews are submitted to the editorial boards of the journal for discussion and approval for publication.

**Periodicity of the journal:** 4 times a year.

**9. Payment.** Authors who have received a positive conclusion for publication should make payment on the following requisites (for ENU employees - 4,500 tenge, for outside organizations - 5,500 tenge):

Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК банка: КСЖВКЗКХ

ИИК: KZ978562203105747338

Кбе 16

Кпп 859- за статью

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Bank RBK"

Бик банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073

Кбе 16

Кпп 859 - за статью

3) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "ForteBank"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847

Кбе 16

Кпп 859 - за статью

4) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Народный Банк  
Казахстан"

БИК Банка: HSBKZKX

ИИК: KZ946010111000382181

Кбе 16

Кпп 859.

"За публикацию в Вестнике ЕНУ ФИО автора"

**Положение о рукописях, представляемых в журнал «Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева. Серия: Физика. Астрономия»**

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

**1. Цель журнала.** Публикация тщательно отобранных оригинальных научных работ по актуальным проблемам теоретических и экспериментальных исследований в области физики и астрономии.

**2.** В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилиевой файл можно скачать со сайта журнала *bulphysast.enu.kz*. Автору (авторам) необходимо предоставить сопроводительное письмо.

**Язык публикаций:** казахский, русский, английский.

**3. Отправление статей в редакцию означает согласие авторов на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статей в журнале и переиздания их на любом иностранном языке. Представляя текст работы для публикации в журнале, автор гарантирует правильность всех сведений о себе, отсутствие плагиата и других форм неправомерного заимствования в рукописи, надлежащее оформление всех заимствований текста, таблиц, схем, иллюстраций.**

**4.** Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц).

**5. Схема построения статьи**

**ГРНТИ** <http://grnti.ru/>

**Инициалы и фамилия автора(ов)**

**Полное наименование организации, город, страна** (если авторы работают в разных организациях, необходимо поставить одинаковый значок около фамилии автора и соответствующей организации)

**E-mail** автора(ов)

**Название статьи**

**Аннотация** (100-200 слов; не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию повторять название статьи; не должна содержать библиографические ссылки; должна отражать краткое содержание статьи, сохраняя структуру статьи – введение/ постановка задачи/ цели/ история, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы).

**Ключевые слова** (6-8 слов/словосочетаний). Ключевые слова должны отражать основное содержание статьи, использовать термины из текста статьи, а также термины, определяющие предметную область и включающие другие важные понятия, позволяющие облегчить и расширить возможности нахождения статьи средствами информационно-поисковой системы).

**Основной текст статьи** должен содержать введение/ постановку задачи/ цели/ историю, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы.

Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

В статье нумеруются лишь те **формулы**, на которые по тексту есть ссылки.

Все **аббревиатуры и сокращения**, за исключением заведомо общеизвестных, должны быть расшифрованы при первом употреблении в тексте.

Сведения о **финансовой поддержке** работы указываются на первой странице в виде сноски.

**6.** Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "... , см. [3; § 7, лемма 6]"; "... , см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

**Примеры оформления списка литературы**

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубаньшева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

**7.** После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

**8. Работа с электронной корректурой.** Статьи, поступившие в Отдел научных изданий (редакция), отправляются на анонимное рецензирование. Все рецензии по статьям отправляются автору. Авторам в течение трех дней необходимо отправить корректуру статьи. Статьи, получившие отрицательную рецензию, к повторному рассмотрению не принимаются. Исправленные варианты статей и ответ автора рецензенту присылаются в редакцию. Статьи, имеющие положительные рецензии, представляются редколлегии журнала для обсуждения и утверждения для публикации.

**Периодичность журнала:** 4 раза в год.

**9. Оплата.** Авторам, получившим положительное заключение к опубликованию, необходимо произвести оплату по следующим реквизитам (для сотрудников ЕНУ – 4500 тенге, для сторонних организаций – 5500 тенге): Реквизиты:

Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК банка: KСJBKZKX

ИИК: KZ978562203105747338

Кбе 16

Кпп 859- за статью

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Bank RBK"

Бик банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073

Кбе 16

Кпп 859 - за статью

3) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "ForteBank"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847

Кбе 16

Кпп 859 - за статью

4) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Народный Банк Казахстан"

БИК Банка: HSBKZKX

ИИК: KZ946010111000382181

Кбе 16

Кпп 859.

"За публикацию в Вестнике ЕНУ ФИО автора"

## Мақаланы рәсімдеу үлгісі

МРНТИ 27.25.19

А.Ж. Жубанышева<sup>1</sup>, Н. Темиргалиев<sup>2</sup>, А.Б. Утесов<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Институт теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

<sup>2</sup> Актыобинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, Актобе, Казахстан

(Email: <sup>1</sup> axaulezh@mail.ru, <sup>2</sup> ntmath10@mail.ru, <sup>3</sup> adilzhan\_71@mail.ru)

**Численное дифференцирование функций в контексте Компьютерного (вычислительного) перечника**

### Введение

Текст введения...

Авторам не следует использовать нестандартные пакеты LaTeX (используйте их лишь в случае крайней необходимости)

### Заголовок секции

#### 1.1 Заголовок подсекции

Окружения.

Теорема 1. ...

Лемма 1. ...

Предложение 1. ...

Определение 1. ...

Следствие 1. ...

Замечание 1. ...

**Теорема 2** (Темиргалиев Н. [2]). *Текст теоремы.*

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** Текст доказательства.

### 2. Формулы, таблицы, рисунки

$$\delta_N(\varepsilon_N; D_N)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; D_N)_Y \equiv \inf_{(l^{(N)}, \varphi_N) \in D_N} \delta_N \left( \varepsilon_N; \left( l^{(N)}, \varphi_N \right) \right)_Y, \quad (1)$$

где  $\delta_N(\varepsilon_N; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv$

$$\equiv \sup_{f \in F} \left\| Tf(\cdot) - \varphi_N \left( l_N^{(1)}(f) + \gamma_N^{(1)} \varepsilon_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}(f) + \gamma_N^{(N)} \varepsilon_N^{(N)}; \cdot \right) \right\|_Y.$$

$$\left| \gamma_N^{(\tau)} \right| \leq 1 (\tau=1, \dots, N)$$

Таблицы, рисунки необходимо располагать после упоминания. С каждой иллюстрацией должна следовать надпись.

Таблица 1 – Название таблицы

Простые	Не простые
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29	4, 6, 8, 9, 10, 12, 14

### 3. Ссылки и библиография

Для ссылок на утверждения, формулы и т. п. можно использовать метки. Например, теорема 2, Формула (1)

Для руководства по ЛАТЭХ и в качестве примера оформления ссылок, см., например, *Львовский С.М.* Набор и верстка в пакете ЛАТЭХ. Москва: Космосинформ, 1994.

Список литературы оформляется следующим образом.



FIGURE 1 – Название рисунка

## Список литературы

- 1 Локуциевский О.М., Гавриков М.Б. Начала численного анализа. –М.: ТОО "Янус", 1995. –581 с. - **книга**
- 2 Темирғалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник как синтез известного и нового в численном анализе // Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева –2014. –Т.4. №101. –С. 16-33. doi: ... (при наличии) - **статья**
- 3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. - **труды конференций**
- 4 Курмуков А.А. Ангиопротекторная и гипополипидемическая активность леукомизина. –Алматы: Бастау, 2007. –С. 3-5 - **газетные статьи**
- 5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

А.Ж. Жубанышева<sup>1</sup>, Н. Темірғалиев<sup>1</sup>, А.Б. Утесов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің теориялық математика және ғылыми есептеулер институты, Астана, Қазақстан

<sup>2</sup> Қ.Жұбанов атындағы. Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

**Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнмәтінінде функцияларды сандық дифференциалдау**

**Аннотация:** Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнмәтінінде Соболев класында жататын функцияларды олардың тригонометриялық Фурье-Лебега коэффициенттерінің ақырлы жиынынан алынған дәл емес ақпарат бойынша жуықтау есебі толығымен шешілді [100-200 сөздер].

**Түйін сөздер:** жуықтап дифференциалдау, дәл емес ақпарат бойынша жуықтау, шектік қателік, Компьютерлік (есептеуіш) диаметр [6-8 сөз/сөз тіркестері].

A.Zh.Zhubanysheva<sup>1</sup>, N. Temirgaliyev<sup>1</sup>, A.B. Utesov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institute of theoretical mathematics and scientific computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

<sup>2</sup> K.Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe, Kazakhstan

**Numerical differentiation of functions in the context of Computational (numerical) diameter**

**Abstract:** The computational (numerical) diameter is used to completely solve the problem of approximate differentiation of a function given inexact information in the form of an arbitrary finite set of trigonometric Fourier coefficients. [100-200 words]

**Keywords:** approximate differentiation, recovery from inexact information, limiting error, computational (numerical) diameter, massive limiting error. [6-8 words/word combinations]

## References

- 1 Lokucievskij O.M., Gavrikov M.B. Nachala chislenogo analiza [Elements of numerical analysis] (Yanus, Moscow, 1995). [in Russian]
- 2 Temirgaliyev N. Komp'juternyj (vychislitel'nyj) poperechnik kak sintez izvestnogo i novogo v chislenom analize [Computational (numerical) diameter as a synthesis of the known and the new in numerical analysis], Vestnik Evrazijskogo nacional'nogo universiteta imeni L.N. Gumileva [Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University], 4 (101), 16-33 (2014). [in Russian]
- 3 Zhubanysheva A.Zh., AbikenovaSh.K. O normah proizvodnyh funkcij s nulevymi znachenijami zadannogo nabora linejnyh funkcionalov i ih primenenija k poperechnikovym zadacham [About the norms of the derivatives of functions with zero values of a given set of linear functionals and their application to the width problems]. Tezisy dokladov Mezhdunarodnoj konferencii, posvjashhennaja 110-letiju so dnja rozhdenija akademika

- S.M.Nikol'skogo "Funkcional'nye prostranstva i teorija priblizhenija funkcij" [International conference on Function Spaces and Approximation Theory dedicated to the 110th anniversary of S. M. Nikol'skii]. Moscow, 2015, pp. 141-142. [in Russian]
- 4 Kurmukov A. A. Angioprotekturnaja i gipolipidemicheskaja aktivnost' leukomizina [Angioprotective and lipid-lowering activity of leukomycin] (Bastau, Almaty, 2007, P. 3-5). [in Russian]
- 5 Kyrov V.A., Mihajlichenko G.G. Analiticheskij metod vložhenija simplekticheskoj geometrii [The analytic method of embedding symplectic geometry], Sibirskie jelektronnye matematicheskie izvestija [Siberian Electronic Mathematical Reports], **14**, 657-672 (2017). doi: 10.17377/semi.2017.14.057. Available at: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. [in Russian]. (accessed 08.01.2017).

**Сведения об авторах:**

*Жубанышева А.Ж.* - старший научный сотрудник Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

*Теміргалиев Н.* - директор Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

*Утесов А.Б.* - кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, пр. А.Молдагуловой, 34, Актөбе, Казахстан.

*Zhubanysheva A.Zh.* - Senoir researcher of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

*Temirgaliyev N.* - Head of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

*Utesov A.B.* - candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, K.Zhubanov Aktobe Regional State University, A.Moldagulova Prospect, 34, Aktobe, Kazakhstan.

*Поступила в редакцию 15.05.2017*

Редакторы: А.Т. Ақылбеков  
Шығарушы редактор, дизайн: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің  
Хабаршысы. Физика. Астрономия сериясы.  
-2019 - 3(128) - Нұр-Сұлтан: ЕҰУ. 175-б.  
Шартты б.т. - 9,375 Таралымы - 25 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді.

Редакция мекен-жайы: 010008, Нұр-Сұлтан: қ.,  
Сәтбаев көшесі, 2.  
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті  
Тел.: +7(7172) 70-95-00(ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды