

ISSN (Print) 2616-6836
ISSN (Online) 2663-1296

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN

of L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ВЕСТНИК

Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

PHYSICS. ASTRONOMY Series

Серия **ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

№2(127)/2019

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Нұр-Сұлтан, 2019

Nur-Sultan, 2019

Нур-Султан, 2019

Бас редакторы:
ф.-м.ғ. докторы
А.Қ. Арынгазин (Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары

А.Т. Ақылбеков, ф.-м.ғ.д., профессор
(Қазақстан)

Редакция алқасы

Алдонгаров А.А.	PhD (Қазақстан)
Балапанов М.Х.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Бахтизин Р.З.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Гиниятова Ш.Г.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Даулетбекова А.Қ.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Ержанов Қ.К.	ф.-м.ғ.к., PhD (Қазақстан)
Жұмаділов Қ.Ш.	PhD (Қазақстан)
Здоровец М.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Қадыржанов Қ.К.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Кайнарбай А.Ж.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Кутербеков Қ.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Лущик А.Ч.	ф.-м.ғ.д., проф. (Эстония)
Морзабаев А.К.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Мырзақұлов Р.Қ.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Нұрахметов Т.Н.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Сауытбеков С.С.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Салиходжа Ж.М.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Тлеукенов С.К.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Усеинов А.Б.	PhD (Қазақстан)
Хоши М.	PhD, проф. (Жапония)

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Сәтбаев к-сі, 2, 349 б., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті.
Тел.: +7(7172) 709-500 (ішкі 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Жауапты хатшы, компьютерде беттеген: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің Хабаршысы.
ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

Меншіктенуші: ҚР БЖҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК
Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігінде 27.03.2018ж.
№16999-ж тіркеу куәлігімен тіркелген.

Тиражы: 25 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Қажымұқан к-сі, 12/1, 349 б.,
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті. Тел.: +7(7172)709-500 (ішкі 31-428)

Editor-in-Chief
Doctor of Phys.-Math. Sciences
A.K. Aryngazin (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief

A.T. Akilbekov, Doctor of Phys.-Math. Sciences,
Prof. (Kazakhstan)

Editorial Board

Aldongarov A.A.	PhD (Kazakhstan)
Balapanov M.Kh.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Bakhtizin R.Z.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Dauletbekova A.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD (Kazakhstan)
Giniyatova Sh.G.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Hoshi M.	PhD, Prof. (Japan)
Kadyrzhanov K.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Kainarbay A.Zh.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Kuterbekov K.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Lushchik A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Estonia)
Morzabayev A.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Myrzakulov R.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Nurakhmetov T.N.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Sautbekov S.S.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Salikhodzha Z. M	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Tleukenov S.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Useinov A.B.	PhD (Kazakhstan)
Yerzhanov K.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD(Kazakhstan)
Zdorovets M.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Zhumadilov K.Sh.	PhD (Kazakhstan)

Editorial address: L.N. Gumilyov Eurasian National University, 2, Satpayev str., of. 349,
Nur-Sultan, Kazakhstan 010008
Tel.: +7(7172) 709-500 (ext. 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Responsible secretary, computer layout: A.Nurbolat

Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.

PHYSICS. ASTRONOMY Series

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №16999-ж from 27.03.2018.

Circulation: 25 copies

Address of printing house: L.N. Gumilyov Eurasian National University, 12/1 Kazhimukan str.,
Nur-Sultan, Kazakhstan 010008;

tel.:+7(7172) 709-500 (ext. 31-428)

Главный редактор:
доктор ф.-м.н.
А.К. Арынгазин (Казахстан)

Зам. главного редактора

А.Т. Акилбеков, доктор ф.-м.н.,
профессор (Казахстан)

Редакционная коллегия

Алдонгаров А.А.	PhD (Казахстан)
Балапанов М.Х.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Бахтизин Р.З.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Гиниятова Ш.Г.	д.ф.-м.н. (Казахстан)
Даулетбекова А.К.	д.ф.-м.н., PhD (Казахстан)
Ержанов К.К.	д.ф.-м.н., PhD (Казахстан)
Жумадилов К.Ш.	доктор PhD (Казахстан)
Здоровец М.	к.ф.-м.н. (Казахстан)
Кадыржанов К.К.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Кайнарбай А.Ж.	д.ф.-м.н. (Казахстан)
Кутербеков К.А.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Лущик А.Ч.	д.ф.-м.н., проф. (Эстония)
Морзабаев А.К.	д.ф.-м.н. (Казахстан)
Мырзакулов Р.К.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Нурахметов Т.Н.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Сауытбеков С.С.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Салиходжа Ж.М.	д.ф.-м.н. (Казахстан)
Тлеукунов С.К.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Усеинов А.Б.	PhD (Казахстан)
Хоши М.	PhD, проф. (Япония)

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2, каб. 349, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева.
Тел.: (7172) 709-500 (вн. 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Ответственный секретарь, компьютерная верстка: А. Нурболат

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.
Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ

Собственник РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК
Периодичность: 4 раза в год

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казахстан.

Регистрационное свидетельство №16999-ж от 27.03.2018г.

Тираж: 25 экземпляров

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Кажимукана, 12/1, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева. тел.: +7(7172)709-500 (вн. 31-428)

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

№2(127)/2019

МАЗМҰНЫ

<i>Алиева Г.Ж., Кабдрахимова Г.Д., Садықов Б.М., Насурлла М., Мукан Ж., Усабаева Г., Кучук Я., Жолдыбаев Т. К.</i> $E_p = 30$ МэВ энергиялық ^{103}Rh ядросындағы (p,xp) реакциясының екінші реттік протондар эмиссиясы	8
<i>Аралбаева Г.М., Гиниятова Ш.Г.</i> TiO_2 -де латентті тректердің параметрлерін бағалауға арналған термиялық шыңның моделі	16
<i>Жексембаева А., Абуова Ф.У., Ақылбеков А.Т., Абуова А.У., Сарсебай Е.</i> LaMnO_3 кристалының (001) бетіндегі процестерді кванттық механикалық модельдеу	25
<i>Мейрамбай А., Ержанов К.К., Ержанова Ж.О.</i> Фейнмандық диаграммалар толық интегралданатын статистикалық тор жүйесі ретінде	31
<i>Аумаликова М., Ибраева Д., Жумадилов К., Шижкина Е., Бахтин М., Кашкинбаев Е.</i> Уран өндіретін және өндейтін кәсіпорындарда жұмыс істейтін қызметкерлер мен тұрғылықты халықтың дозалық жүктемесін есептеу	38
<i>Ибраева А.Д.</i> Si_3N_4 -те тректүзілу механизмін сипаттау үшін термиялық шыңның серпімсіз моделінің қолдануын зерттеу	48
<i>Мырзакулов Н.А., Мырзакулова Ш.А., Мейрбеков Б.К.</i> $(2+1)$ өлшемді $F(T)$ гравитациясының фермиондық өріспен байланысқандағы космологиялық шешім	57
<i>Рахымбеков А.Ж.</i> Суперионды өткізгіштегі электрлік өткізгіштікті есептеу	67
<i>Сарсенова С.М., Степаненко В.Ф., Жумадилов К.Ш.</i> Оптикалық стимуляцияланған люминесценттік (ОСЛ) дозиметрия әдісінің қазіргі жағдайы	72
<i>Сүйжимбаева Н.Т., Калиев А.М., Разина О.В., Цыба П.Ю.</i> Гейзенбергтің ХХХ моделіндегі 4-еуі кері аударылған спиндер үшін Бете анзацы	80

BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY. PHYSICS.
ASTRONOMY SERIES

№2(127)/2019

CONTENTS

<i>Aliyeva G.Zh., Kabdrakhimova G.D., Sadykov B.M., Nassurlla M., Mukan Zh., Ussabaeva G., Kucuk Y., Zholdybaev T.K.</i> The emission of secondary protons from reaction (p,xp) at an energy of 30 MeV in the nucleus of ^{103}Rh	8
<i>Aralbayeva G.M., Giniyatova Sh.G.</i> The thermal spike model to estimate the parameters of latent tracks in TiO_2	16
<i>Zheksembayeva A., Abuova F.U., Akylbekov A.T., Abuova A.U., Sarsebai E.</i> Quantum mechanical modeling of processes on the surface of a LaMnO_3 (001) crystal	25
<i>Meirambay A., Yerzhanov K.K., Yerzhanova Zh.O.</i> Feynman diagrams as a completely integrable lattice statistical system	31
<i>Aumalikova M., Ibrayeva D., Zhumadilov K., Shishkina E., Bakhtin M., Kashkinbayev Ye.</i> Calculation of radiation burden of personnel and public, working and living in area of the uranium mining and uranium-processing enterprises	38
<i>Ibrayeva A.D.</i> Study of the applicability of the inelastic thermal peak model to describe the track formation mechanism in Si_3N_4	48
<i>Myrzakulov N.A., Myrzakulova Sh.A., B.K Meirbekov</i> Cosmological solutions for $F(T)$ gravity with fermion fields in (2+1) dimensions	57
<i>Rakhymbekov A.Zh.</i> Calculation of electrical conductivity of a superionic conductor	67
<i>Sarsenova S.M., Stepanenko V.F., Zhumadilov K.Sh.</i> The modern state of optically stimulated luminescence (OSL) dosimetry method	72
<i>Suikimbayeva N.T., Kaliyev A.M., Razina O.V., Tsyba P.Yu.</i> The Bethe ansatz in the XXX model of Heisenberg for the 4-inverted spins	80

ВЕСТНИК ЕВРАЗИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИМЕНИ Л.Н.ГУМИЛЕВА. Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ

№2(127)/2019

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Алиева Г.Ж., Кабдрахимова Г.Д., Садыков Б. М., Насурлла М., Муқан Ж., Усабаева Г., Кучук Я., Жолдыбаев Т. К.</i> Эмиссия вторичных протонов из реакции (p,xp) при энергии 30 МэВ на ядре ^{103}Rh	8
<i>Аралбаева Г.М., Гиниятова Ш.Г.</i> Модель термического пика для оценки параметров латентных треков в TiO_2	16
<i>Жексембаева А., Абуова Ф.У., Акылбеков А.Т., Абуова А.У., Сарсебай Е.</i> Квантово-механическое моделирование процессов на поверхности кристалла LaMnO_3 (001)	25
<i>Мейрамбай А., Ержанов К.К., Ержанова Ж.О.</i> Фейнмановские диаграммы как вполне интегрируемая статистическая система решетки	31
<i>Аумаликова М., Ибраева Д., Жумадилов К., Шишкина Е., Бахтин М., Кашкинбаев Е.</i> Расчет дозовой нагрузки персонала и населения, работающих и проживающих в области уранодобывающего и ураноперерабатывающего предприятий	38
<i>Ибраева А.Д.</i> Изучение применимости модели неупругого термического пика для описания механизма трекообразования в Si_3N_4	48
<i>Мырзакулов Н.А., Мырзакулова Ш.А., Мейрбеков Б.К.</i> Космологические решения для $F(T)$ гравитации с фермионными полями в (2+1) размерности	57
<i>Рахымбеков А.Ж.</i> Расчет электрической проводимости суперионного проводника	67
<i>Сарсенова С.М., Степаненко В.Ф., Жумадилов К.Ш.</i> Современное состояние метода оптически стимулированной люминесцентной (ОСЛ) дозиметрии	72
<i>Суйкимбаева Н.Т., Калиев А.М., Разина О.В., Цыба П.Ю.</i> Анзац Бете в ХХХ модели Гейзенберга для 4-х перевернутых спинов	80

Н.А. Мырзакулов¹, Ш.А. Мырзакулова², Б.К. Мейрбеков³*Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан.
(E-mail: ¹ nmyrzakulov@gmail.com, ² shamyrzakulova@gmail.com)***Космологические решения для $F(T)$ гравитации с фермионными полями в (2+1) размерности**

Аннотация: В этой статье исследуется модифицированная $F(T)$ гравитация, неминимально связанная с фермионными полями в (2+1) измерениях пространства-времени Фрийдмана-Робертсона-Уокера. Используя метод множителей Лагранжа, вывели точечный Лагранжиан и получили модифицированные уравнения Фрийдмана, уравнения Дирака для фермионного поля. Хорошо известно, что метод симметрии теоремы Нетер считается полезным не только для установления реалистичных космологических моделей, но также для поиска точных решений. Посредством применения теоремы Нетера определены гравитационная связь, самосогласованный потенциал, генераторы симметрии, вид $F(T)$ гравитации и первый интеграл (заряд Нетера) или сохраняющаяся величина для данной модели. Получены космологические решения, имеющие степенной вид, описывающие позднюю эпоху развития Вселенной. Найдены параметр Хаббла, давление и плотность энергии для фермионных полей и параметр уравнения состояния.

Ключевые слова: $F(T)$ гравитация, фермионные поля, теорема Нетер, заряд Нетера, плотность, давление, космологические решения.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-68-36-2019-127-2-57-66>

Введение. Космологические наблюдения показывают, что наша Вселенная имеет две фазы ускорения: инфляцию на ранних этапах и космическое ускорение на поздних этапах, так называемую темную энергию [1,2]. Для описания этих явлений было предложено несколько альтернативных моделей гравитации, таких как $F(R)$ гравитация, $F(T)$ гравитация, гравитация Гаусса-Бонне, массивная гравитация, скалярно-тензорная гравитация и так далее. Все эти теории предлагаются в качестве теоретических кандидатов для объяснения всей эволюции Вселенной.

Чтобы изменить обычную формулировку кривизны в общей теории относительности (ОТО), нужно начать с замены скаляра Риччи R в действии Эйнштейна Гильберта на его произвольные функции. Однако в качестве альтернативы можно использовать ОТО на основе кручения, а именно так называемый телепараллельный эквивалент общей теории относительности (ТЭОТО) [3]. Впервые он был введен Эйнштейном для объединения гравитации с электромагнетизмом. Пространственно-временная структура в стандартной ОТО Эйнштейна описывается связностью Леви-Чивиты, пространственно-временная структура в ТЭОТО строится связностью Вейтзенбока. Кроме того, в отличие от стандартной ОТО Эйнштейна, ТЭОТО является калибровочной теорией группы трансляции пространства-времени.

В ТЭОТО гравитационное поле описывается не скаляром кривизны, а скаляром кручения T . Следовательно, аналогично $F(R)$ теорию гравитации как расширение ОТО, можно построить $F(T)$ теорию гравитации как расширение ТЭОТО [4,5]. Следует отметить, что если ТЭОТО полностью совпадает с ОТО на уровне уравнений, то уравнения $F(T)$ гравитации отличаются от $F(R)$ гравитации. Уравнения поля $F(T)$ гравитации являются уравнениями второго порядка, а в $F(R)$ гравитации четвертого порядка. $F(T)$ гравитация имеет интересные космологические решения, которые дают альтернативные интерпретации для ускоряющихся фаз Вселенной.

В космологии симметричные методы, такие как симметрия Нетер [6-10], симметрия Ли [11-14], симметрия Ходжман [15-19] рассматриваются как полезный инструмент для изучения точных решений. Точные космологические решения уравнений Дирака (фермионы) являются полезными инструментами для изучения физического поведения частиц в искривленном

пространстве-времени. Эти решения имеют большое значение в космологии. Недавно точные решения уравнений Дирака в (2+1) теории были найдены для различных потенциалов в плоском и искривленном пространстве-времени [20].

В последнее время трехмерная гравитация приобрела большое значение. (2+1)-мерная гравитация обладает свойствами, подобными (3+1) -мерным теориям гравитации. В трехмерной гравитации тензор Римана сводится к тензору Риччи в (2+1) измерениях. Это более простой случай, чем (3+1) -мерная гравитация. Следовательно, (2+1) - мерная гравитация предполагается в качестве "игрушечной" модели для регулярной теории Эйнштейна в (3+1) измерениях. Кроме того, (2+1) уравнения Дирака менее сложны, чем (3+1) уравнения Дирака. В (3+1) мерные уравнения Дирака входят матрицы Дирака и спиноры Дирака с четырьмя компонентами. Однако в (2+1) измерениях матрицы Дирака сводятся к матрицам Паули [20]. В работе [21] были изучены уравнения Дирака в рамках телепараллельной (2+1) гравитации методом калибровочной симметрии Нетер. Цель этого исследования - найти точные решения уравнений Дирака в (2+1)-мерной $F(T)$ гравитации, в искривленном пространстве-времени посредством теоремы Нетер.

Структура этой статьи организована следующим образом. В разделе 2 находим уравнения поля для $F(T)$ гравитации, которая неминимально связана с фермионными полями в (2+1) измерениях. В разделе 3 применяем теорему Нетер, чтобы найти форму $F(T)$ гравитации, функции связи и самосогласованного потенциала. Космологические решения рассматриваются в разделе 4. Сигнатура метрики используется $(+, -, -)$ и единицы измерения выбираем $8\pi G = c = \hbar = 1$.

Действие и уравнения поля

Начнем с действия в рамках (2+1)-мерной $F(T)$ гравитации, неминимально связанной с полем Дирака

$$\mathcal{S} = \int d^3x |e| \left\{ h(u)F(T) + \frac{i}{2} [\bar{\psi}\sigma^\mu(x)(D_\mu\psi) - (D_\mu\bar{\psi})\sigma^\mu(x)\psi] - V(u) \right\}, \quad (1)$$

где $h(u)$ и $V(u)$ являются функцией связи и потенциала соответственно. Эти скалярные функции зависят только от билинейной функции дираковского поля $u = \bar{\psi}\psi$. Билинейное поле u это релятивистская инвариантная величина, где $\bar{\psi}$ является сопряжением поля Дирака ψ , в котором $\bar{\psi} = \psi^\dagger\sigma^3$. В действии, $|e| = \det(e_\mu^{(i)}(x)) = \sqrt{|g|}$, где $e_\mu^{(i)}(x)$ тетрады и g детерминант метрического тензора $g_{\mu\nu}$, определяется в терминах тетрад и (2+1) размерная метрика пространства Минковского, $\eta_{(i)(j)}$, с сигнатурой $(1, -1, -1)$, как $g_{\mu\nu} = e_\mu^{(i)}e_\nu^{(j)}\eta_{(i)(j)}$, где i и j внутренние (локальные) индексы пространства-времени, μ и ν внешние (глобальные) индексы пространства-времени. Также $\sigma^\mu(x)$ являются матрицами Дирака, зависящими от координат пространства, которые определены в терминах плоских пространственно-временных матриц Дирака, $\bar{\sigma}^i$, и тетрад в виде

$$\sigma^\mu(x) = e_{(i)}^\mu(x)\bar{\sigma}^i, \quad (2)$$

где $\bar{\sigma}^i$

$$\bar{\sigma}^0 = \sigma^3, \bar{\sigma}^1 = i\sigma^1, \bar{\sigma}^2 = i\sigma^2 \quad (3)$$

и i мнимая единица (т.е. $i^2 = -1$), σ^1 , σ^2 и σ^3 являются стандартными 2×2 матрицами Паули. Следует отметить, что T является инвариантом Вейтзенбока (т.е. скаляр кручения) который определится как

$$T = S_\rho^{\mu\nu}T_{\mu\nu}^\rho, \quad (4)$$

где $T_{\mu\nu}^\rho$ является тензором кручения Вейтзенбока, определяемым в терминах связности $W\Gamma_{\mu\nu}^\rho = e_{(i)}^\rho\partial_\nu e_\mu^{(i)}$,

$$T_{\mu\nu}^\rho = e_{(i)}^\rho \left[\partial_\mu e_\nu^{(i)} - \partial_\nu e_\mu^{(i)} \right], \quad (5)$$

и $S_\rho^{\mu\nu}$ кососимметричный тензор записывается

$$S_\rho^{\mu\nu} = \frac{1}{4} [T_{\rho}^{\nu\mu} - T_{\rho}^{\mu\nu} + T_{\rho}^{\mu\nu}] + \frac{1}{2} [\delta_\rho^\mu T^{\beta\nu} - \delta_\rho^\nu T^{\beta\mu}]. \quad (6)$$

Ковариантные производные спинора Дирака $D_\mu\psi$ и его сопряжение $D_\mu\bar{\psi}$ определяются как

$$\begin{aligned} D_\mu\psi &= \partial_\mu\psi - \frac{i}{4}({}^0\omega_{(j)\mu}^{(i)})s_{(i)}^{(j)}\psi, \\ D_\mu\bar{\psi} &= \partial_\mu\bar{\psi} + \frac{i}{4}({}^0\omega_{(j)\mu}^{(i)})s_{(i)}^{(j)}\bar{\psi}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $s_{(i)}^{(j)}$ является спиновым оператором и определяется в терминах матриц Дирака $s_{(i)}^{(j)} = \frac{i}{2}[\bar{\sigma}_{(i)}, \bar{\sigma}^{(j)}]$. Кроме того, с учетом этих соображений минимальная связь спинора Дирака с кручением становится эквивалентной случаю кривизны. Метрика плоского, однородного и изотропного (2+1) размерного ФРУ пространства времени

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)[dx^2 + dy^2], \quad (8)$$

где $a(t)$ является масштабным фактором Вселенной. Используя метрику (8), находим скаляр кручения в виде

$$T = -2\frac{\dot{a}^2}{a^2}. \quad (9)$$

Используя метрику (8) переписываем действие (1) как

$$S = \int d^3xe \left[h(u)F(T) - \frac{ia^2}{2} (\bar{\psi}\sigma^3\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\sigma^3\psi) - V(u) \right]. \quad (10)$$

Метод множителя Лагранжа используется для устранения дополнительных переменных. Используя множитель Лагранжа, можно переписать действие (10) в следующем виде

$$S = \int d^3xe \left[h(u)F(T) + \lambda \left(T + 2\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) \right) - \frac{ia^2}{2} (\bar{\psi}\sigma^3\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\sigma^3\psi) - V(u) \right]. \quad (11)$$

Варьируя действие (11) по скаляру кручения T получим

$$\lambda = hF_T. \quad (12)$$

Подставляя (12) в действие (11), окончательно имеем

$$S = \int d^3xe \left[h(u)F(T) + hF_T \left(T + 2\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) \right) - \frac{ia^2}{2} (\bar{\psi}\sigma^3\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\sigma^3\psi) - V(u) \right]. \quad (13)$$

Для метрики (8) получим точечный лагранжиан в виде

$$L = a^2hF_T T - a^2hF + 2\dot{a}^2hF_T - \frac{ia^2}{2} (\bar{\psi}\sigma^3\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\sigma^3\psi) + a^2V. \quad (14)$$

Уравнения движения для фермионного поля ψ и его сопряжение $\bar{\psi}$, соответственно

$$\dot{\psi} + H\psi + iV'\sigma^3\psi + 2iH^2F_T h'\sigma^3\psi + iF_T T h'\sigma^3\psi - iF h'\sigma^3\psi = 0 \quad (15)$$

$$\dot{\bar{\psi}} + H\bar{\psi} - iV'\sigma^3\bar{\psi} - 2iH^2F_T h'\sigma^3\bar{\psi} - iF_T T h'\sigma^3\bar{\psi} + iF h'\sigma^3\bar{\psi} = 0 \quad (16)$$

С другой стороны, используя точечный Лагранжиан (14) и уравнения Дирака (15), (16) находим уравнения Фридмана

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{p_f}{2hF_T}, \quad (17)$$

и

$$H^2 = \frac{\rho_f}{2hF_T}, \quad (18)$$

где ρ_f и p_f принимает следующий вид

$$\rho_f = hF_T T - hF + V, \quad (19)$$

$$p_f = 2h'\dot{u}H F_T - 8hF_{TT}H^2\dot{H} - (Fh' - F_T T h' + 2F_T h' H^2 - V')u + hF - hF_T T - V. \quad (20)$$

Чтобы решить уравнения поля, определяем форму функции связи и потенциал данной теории. Для этого в следующем разделе будем использовать теорему Нетер.

Симметрия Нетер

Существование симметрий Нетер приводит к особому виду функции связи и потенциала, которые важны для получения точных решений уравнений поля. Симметрия Нетер заключается в том, что производная Ли от точечного Лагранжиана по векторному полю \mathbf{X} обнуляется, т.е.

$$\mathcal{L}_{\mathbf{X}}L = 0. \quad (21)$$

Генератор симметрии Нетер запишем как

$$\mathbf{X} = \alpha \frac{\partial}{\partial a} + \beta \frac{\partial}{\partial T} + \dot{\alpha} \frac{\partial}{\partial \dot{a}} + \dot{\beta} \frac{\partial}{\partial \dot{T}} + \sum_{j=1}^2 \left(\nu_j \frac{\partial}{\partial \psi_j} + \dot{\nu}_j \frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_j} + \delta_j \frac{\partial}{\partial \psi_j^\dagger} + \dot{\delta}_j \frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_j^\dagger} \right). \quad (22)$$

Учитывая Лагранжиан (14) оно выглядит как

$$\mathcal{L}_{\mathbf{X}}L = \alpha \frac{\partial L}{\partial a} + \beta \frac{\partial L}{\partial T} + \dot{\alpha} \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} + \dot{\beta} \frac{\partial L}{\partial \dot{T}} + \sum_{j=1}^2 \left(\nu_j \frac{\partial L}{\partial \psi_j} + \dot{\nu}_j \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_j} + \delta_j \frac{\partial L}{\partial \psi_j^\dagger} + \dot{\delta}_j \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_j^\dagger} \right), \quad (23)$$

где

$$\dot{\alpha} = \frac{\partial \alpha}{\partial a} \dot{a} + \frac{\partial \alpha}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_j} \dot{\psi}_j + \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_j^\dagger} \dot{\psi}_j^\dagger, \quad (24)$$

$$\dot{\beta} = \frac{\partial \beta}{\partial a} \dot{a} + \frac{\partial \beta}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \beta}{\partial \psi_j} \dot{\psi}_j + \frac{\partial \beta}{\partial \psi_j^\dagger} \dot{\psi}_j^\dagger, \quad (25)$$

$$\dot{\nu} = \frac{\partial \nu}{\partial a} \dot{a} + \frac{\partial \nu}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \nu}{\partial \psi_j} \dot{\psi}_j + \frac{\partial \nu}{\partial \psi_j^\dagger} \dot{\psi}_j^\dagger, \quad (26)$$

$$\dot{\delta} = \frac{\partial \delta}{\partial a} \dot{a} + \frac{\partial \delta}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \delta}{\partial \psi_j} \dot{\psi}_j + \frac{\partial \delta}{\partial \psi_j^\dagger} \dot{\psi}_j^\dagger. \quad (27)$$

Учитывая, что спинорное поле $\psi = (\psi_1, \psi_2)^T$ и его сопряжение, $\bar{\psi} = \psi^\dagger \sigma^3$, Лагранжиан (14) принимает следующий вид

$$L = a^2 h F_T T - a^2 h F + 2\dot{a}^2 h F_T - \frac{ia^2}{2} \left[\sum_{i=1}^2 (\psi_i^\dagger \dot{\psi}_i - \dot{\psi}_i^\dagger \psi_i) \right] + a^2 V. \quad (28)$$

Приравнивая члены с коэффициентами $\dot{a}^2, \dot{a}\dot{T}, \dot{a}\dot{\psi}_j, \dot{a}\dot{\psi}_j^\dagger, \dot{a}, \dot{T}, \dot{\psi}_j$ и $\dot{\psi}_j^\dagger$ к нулю, находим следующую систему уравнений

$$\dot{a}^2 : \quad 2F_T \frac{\partial \alpha}{\partial a} + \beta F_{TT} + \frac{h'}{h} F_T \sum_{i=1}^2 \left(\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i \right) = 0, \quad (29)$$

$$\dot{a}\dot{T} : \quad 4hF_T \frac{\partial \alpha}{\partial T} = 0, \quad (30)$$

$$\dot{a}\dot{\psi}_j : \quad 4hF_T \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_j} = 0, \quad (31)$$

$$\dot{a}\dot{\psi}_j^\dagger : \quad 4hF_T \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_j^\dagger} = 0, \quad (32)$$

$$\dot{a} : \quad \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \nu_i}{\partial a} \psi_i^\dagger - \frac{\partial \delta_i}{\partial a} \psi_i \right) = 0, \quad (33)$$

$$\dot{T} : \quad \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \nu_i}{\partial T} \psi_i^\dagger - \frac{\partial \delta_i}{\partial T} \psi_i \right) = 0, \quad (34)$$

$$\dot{\psi}_j : \quad 2\alpha \psi_j^\dagger + a\delta_j + a \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \nu_i}{\partial \psi_j} \psi_i^\dagger - \frac{\partial \delta_i}{\partial \psi_j} \psi_i \right) = 0, \quad (35)$$

$$\dot{\psi}_j^\dagger : \quad 2\alpha \psi_j + a\nu_j - a \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial \nu_i}{\partial \psi_j^\dagger} \psi_i^\dagger - \frac{\partial \delta_i}{\partial \psi_j^\dagger} \psi_i \right) = 0, \quad (36)$$

$$2\alpha V + aV' \sum_{i=1}^2 \left(\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i \right) = 0, \quad (37)$$

$$\begin{aligned} & 2\alpha F - 2\alpha F_T T - \beta a F_{TT} T + aF \frac{h'}{h} \sum_{i=1}^2 \left(\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i \right) - \\ & - aF_T T \frac{h'}{h} \sum_{i=1}^2 \left(\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i \right) = 0. \end{aligned} \quad (38)$$

где $\epsilon_i = \begin{cases} 1 & \text{при } i = 1 \\ -1 & \text{при } j = 2. \end{cases}$

Первый интеграл или сохраняющаяся величина в общем определяется как

$$Q = \xi^j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j} = const, \quad (39)$$

где ξ^j - некоторые генераторы симметрии, q^j - переменные.

Рассмотрим систему уравнений (29) - (38). Из (30), (31) и (32) видно, что α зависит только от масштабного фактора $a(t)$

$$\alpha = \alpha(a). \quad (40)$$

Перепишем (37)

$$\frac{2\alpha V}{aV'} = - \sum_{i=1}^2 \left(\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i \right). \quad (41)$$

Из уравнения (38) имеем

$$\beta a F_{TT} T = 2\alpha F - 2\alpha F_T T + aF \frac{h'}{h} \sum_{i=1}^2 \left(\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i \right) - aF_T T \frac{h'}{h} \sum_{i=1}^2 \left(\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i \right). \quad (42)$$

Подставив (41) в (29) с учетом того, что F и V являются функцией от u , получим

$$\frac{a}{\alpha} \frac{d\alpha}{da} - 1 + \frac{3F}{2F_T T} - \frac{3F}{2F_T T} \left(\frac{h'}{h} \frac{V}{V'} \right) = 0. \quad (43)$$

Обозначим $\frac{h'}{h} \frac{V}{V'} = s$, используя метод разделения переменных имеем

$$\frac{a}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial a} = \frac{3Fs}{2F_T T} - \frac{F}{F_T T} - 1 = k. \quad (44)$$

Решая (44) аналитически, получим α как

$$\alpha(a) = \alpha_0 a^k \quad (45)$$

и решение для $F(T)$ запишется в виде

$$F(T) = F_0 T^{\frac{3s-2}{2k+2}}. \quad (46)$$

Решая уравнения (33)-(36), определены генераторы ν и δ

$$\nu_j = -(\alpha_0 a^{k-1} + \epsilon_j \nu_0) \psi_j, \quad (47)$$

$$\delta_j = -(\alpha_0 a^{k-1} - \epsilon_j \nu_0) \psi_j^\dagger. \quad (48)$$

Функция связи и потенциал найдены

$$h = h_0 u^s, \quad (49)$$

$$V = V_0 u, \quad (50)$$

где h_0 и V_0 являются постоянными интегрирования.

Из уравнения (39) находим первый интеграл или сохраняющуюся величину для нашей модели

$$Q = 4\alpha h F_T \dot{a}. \quad (51)$$

В следующем разделе будет проводиться поиск космологических решений уравнений поля с использованием полученных функций связи $h(u)$ и потенциала $V(u)$.

Космологическое решение

Чтобы изучить поведение масштабного фактора $a(t)$, находим форму билинейной функции u . Из уравнения для фермионного поля (15) и его сопряжения (16) получаем

$$\dot{u} + 2 \frac{\dot{a}}{a} u = 0. \quad (52)$$

Билинейная функция вычисляется как

$$u = \frac{u_0}{a^2}, \quad (53)$$

где u_0 - постоянная интегрирования.

Из уравнения Фридмана (18) находим

$$\dot{a} = a_0 a^{\frac{2sk-s-2k}{3s-2}}, \quad a_0 = \frac{v^{\frac{k+1}{3s-2}} u_0^{\frac{(1-s)(k+1)}{3s-2}}}{\sqrt{2}}, \quad \text{где} \quad v = \frac{V_0}{h_0 F_0} \left(\frac{k+1}{3s-k-3} \right) \quad (54)$$

решение

$$a(t) = (tv - ntv + c_1)^{-\frac{1}{n-1}}, \quad (55)$$

где $n = \frac{2sk-s-2k}{3s-2}$.

На рисунке 1 показана зависимость масштабного фактора $a(t)$ от времени t . Для нашей модели, чтобы описать ускоренное расширение Вселенной, необходимо условие $0 < n < 1$. Параметр Хаббла определяется как

$$H = \frac{v}{tv - ntv + c_1}. \quad (56)$$

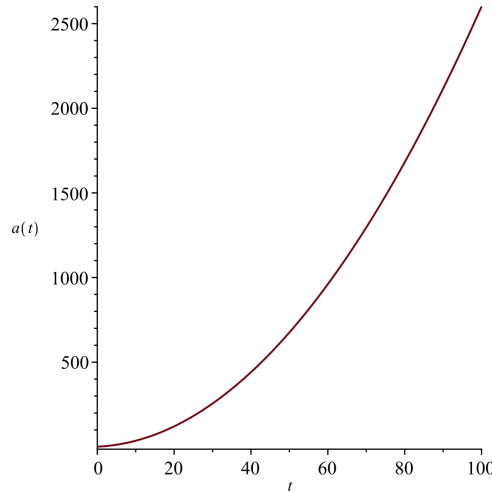


Рисунок 1 – График зависимости масштабного фактора $a(t)$ от времени t при $a_0=1$, $c_1=1$, $n=1$.

Плотность энергии и давление для фермионного поля запишется в виде

$$\rho = \frac{3v^2}{(tv - ntv + c_1)^2} \quad \text{и} \quad p = -\frac{v^2(1 + 2n)}{(tv - ntv + c_1)^2}. \quad (57)$$

Параметр уравнения состояния определяется выражением

$$w = -\frac{1}{3}(1 + 2n). \quad (58)$$

Наблюдения указывают, что w очень близок к $w = -1$, что соответствует космологической постоянной. Когда параметр уравнения состояния меньше -1 , имеет место фантомная фаза. Для фазы квинтэссенции параметр уравнения состояния должен быть $-1 < \omega < -1/3$. В нашем случае темная энергия будет при условии $n = 1$. Для фантомной фазы n должен быть равен $n = 4$. Случай $n = \frac{1}{4}$ соответствует квинтэссенционной фазе. Отсюда следует, что фермионное поле может вести себя как темная энергия, фантом и квинтэссенция для определенных значений n .

Заключение. Модифицированные теории гравитации, построенные для описания ускоренного расширения Вселенной, имеют большое значение. Одной из этих теорий является новое обобщение ТЭОТО, включающее функцию скаляра кручения. В этой статье исследована модель с фермионными полями, с неминимальной связью в рамках $F(T)$ гравитации в $(2+1)$ измерениях. Хорошо известный метод симметрии Нетер является важным методом решения динамических уравнений. Существование Нетер симметрии означает определение сохраняющихся величин. Посредством использования теоремы Нетер определена форма функции связи и потенциала зависящих от билинейной функции u . Определены гравитационная связь, самосогласованный потенциал, генераторы симметрии, вид $F(T)$ гравитации и первый интеграл (заряд Нетера) или сохраняющаяся величина для нашей модели. Найдены параметр Хаббла, давление и плотность энергии для фермионных полей и параметр уравнения состояния. Результаты показали, что фермионное поле можно рассматривать как источник темной энергии в рамках $F(T)$ гравитации.

Работа выполнена в рамках финансовой поддержки научно-технической программы (Ф.0811, №0118РК00935).

Список литературы

- 1 Perlmutter S. et al. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae // The Astrophysical Journal. – 1999. – V.517. – N.2. – P.565-586. doi.org/10.1086/307221.
- 2 Riess et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // The Astronomical Journal. – 1998. – V.116. – N.3. – P.1009-1038. doi.org/10.1086/300499.

- 3 Hayashi K., Shirafuji T. New general relativity // *Physical Review D*. – 1981. – V.24. – P.3312. doi.org/10.1103/PhysRevD.19.3524.
- 4 Cai Y.F., Capozziello S., De Laurentis M., Saridakis E.N. $f(T)$ teleparallel gravity and cosmology // *Reports on Progress in Physics*. – 2016. – V.79. – P.106901. doi.org/10.1088/0034-4885/79/10/106901.
- 5 Gudekli E., Myrzakulov N., Yerzhanov K., Myrzakulov R. Trace-anomaly driven inflation in $f(T)$ gravity with a cosmological constant // *Astrophysics and Space Science*. – 2015. – V.357. – P.45. doi.org/10.1007/s10509-015-2269-8.
- 6 Capozziello S., Frusciante N., Vernieri D. New spherically symmetric solutions in $f(R)$ -gravity by Noether symmetries // *General Relativity and Gravitation*. – 2012. – V.44. – P.1881–1891. doi.org/10.1007/s10714-012-1367-y.
- 7 Sharif M., Nawazish I. Wormhole geometry and Noether symmetry in $f(R)$ gravity // *Annals of Physics*. – 2018. – V.389. – P.283-305. doi.org/10.1016/j.aop.2017.12.012.
- 8 Channuie P., Momeni D. Noether symmetry in a nonlocal $f(T)$ gravity // *Nuclear Physics B*. – 2018. – V.935. – P. 256-270. doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2018.08.016.
- 9 Dialektopoulos K.F., Capozziello S. Noether symmetries as a geometric criterion to select theories of gravity // *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. – 2018. – V.15. – P.1840007. doi.org/10.1142/S0219887818400078.
- 10 Channuie P., Momeni D., Ajmi M.A. Noether symmetry in the Nash theory of gravity // *The European Physical Journal C*. – 2018. – V.78. – P.588. doi.org/10.1140/epjc/s10052-018-6061-0.
- 11 Paliathanasis A., Karpathopoulos L., Wojnar A., Capozziello S. Wheeler–DeWitt equation and Lie symmetries in Bianchi scalar-field cosmology // *The European Physical Journal C*. – 2016. – V.76. – P. 225. doi.org/10.1140/epjc/s10052-016-4087-8.
- 12 Dutta S., Chakraborty S. A study of phantom scalar field cosmology using Lie and Noether symmetries // *International Journal of Modern Physics D*. – 2016. – V.25. – P.1650051. doi.org/10.1142/S0218271816500516.
- 13 Paliathanasis A., Vakili B. Closed-form solutions of the Wheeler–DeWitt equation in a scalar-vector field cosmological model by Lie symmetries // *General Relativity and Gravitation*. – 2016. – V.48. – P.13. doi.org/10.1007/s10714-015-2010-5.
- 14 Paliathanasis A. Dust fluid component from Lie symmetries in scalar field cosmology // *Modern Physics Letters A*. – 2017. – V.32. – P.1750206. doi.org/10.1142/S0217732317502066.
- 15 Capozziello S., Roshan M. Exact cosmological solutions from Hojman conservation quantities // *Physics Letters B*. – 2013. – V.726. – P.471-480. doi.org/10.1016/j.physletb.2013.08.047.
- 16 Paliathanasis A., Leach P.G.L., Capozziello S. On the Hojman conservation quantities in Cosmology // *Physics Letters B*. – 2016. – V.755. – P.8-12. doi.org/10.1016/j.physletb.2016.01.049.
- 17 Wei H., Li H-Y., Zou X-B. Exact cosmological solutions of $f(R)$ theories via Hojman symmetry // *Nuclear Physics B*. – 2016. – V.903. P.132-149. doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2015.12.006.
- 18 Wei H., Zhou Y-N., Li H-Y., Zou X-B. Hojman symmetry in $f(T)$ theory // *Astrophysics and Space Science*. – 2015. – 360. – P.6. doi.org/10.1007/s10509-015-2518-x.
- 19 Paoletta M., Capozziello S. Hojman symmetry approach for scalar–tensor cosmology // *Physics Letters A*. – 2015. – V.379. – P.1304-1308. doi.org/10.1016/j.physleta.2015.02.044.
- 20 Yusuf Sucu., Unal N. Exact solution of Dirac equation in 2+1 dimensional gravity // *Journal of Mathematical Physics*. – 2007. – V.48. – P.052503. doi.org/10.1063/1.2735442.
- 21 Gecim G., Sucu Y. Dirac Field as a Source of the Inflation in 2+1 Dimensional Teleparallel Gravity // *Advances in High Energy Physics*. – 2017. – V.2017. – P.2056131. doi.org/10.1155/2017/2056131.

Н.А. Мырзакулов, Ш.А. Мырзакулова, Б.К. Мейрбеков

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

(2+1) өлшемді $F(T)$ гравитациясының фермиондық өріспен байланысқандағы космологиялық шешім

Аңдатпа Бұл мақалада (2+1) өлшемді Фридман-Робертсон-Уокер кеңістік-уақыттағы фермиондық өріспен минималды емес байланысқан $F(T)$ гравитациясын зерттейміз. Лагранж көбейткіш әдісін қолданып, нүктелік Лагранжианды қорытып, және Фридманның модификацияланған теңдеулері, фермиондық өріс үшін Дирак теңдеулері анықталды. Нетер теоремасының симметриялық әдісі тек космологиялық моделдерді орнату ғана емес, сондай-ақ, нақты шешімдерді іздеу үшін пайдалы екені белгілі. Берілген модель үшін Нетер теоремасы қолдана отырып гравитациялық байланыс, потенциалдың түрін, симметрия генераторы, $F(T)$ гравитацияның түрін және бірінше интеграл (Нетер заряды) немесе сақталатын шамасын анықтадық. Әлемнің кеш даму дәуірін сипаттайтын дәрежелік түрдегі космологиялық шешімдер алынды. Хаббл параметрі, фермиондық өріс үшін қысым және тығыздық, күй теңдеуі параметрі анықталды.

Түйін сөздер: $F(T)$ гравитациясы, фермиондық өріс, Нетер теоремасы, Нетер заряды, қысым, тығыздық, космологиялық шешім.

N.A. Myrzakulov, Sh.A. Myrzakulova, B.K. Meirbekov

L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

Cosmological solutions for $F(T)$ gravity with fermion fields in (2+1) dimensions

Abstract: In this article, we study the modified $F(T)$ gravity, which is non-minimally coupled to fermion fields in (2+1) dimensional Friedmann-Robertson-Walker spacetime. By using the Lagrange multipliers method, the point-like Lagrangian was derived and modified Friedmann equations, Dirac equations for the fermion fields were obtained. It is well-known that the symmetry method of the Noether theorem is considered useful not only for establishing realistic cosmological models, but also for finding exact solutions. Using the Noether theorem, the gravitational coupling, the self-consistent potential, the symmetry generators, the form of $F(T)$ gravity and the first integral (Noether charge) or a conserved quantity for this model are determined. Cosmological solutions with a power form describing the late time epoch of the Universe are obtained. The Hubble parameter, the pressure and energy density for fermion fields and the equation of state parameter are found.

Keywords: $F(T)$ gravity, fermion fields, Noether theorem, Noether charge, pressure, density, cosmological solutions.

References

- 1 Perlmutter S. et al. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae, *The Astrophysical Journal*. 517(2), 565-586 (1999). doi.org/10.1086/307221.
- 2 Riess A et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, *The Astronomical Journal*. 116(3), 1009-1038 (1998). doi.org/10.1086/300499.
- 3 Hayashi K., Shirafuji T. New general relativity, *Physical Review D*. 24, 3312 (1981). doi.org/10.1103/PhysRevD.19.3524.
- 4 Cai Y.F., Capozziello S., De Laurentis M., Saridakis E.N. $f(T)$ teleparallel gravity and cosmology, *Reports on Progress in Physics*. 79, 106901 (2016). doi.org/10.1088/0034-4885/79/10/106901.
- 5 Gudekli E., Myrzakulov N., Yerzhanov K., Myrzakulov R. Trace-anomaly driven inflation in $f(T)$ gravity with a cosmological constant, *Astrophysics and Space Science*. 357, 452015 (2015). doi.org/10.1007/s10509-015-2269-8.
- 6 Capozziello S., Frusciante N., Vernieri D. New spherically symmetric solutions in $f(R)$ -gravity by Noether symmetries, *General Relativity and Gravitation*. 44, 1881–1891 (2012). doi.org/10.1007/s10714-012-1367-y.
- 7 Sharif M., Nawazish I. Wormhole geometry and Noether symmetry in $f(R)$ gravity, *Annals of Physics*. 389, 283-305 (2018). doi.org/10.1016/j.aop.2017.12.012.
- 8 Channuie P., Momeni D. Noether symmetry in a nonlocal $f(T)$ gravity, *Nuclear Physics B*. 935, 256-270 (2018). doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2018.08.016.
- 9 Dialektopoulos K.F., Capozziello S. Noether symmetries as a geometric criterion to select theories of gravity, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*. 15, 1840007 (2018). doi.org/10.1142/S0219887818400078.
- 10 Channuie P., Momeni D., Ajmi M.A. Noether symmetry in the Nash theory of gravity, *The European Physical Journal C*. 78, 588 (2018). doi.org/10.1140/epjc/s10052-018-6061-0.
- 11 Paliathanasis A., Karpathopoulos L., Wojnar A., Capozziello S. Wheeler–DeWitt equation and Lie symmetries in Bianchi scalar-field cosmology, *The European Physical Journal C*. 76, 225 (2016). doi.org/10.1140/epjc/s10052-016-4087-8.
- 12 Dutta S., Chakraborty S. A study of phantom scalar field cosmology using Lie and Noether symmetries, *International Journal of Modern Physics D*. 25, 1650051 (2016). doi.org/10.1142/S0218271816500516.
- 13 Paliathanasis A., Vakili B. Closed-form solutions of the Wheeler–DeWitt equation in a scalar-vector field cosmological model by Lie symmetries, *General Relativity and Gravitation*. 48, 13 (2016). doi.org/10.1007/s10714-015-2010-5.
- 14 Paliathanasis A. Dust fluid component from Lie symmetries in scalar field cosmology, *Modern Physics Letters A*. 32, 1750206 (2017). doi.org/10.1142/S0217732317502066.
- 15 Capozziello S., Roshan M. Exact cosmological solutions from Hojman conservation quantities, *Physics Letters B*. 726, 471-480 (2013). doi.org/10.1016/j.physletb.2013.08.047.
- 16 Paliathanasis A., Leach P.G.L., Capozziello S. On the Hojman conservation quantities in Cosmology, *Physics Letters B*. 755, 8-12 (2016). doi.org/10.1016/j.physletb.2016.01.049.
- 17 Wei H., Li H-Y., Zou X-B. Exact cosmological solutions of $f(R)$ theories via Hojman symmetry, *Nuclear Physics B*. 903, 132-149 (2016). doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2015.12.006.
- 18 Wei H., Zhou Y-N., Li H-Y., Zou X-B. Hojman symmetry in $f(T)$ theory, *Astrophysics and Space Science*. 360, 6 (2015). doi.org/10.1007/s10509-015-2518-x.
- 19 Paoella M., Capozziello S. Hojman symmetry approach for scalar–tensor cosmology, *Physics Letters A*. 379, 1304-1308 (2015). doi.org/10.1016/j.physleta.2015.02.044.
- 20 Yusuf Sucu., Unal N. Exact solution of Dirac equation in 2+1 dimensional gravity, *Journal of Mathematical Physics*. 48, 052503 (2007). doi.org/10.1063/1.2735442.
- 21 Gecim G., Sucu Y. Dirac Field as a Source of the Inflation in 2+1 Dimensional Teleparallel Gravity, *Advances in High Energy Physics*. 2017, 2056131 (2017). doi.org/10.1155/2017/2056131.

Сведения об авторах:

Мырзакулов Н.А. – PhD, и.о. доцента кафедры общей и теоретической физики, Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, ул. Кажымукана, 13, Нур-Султан, Казахстан.

Мырзакулова Ш.А. – преподаватель кафедры общей и теоретической физики, Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, ул. Кажымукана, 13, Нур-Султан, Казахстан.

Мейрбеков Б.К. – докторант кафедры общей и теоретической физики, Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, ул. Кажымукана, 13, Нур-Султан, Казахстан.

Myrzakulov N.A. – PhD, Associate Professor of Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Kazhimukan str., Nur-Sultan, Kazakhstan.

Myrzakulova Sh.A. – Teacher of Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Kazhimukan str., Nur-Sultan, Kazakhstan.

Meirbekov B.K. – Doctoral Student of Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Kazhimukan str., Nur-Sultan, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 23.06.2018

«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің Хабаршысы. Физика. Астрономия сериясы»
журналында мақала жариялау ережесі

Журнал редакциясы авторларға осы нұсқаулықпен толық танысып, журналға мақала әзірлеу мен дайын мақаланы журналға жіберу кезінде басшылыққа алуды ұсынады. Бұл нұсқаулық талаптарының орындалмауы сіздің мақалаңыздың жариялануын кідіртеді.

1. **Журнал мақсаты.** Физика мен астрономия салаларының теориялық және эксперименталды зерттелулері бойынша мұқият тексеруден өткен ғылыми құндылығы бар мақалалар жариялау.

2. Баспаға (барлық жариялаушы авторлардың қол қойылған қағаз нұсқасы және электронды нұсқа) журналдың түпнұсқалы стильдік файлының міндетті қолданысымен LaTeX баспа жүйесінде дайындалған Tex- пен Pdf-файлындағы жұмыстар ұсынылады. Стильдік файлды *bulphysast.enu.kz* журнал сайтынан жүктеп алуға болады. Сонымен қатар, автор(лар) ілеспе хат ұсынуы керек.

3. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақаланың Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысында басуға келісімін, шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісімін білдіреді. Автор мақаланы редакцияға жіберу арқылы автор туралы мәліметтің дұрыстығына, мақала көшірілмегендігіне (плагиаттың жоқтығына) және басқа да заңсыз көшірмелердің жоқтығына кепілдеме береді.

4. Мақаланың көлемі 18 беттен аспауға тиіс (6 беттен бастап).

ГТАМПК <http://grnti.ru/>

Автор(лар)дың аты-жөні

Мекеменің толық атауы, қаласы, мемлекеті (егер авторлар әртүрлі мекемеде жұмыс жасайтын болса, онда әр автор мен оның жұмыс мекемесі қасында бірдей белгі қойылу керек)

Автор(лар)дың E-mail-ы

Мақала атауы

Аңдатпа (100-200 сөз; күрделі формулаларсүзсіз, мақаланың атауын мейлінше қайталамауы қажет; әдебиеттерге сілтемелер болмауы қажет; мақаланың құрылысын (кіріспе мақаланың мақсаты/ міндеттері /қарастырылып отырған сұрақтың тарихы /зерттеу /әдістері нәтижелер/талқылау, қорытынды) сақтай отырып, мақаланың қысқаша мазмұны берілуі қажет).

Түйін сөздер (6-8 сөз не сөз тіркесі. Түйін сөздер мақала мазмұнын көрсетіп, мейлінше мақала атауы мен аннотациядағы сөздерді қайталамай, мақала мазмұнындағы сөздерді қолдану қажет. Сонымен қатар, ақпараттық-ізвестіру жүйелерінде мақаланы жеңіл табуға мүмкіндік беретін ғылым салаларының терминдерін қолдану қажет).

Негізгі мәтін мақаланың мақсаты/ міндеттері/ қарастырылып отырған сұрақтың тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер/талқылау, қорытынды бөлімдерін қамтуы қажет.

5. **Таблица, суреттер** – Жұмыстың мәтінінде кездесетін таблицалар мәтіннің ішінде жеке нөмірленіп, мәтін көлемінде сілтемелер түрінде көрсетілуі керек. Суреттер мен графиктер PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX форматындағы стандарттарға сай болуы керек. Нүктелік суреттер кеңейтілімі 600 dpi кем болмауы қажет. Суреттердің барлығы да айқын әрі нақты болуы керек.

Мақаладағы **формулалар** тек мәтінде оларға сілтеме берілсе ғана номерленеді.

Жалпы қолданыста бар **аббревиатуралар** мен **қысқартулардан** басқалары міндетті түрде алғаш қолданғанда түсіндірілуі берілуі қажет. **Қаржылай көмек туралы** ақпарат бірінші бетте көрсетіледі.

6. Жұмыста қолданылған әдебиеттер тек жұмыста сілтеме жасалған түпнұсқалық көрсеткішке сай (сілтеме беру тәртібінде немесе ағылшын әліпбиі тәртібі негізінде толтырылады) болуы керек. Баспадан шықпаған жұмыстарға сілтеме жасауға тұйым салынады.

Сілтемені беруде автор қолданған әдебиеттің бетінің нөмірін көрсетпей, келесі нұсқаға сүйеніңіз дұрыс: тараудың номері, бөлімнің номері, тармақтың номері, теораманың (лемма, ескерту, формуланың және т.б.) номері көрсетіледі. Мысалы: қараңыз [3; § 7, лемма 6]», «...қараңыз [2; 5 теорамандағы ескерту]». Бұл талап орындалмаған жағдайда мақаланы ағылшын тіліне аударғанда сілтемелерде қателіктер туындауы мүмкін.

Әдебиеттер тізімін рәсімдеу мысалдары

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. –М: Физматлит, –1994, –376 стр. – **кітап**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики –2014. –Т.54. № 7. –С. 1059-1077. - **мақала**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. – **конференция еңбектері**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. –Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. –С.7. – **газеттік мақала**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронды журнал**

7. Әдебиеттер тізімінен соң автор өзінің библиографиялық мәліметтерін орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде орындалса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде орындалса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде орындалса) жазу қажет. Соңынан транслиттік аударма мен ағылшын тілінде берілген әдебиеттер тізімінен соң әр автордың жеке мәліметтері (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде – ғылыми атағы, қызметтік мекенжайы, телефоны, e-mail-ы) беріледі.

8. Редакцияға түскен мақала жабық (анонимді) тексеруге жіберіледі. Барлық рецензиялар авторларға жіберіледі. Автор (рецензент мақаланы түзетуге ұсыныс берген жағдайда) үш күн аралығында қайта қарап, қолжазбаның түзетілген нұсқасын редакцияға қайта жіберуі керек. Рецензент жарамсыз деп таныған мақала қайтара қарастырылмайды. Мақаланың түзетілген нұсқасы мен автордың рецензентке жауабы редакцияға жіберіледі.

9. Төлемақы. Басылымға рұқсат етілген мақала авторларына төлем жасау туралы ескертіледі. Төлем көлемі 2018 жылы 4500 тенге – ЕҰУ қызметкерлері үшін және 5500 тенге басқа ұйым қызметкерлеріне.

Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК банка: KСJBKZKX

ИИК: KZ978562203105747338

Кбе 16

Кпн 859- за статью

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Bank RBK"

Бик банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

3) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "ForteBank"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

4) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Народный Банк Казахстан"

БИК Банка: HSBKZKX

ИИК: KZ946010111000382181

Кбе 16

Кпн 859.

"За публикацию в Вестнике ЕНУ ФИО автора"

Provision on articles submitted to the journal "Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University. Physics. Astronomy series"

The journal editorial board asks the authors to read the rules and adhere to them when preparing the articles, sent to the journal. Deviation from the established rules delays the publication of the article.

1. Purpose of the journal. Publication of carefully selected original scientific.

2. The scientific publication office accepts the article (in electronic and printed, signed by the author) in Tex- and Pdf-files, prepared in the LaTeX publishing system with mandatory use of the original style log file. The style log file can be downloaded from the journal website bulphysast.enu.kz. And you also need to provide the cover letter of the author(s).

Language of publications: Kazakh, Russian, English.

3. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the re-publication of it in any foreign language. Submitting the text of the work for publication in the journal, the author guarantees the correctness of all information about himself, the lack of plagiarism and other forms of improper borrowing in the article, the proper formulation of all borrowings of text, tables, diagrams, illustrations.

4. The volume of the article should not exceed 18 pages (from 6 pages).

5. Structure of the article

GRNTI <http://grnti.ru/>

Initials and Surname of the author (s)

Full name of the organization, city, country (if the authors work in different organizations, you need to put the same icon next to the name of the author and the corresponding organization)

Author's e-mail (s)

Article title

Abstract (100-200 words, it should not contain a big formulas, the article title should not repeat in the content, it should not contain bibliographic references, it should reflect the summary of the article, preserving the structure of the article - introduction/ problem statement/ goals/ history, research methods, results /discussion, conclusion).

Key words (6-8 words/word combination. Keywords should reflect the main content of the article, use terms from the article, as well as terms that define the subject area and include other important concepts that make it easier and more convenient to find the article using the information retrieval system).

The main text of the article should contain an introduction/ problem statement/ goals/ history, research methods, results / discussion, conclusion. Tables, figures should be placed after the mention. Each illustration should be followed by an inscription. Figures should be clear, clean, not scanned.

Tables are included directly in the text of the article; it must be numbered and accompanied by a reference to them in the text of the article. Figures, graphics should be presented in one of the standard formats: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Bitmaps should be presented with a resolution of 600 dpi. All details must be clearly shown in the figures.

In the article, only those **formulas** are numbered, to which the text has references.

All **abbreviations**, with the exception of those known to be generally known, must be deciphered when first used in the text.

Information on **the financial** support of the article is indicated on the first page in the form of a footnote.

6. The list of literature should contain only those sources (numbered in the order of quoting or in the order of the English alphabet), which are referenced in the text of the article. References to unpublished issues, the results of which are used in evidence, are not allowed. Authors are recommended to exclude the reference to pages when referring to the links and guided by the following template: chapter number, section number, paragraph number, theorem number (lemmas, statements, remarks to the theorem, etc.), number of the formula. For example, "... , see [3, § 7, Lemma 6]"; "... , see [2], a remark to Theorem 5". Otherwise, incorrect references may appear when preparing an English version of the article.

Template

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр.-**book**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **journal article**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - - **Conferences proceedings**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. **newspaper articles**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **Internet resources**

7. At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language). Then a combination of the English-language and transliterated parts of the references list and information about authors (scientific degree, office address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English) is given.

8. Work with electronic proofreading. Articles received by the Department of Scientific Publications (editorial office) are sent to anonymous review. All reviews of the article are sent to the author. The authors must send the proof of the article within three days. Articles that receive a negative review for a second review are not accepted. Corrected versions of articles and the author's response to the reviewer are sent to the editorial office. Articles that have positive reviews are submitted to the editorial board's of the journal for discussion and approval for publication.

Periodicity of the journal: 4 times a year.

9. Payment. Authors who have received a positive conclusion for publication should make payment on the following requisites (for ENU employees - 4,500 tenge, for outside organizations - 5,500 tenge):

Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК банка: КСJBKZKX

ИИК: KZ978562203105747338

Кбе 16

Кпн 859- за статью

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Bank RBK"

Бик банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

3) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "ForteBank"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

4) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Народный Банк Казахстан"

БИК Банка: HSBKZKX

ИИК: KZ946010111000382181

Кбе 16

Кпн 859.

"За публикацию в Вестнике ЕНУ ФИО автора"

Положение о рукописях, представляемых в журнал «Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева. Серия: Физика. Астрономия»

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

1. **Цель журнала.** Публикация тщательно отобранных оригинальных научных работ по актуальным проблемам теоретических и экспериментальных исследований в области физики и астрономии.

2. В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилиевой файл можно скачать со сайта журнала *bulphysast.enu.kz*. Автору (авторам) необходимо предоставить сопроводительное письмо.

Язык публикаций: казахский, русский, английский.

3. Отправление статей в редакцию означает согласие авторов на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статей в журнале и переиздания их на любом иностранном языке. Представляя текст работы для публикации в журнале, автор гарантирует правильность всех сведений о себе, отсутствие плагиата и других форм неправомерного заимствования в рукописи, надлежащее оформление всех заимствований текста, таблиц, схем, иллюстраций.

4. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц).

5. **Схема построения статьи**

ГРНТИ <http://grnti.ru/>

Инициалы и фамилия автора(ов)

Полное наименование организации, город, страна (если авторы работают в разных организациях, необходимо поставить одинаковый значок около фамилии автора и соответствующей организации)

E-mail автора(ов)

Название статьи

Аннотация (100-200 слов; не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию повторять название статьи; не должна содержать библиографические ссылки; должна отражать краткое содержание статьи, сохраняя структуру статьи – введение/ постановка задачи/ цели/ история, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы).

Ключевые слова (6-8 слов/словосочетаний). Ключевые слова должны отражать основное содержание статьи, использовать термины из текста статьи, а также термины, определяющие предметную область и включающие другие важные понятия, позволяющие облегчить и расширить возможности нахождения статьи средствами информационно-поисковой системы).

Основной текст статьи должен содержать введение/ постановку задачи/ цели/ историю, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы.

Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

В статье нумеруются лишь те **формулы**, на которые по тексту есть ссылки.

Все **аббревиатуры и сокращения**, за исключением заведомо общеизвестных, должны быть расшифрованы при первом употреблении в тексте.

Сведения о **финансовой поддержке** работы указываются на первой странице в виде сноски.

6. Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "..., см. [3; § 7, лемма 6]"; "..., см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

Примеры оформления списка литературы

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semi.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

7. После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

8. Работа с электронной корректурой. Статьи, поступившие в Отдел научных изданий (редакция), отправляются на анонимное рецензирование. Все рецензии по статьям отправляются автору. Авторам в течение трех дней необходимо отправить корректуру статьи. Статьи, получившие отрицательную рецензию, к повторному рассмотрению не принимаются. Исправленные варианты статей и ответ автора рецензенту присылаются в редакцию. Статьи, имеющие положительные рецензии, представляются редколлегии журнала для обсуждения и утверждения для публикации.

Периодичность журнала: 4 раза в год.

9. Оплата. Авторам, получившим положительное заключение к опубликованию, необходимо произвести оплату по следующим реквизитам (для сотрудников ЕНУ – 4500 тенге, для сторонних организаций – 5500 тенге): Реквизиты:

Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК банка: KСJBKZKX

ИИК: KZ978562203105747338

Кбе 16

Кпн 859- за статью

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Bank RBK"

Бик банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

3) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "ForteBank"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

4) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Народный Банк Казахстан"

БИК Банка: HSBKKZKX

ИИК: KZ946010111000382181

Кбе 16

Кпн 859.

"За публикацию в Вестнике ЕНУ ФИО автора"

Мақаланы рәсімдеу үлгісі

МРНТИ 27.25.19

А.Ж. Жубанышева¹, Н. Темиргалиев², А.Б. Утесов³

¹ *Институт теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан*

² *Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, Актюбе, Казахстан*

(Email: ¹ axaulezh@mail.ru, ² ntmath10@mail.ru, ³ adilzhan_71@mail.ru)

Численное дифференцирование функций в контексте Компьютерного (вычислительного) перечника

Введение

Текст введения...

Авторам не следует использовать нестандартные пакеты LaTeX (используйте их лишь в случае крайней необходимости)

Заголовок секции

1.1 Заголовок подсекции

Окружения.

Теорема 1. ...

Лемма 1. ...

Предложение 1. ...

Определение 1. ...

Следствие 1. ...

Замечание 1. ...

Теорема 2 (Темиргалиев Н. [2]). *Текст теоремы.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Текст доказательства.

2. Формулы, таблицы, рисунки

$$\delta_N(\varepsilon_N; D_N)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; D_N)_Y \equiv \inf_{(l^{(N)}, \varphi_N) \in D_N} \delta_N \left(\varepsilon_N; \left(l^{(N)}, \varphi_N \right) \right)_Y, \quad (28)$$

где $\delta_N(\varepsilon_N; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv$

$$\equiv \sup_{f \in F} \left\| Tf(\cdot) - \varphi_N \left(l_N^{(1)}(f) + \gamma_N^{(1)} \varepsilon_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}(f) + \gamma_N^{(N)} \varepsilon_N^{(N)}; \cdot \right) \right\|_Y.$$

$$|\gamma_N^{(\tau)}| \leq 1 (\tau=1, \dots, N)$$

Таблицы, рисунки необходимо располагать после упоминания. С каждой иллюстрацией должна следовать надпись.

Таблица 3 – Название таблицы

Простые	Не простые
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29	4, 6, 8, 9, 10, 12, 14

3. Ссылки и библиография

Для ссылок на утверждения, формулы и т. п. можно использовать метки. Например, теорема 2, Формула (28)

Для руководства по L^AT_EX и в качестве примера оформления ссылок, см., например, *Львовский С.М.* Набор и верстка в пакете L^AT_EX. Москва: Космосинформ, 1994.

Список литературы оформляется следующим образом.



Рисунок 1 – Название рисунка

Список литературы

- 1 Локуциевский О.М., Гавриков М.Б. Начала численного анализа. –М.: ТОО "Янус", 1995. –581 с. - **книга**
- 2 Темиргалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник как синтез известного и нового в численном анализе // Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева –2014. –Т.4. №101. –С. 16-33. doi: ... (при наличии) - **статья**
- 3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. - **труды конференций**
- 4 Курмуков А.А. Ангиопротекторная и гипополипидемическая активность леукомизина. –Алматы: Бастау, 2007. –С. 3-5 - **газетные статьи**
- 5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

А.Ж. Жубанышева¹, Н. Темиргалиев¹, А.Б. Утесов²

¹ Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің теориялық математика және ғылыми есептеулер институты, Астана, Қазақстан

² Қ.Жубанов атындағы. Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнінде функцияларды сандық дифференциалдау

Аннотация: Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнінде Соболев класында жататын функцияларды олардың тригонометриялық Фурье-Лебега коэффициенттерінің ақырлы жиынынан алынған дәл емес ақпарат бойынша жуықтау есебі толығымен шешілді [100-200 сөздер].

Түйін сөздер: жуықтап дифференциалдау, дәл емес ақпарат бойынша жуықтау, шектік қателік, Компьютерлік (есептеуіш) диаметр [6-8 сөз/сөз тіркестері].

A.Zh.Zhubanysheva¹, N. Temirgaliyev¹, A.B. Utesov²

¹ Institute of theoretical mathematics and scientific computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

² K.Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe, Kazakhstan

Numerical differentiation of functions in the context of Computational (numerical) diameter

Abstract: The computational (numerical) diameter is used to completely solve the problem of approximate differentiation of a function given inexact information in the form of an arbitrary finite set of trigonometric Fourier coefficients. [100-200 words]

Keywords: approximate differentiation, recovery from inexact information, limiting error, computational (numerical) diameter, massive limiting error. [6-8 words/word combinations]

References

- 1 Lokucievskij O.M., Gavrikov M.B. Nachala chislennoy analiza [Elements of numerical analysis] (Yanus, Moscow, 1995). [in Russian]
- 2 Temirgaliyev N. Komp'yuternyy (vychislitel'nyj) poperechnik kak sintez izvestnogo i novogo v chislennoy analize [Computational (numerical) diameter as a synthesis of the known and the new in numerical analysis], Vestnik Evrazijskogo nacional'nogo universiteta imeni L.N. Gumileva [Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University], 4 (101), 16-33 (2014). [in Russian]
- 3 Zhubanysheva A.Zh., AbikenovaSh.K. O normah proizvodnykh funktsiy s nulevymi znachenijami zadannogo nabora linejnykh funkcionalov i ih primenenija k poperechnikovym zadacham [About the norms of the derivatives of functions with zero values of a given set of linear functionals and their application to the width problems]. Tezisy докладов Mezhdunarodnoj konferencii, posvjashhennaja 110-letiju so dnja rozhdenija akademika S.M.Nikol'skogo "Funkcional'nye prostranstva i teorija priblizhenija funktsij" [International conference on Function Spaces and Approximation Theory dedicated to the 110th anniversary of S. M. Nikol'skii]. Moscow, 2015, pp. 141-142. [in Russian]

- 4 Kurmukov A. A. Angioprotekturnaja i gipolipidemicheskaaja aktivnost' leukomizina [Angioprotective and lipid-lowering activity of leukomycin] (Bastau, Almaty, 2007, P. 3-5). [in Russian]
- 5 Kurov V.A., Mihajlichenko G.G. Analiticheskij metod vlozhenija simplekticheskoj geometrii [The analytic method of embedding symplectic geometry], Cibirskie jelektronnye matematicheskie izvestija [Siberian Electronic Mathematical Reports], **14**, 657-672 (2017). doi: 10.17377/semi.2017.14.057. Available at: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. [in Russian]. (accessed 08.01.2017).

Сведения об авторах:

Жубанышева А.Ж. - старший научный сотрудник Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

Темиргалиев Н. - директор Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

Утесов А.Б. - кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, пр. А.Молдагуловой, 34, Актюбе, Казахстан.

Zhubanysheva A.Zh. - Senior researcher of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

Temirgaliyev N. - Head of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

Utesov A.B. - candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, K.Zhubanov Aktobe Regional State University, A.Moldagulova Prospect, 34, Aktobe, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 15.05.2017

Редакторы: А.Қ. Арынгазин
Шығарушы редактор, дизайн: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
Хабаршысы. Физика. Астрономия сериясы.
-2019 - 2(127) - Нұр-Сұлтан: ЕҰУ. 100-б.
Шартты б.т. - 9,375 Таралымы - 25 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді.

Редакция мекен-жайы: 010008, Нұр-Сұлтан: қ.,
Сәтбаев көшесі, 2.
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Тел.: +7(7172) 70-95-00(ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды