

ISSN 2616-6836

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫСЫ

ВЕСТНИК

Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

BULLETIN

of the L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

Серия **ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

PHYSICS. ASTRONOMY Series

№1(122)/2018

1995 жылдан бастап шығады

Издается с 1995 года

Founded in 1995

Жылына 4 рет шығады

Выходит 4 раза в год

Published 4 times a year

Астана, 2018

Astana, 2018

Бас редакторы
ф.-м.ғ. докторы
А.Қ. Арынгазин (Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары

А.Т. Ақылбеков, ф.-м.ғ.д., профессор
(Қазақстан)

Редакция алқасы

Алдонгаров А.А.	PhD (Қазақстан)
Балапанов М.Х.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Бахтизин Р.З.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Гиниятова Ш.Г.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Даулетбекова А.Қ.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Ержанов Қ.К.	ф.-м.ғ.к., PhD (Қазақстан)
Жұмаділов Қ.Ш.	PhD (Қазақстан)
Здоровец М.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Қадыржанов Қ.К.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Кайнарбай А.Ж.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Кутербеков Қ.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Лущик А.Ч.	ф.-м.ғ.д., проф. (Эстония)
Морзабаев А.К.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Мырзақұлов Р.Қ.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Нұрахметов Т.Н.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Сауытбеков С.С.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Тлеукенов С.К.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Усеинов А.Б.	PhD (Қазақстан)

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Сатпаев к-сі, 2, 408 б.
Тел.: (7172) 709-500 (ішкі 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Жауапты хатшы, компьютерде беттеген
А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

Меншіктенуші: ҚР БжҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК
Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігімен тіркелген.
27.03.2018ж. №16999-ж тіркеу куәлігі. Тиражы: 30 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,
тел.: (7172)709-500 (ішкі 31-428)

Главный редактор
доктор ф.-м.н.
А.К. Арынгазин (Казахстан)

Зам. главного редактора

А.Т. Акылбеков, доктор ф.-м.н.
профессор (Казахстан)

Редакционная коллегия

Алдонгаров А.А.	PhD (Казахстан)
Балапанов М.Х.	ф.-м.н., проф. (Россия)
Бахтизин Р.З.	ф.-м.н., проф. (Россия)
Гиниятова Ш.Г.	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
Даулетбекова А.К.	кандидат ф.-м.н., PhD (Казахстан)
Ержанов К.К.	кандидат ф.-м.н., PhD (Казахстан)
Жумадилов К.Ш.	доктор PhD (Казахстан)
Здоровец М.	к.ф.-м.н. (Казахстан)
Кадыржанов К.К.	ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Кайнарбай А.Ж.	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
Кутербеков К.А.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Лущик А.Ч.	ф.-м.н., проф. (Эстония)
Морзабаев А.К.	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
Мырзакулов Р.К.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Нурахметов Т.Н.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Сауытбеков С.С.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Тлеукенов С.К.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Усеинов А.Б.	PhD (Казахстан)

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 408
Тел.: (7172) 709-500 (вн. 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Ответственный секретарь, компьютерная верстка
А. Нурболат

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева. Серия.
ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ

Собственник РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК

Периодичность: 4 раза в год

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казахстан.

Регистрационное свидетельство №16999-ж от 27.03.2018г.

Тираж: 30 экземпляров

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажимукана, 12/1,

тел.: (7172)709-500 (вн. 31-428)

Editor-in-Chief
Doctor of Phys.-Math. Sciences
A.K. Aryngazin (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief

A.T. Akilbekov, Doctor of Phys.-Math. Sciences,
prof. (Kazakhstan)

Editorial board

Aldongarov A.A.	PhD (Kazakhstan)
Balapanov M.Kh.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Russia)
Bakhtizin R.Z.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Russia)
Dauletbekova A.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD (Kazakhstan)
Giniyatova Sh.G.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Kadyrzhanov K.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Kazakhstan)
Kainarbay A.Zh.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Kuterbekov K.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Kazakhstan)
Lushchik A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Estonia)
Morzabayev A.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Myrzakulov R.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Kazakhstan)
Nurakhmetov T.N.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Kazakhstan)
Sautbekov S.S.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Kazakhstan)
Tleukenov S.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Kazakhstan)
Useinov A.B.	PhD (Kazakhstan)
Yerzhanov K.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD(Kazakhstan)
Zdorovets M.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Zhumadilov K.Sh.	PhD (Kazakhstan)

Editorial address: 2, Satpayev str., of.408, Astana, Kazakhstan, 010008
Tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Responsible secretary, computer layout:
A.Nurbolat

Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University. PHYSICS. ASTRONOMY Series

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan. Registration certificate №16999-ж from 27.03.2018. Circulation: 25 copies

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008;
tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

№1(122)/2018

МАЗМҰНЫ

ФИЗИКА

<i>Ақылбеков А.Т., Бижанова С.Б., Баубекова Г.М., Карипбаев Ж.Т.</i> «Таза» кристалдардың импульстік катодолюминесценция спектрлері	8
<i>Ахметова Г.А.</i> DVB-T және DVB-T2 жерсеріктік эфирлік хабар тарату желісінің қамту аймағын анықтаудың стандарттары мен әдіснамасын салыстыру	13
<i>Алдонгаров А.А., Асылбекова А.М., Иргібаева И.С., Ермекова Ж.К.</i> Родамин бояғышы мен CdS кластерлерінің кешендерінде электрондық ауысулардың табиғатын анықтау	19
<i>Бекова Г.Т., Уалиханова У.А., Есмаханова К.Р.</i> (2+1)-комплекті модификациялан Кортевег–де Фриз және Максвелл–Блох теңдеулерінің сақталу заңдары	28
<i>Борзев Д.Б., Здоровец М.В., Козловский А.Л.</i> Сыртқы факторлардың әсерінен металл наноқұрылымдарының құлдырауын зерттеу	33
<i>Қадыржанов Д.Б., Здоровец М.В., Козловский А.Л., Петров А.В.</i> Zn нанотүтікшелерінің құрылымдық қасиеттеріне сәулелендіру әсерін зерттеу	40
<i>Калиекперов М.Е., Козловский А.Л., Қадыржанов К.К.</i> Полимерлік матрицалар негізінде иондаушы сәуледен жұқа қорғаныш жабындарын синтездеу	46
<i>Жасыбаева М.Б., Нугманова Г.Н.</i> Интегралданатын Фокас-Ленэллстың теңдеуіне эквивалентті спиндік жүйе	53
<i>Есмаханова К.Р., Жубаева Ж.С., Топеева С.Қ.</i> (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің нақты шешімдері	58
<i>Мусабаева Г.К., Ақылбеков А.Т., Мусабаев К.К.</i> Атомдардың өздігінен сәуле шығаруы туралы	64
<i>Мурзалынов Д.О., Власукова Л.А., Пархоменко И.Н., Комаров Ф.Ф., Ақылбеков А.Т., Мудрый А.В., Рябикин Ю.А., Гиниятова Ш.Г., Даулетбекова А.К.</i> Азотпен имплантталған кремний нитридті қабықшаларының люминесценциясы	68
<i>Морзабаев А.К., Гиниятова Ш.Г., Шаханова Г.А., Алымханова К., Айданұлы Б., Махмұтов В.С.</i> Астана қаласының Жер беті маңындағы дозалық және электрлік сипаттамаларын талдау	75
<i>Даулетбекова А., Баймұханов З., Козловский А., Гиниятова Ш., Мурзағалиев М., Журкин Е., Наурызбаева Р.</i> SiO ₂ /Si тіректі темплэйт негізінде нанокөмізгітті материалдарды зерттеу және әзірлеу	82
<i>Даулетбекова А., Скуратов В., Маника И., Маникс Я., Забельс Р., Кирилкин Н., Ақылбеков А., Гиниятова Ш., Байжұманов М., Сейтбаев А., Кудайбергенова С.</i> Люминесценцияның өшуінің дислокациялану механизмі	91

ВЕСТНИК ЕВРАЗИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИМЕНИ Л.Н.ГУМИЛЕВА. Серия ФИЗИКА.

№1(122)/2018

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА	
<i>Акылбеков А.Т., Бижанова С.Б., Баубекова Г.М., Карипбаев Ж.Т.</i> Спектры импульсной катодолюминесценции «чистых» кристаллов	8
<i>Ахметова Г.</i> Сравнение стандартов и методика определения зоны покрытия сети цифрового наземного вещания DVB-T и DVB-T2	13
<i>Алдонгаров А.А., Асылбекова А.М., Иргибоева И.С., Ермекова Ж.К.</i> Определение природы электронных переходов в комплексах родаминового красителя и кластерах CdS	19
<i>Бекова Г.Т., Уалиханова У.А., Есмаханова К.Р.</i> Законы сохранения для (2+1)-мерных уравнений комплексно модифицированного Кортевега-де Фриза и Максвелла-Блоха	28
<i>Боржекков Д.Б., Здоровец М.В., Козловский А.Л.</i> Изучение деградации металлических наноструктур под действием внешних факторов	33
<i>Кадыржанов Д.Б., Здоровец М.В., Козловский А.Л.</i> Петров А.В, Исследование влияния облучения на структурные свойства Zn нанотрубок	40
<i>Калиекперов М.Е., Козловский А.Л., Кадыржанов К.К.</i> Синтез тонких защитных покрытий от ионизирующего излучения на основе полимерных матриц	46
<i>Жасыбаева М.Б., Нугманова Г.Н.</i> Спиновая система, эквивалентная интегрируемому уравнению Фокаса-Ленэллса	53
<i>Есмаханова К.Р., Жубаева Ж.С., Тапеева С.Қ.</i> Нелокальные нелинейные уравнения Шредингера и ее точные решения	58
<i>Мусабаева Г.К., Акылбеков А.Т., Мусабаев К.К.</i> К вопросу возникновения спонтанного излучения атомов	64
<i>Мурзалинов Д.О., Власукова Л.А., Пархоменко И.Н., Комаров Ф.Ф., Акылбеков А.Т., Мудрый А.В., Рябикин Ю.А., Даулетбекова А.К., Гиниятова Ш.Г.</i> Люминесценция пленок нитрида кремния, имплантированных азотом	68
<i>Морзабаев А.К., Гиниятова Ш.Г., Шаханова Г.А., Алимханова К., Айданұлы Б., Махмұтов В.С.</i> Анализ дозовых и электрических характеристик в приземном слое атмосферы г. Астаны	75
<i>Даулетбекова А., Баймуханов З., Козловский А., Гиниятова Ш., Мурзагалиев М., Журкин Е., Наурызбаева Р.</i> Разработка и исследование нанокompозитных материалов на основе трекового темплэйта SiO_2/Si	82
<i>Даулетбекова А., Скуратов В., Маника И., Маникс Я., Забельс Р., Кирилкин Н., Акылбеков А., Гиниятова Ш., Байжуманов М., Сейтбаев А., Кудайбергенова С.</i> Дислокационный механизм затухания люминесценции	91

BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY.
PHYSICS.ASTRONOMY SERIES

№1(122)/2018

CONTENTS

PHYSICS

<i>Akylbekov A.T., Bizhanova S.B., Baubekova G.M., Karipbayev Zh.T.</i> The pulsed cathodoluminescence spectra of "pure" crystals	8
<i>Akhetmetova G.</i> Comparison of standards and methodology of determining the coverage area of the digital terrestrial broadcasting network DVB-T and DVB-T2	13
<i>Aldongarov A.A., Assilbekova A.M., Irgibaeva I.S., Ermekova Zh.K.</i> Determination of the nature of electronic transitions in the complexes of rhodamine dye and CdS clusters	19
<i>Bekova G.T., Ualikhanova U.A., Yesmakhanova K.R.</i> Conservation laws of the (2+1)-dimensional complex modified Korteweg-de Vries and Maxwell-Bloch equations	28
<i>Borgekov D.B., Zdorovets M.V., Kozlovskiy A.L.</i> Study of the degradation of metallic nanostructures under the influence of external factors	33
<i>Kadyrzhanov D.B., Zdorovets M.V., Kozlovskiy A.L., Petrov A.V.</i> Investigation of the effect of irradiation on the structural properties of Zn nanotubes	40
<i>Kaliyekperov M.E., Kozlovskiy A.L., Kadyrzhanov K.K.</i> Synthesis of thin protective coatings from ionizing radiation based on polymer template	46
<i>Nugmanova G.N., Zhassybayeva M.B.</i> Spin system equivalent to the integrable Fokas-Lenells equation	53
<i>Yesmakhanova K.R., Zhubaeva Zh.S., Tapeyeva S.K.</i> Exact solutions of the (1+1)-dimensional nonlocal nonlinear Schrodinger equation	58
<i>Musabayeva G.K., Akylbekov A.T., Musabayev K.K.</i> On the origin of spontaneous emission of atoms	64
<i>Murzalinov D.O., Vlasukova L.A., Parkhomenko I.N., Komarov F.F., Akilbekov A.T., Mudryi A.V., Ryabikin Yu.A., Giniyatova Sh.G., Dauletbekova A.K.</i> The photoluminescence of nitrogen-implanted silicon nitride films	68
<i>Morzabaev A.K., Giniyatova Sh.G., Shakhanova G.A., Alimkhanova K., Aidanuli B., Makhmutov B.S.</i> Analysis of dose and electrical characteristics in the underground layer of astana atmosphere	75
<i>Dauletbekova A., Baymukhanov Z., Kozlovskii A., Giniyatova Sh., Murzagaliyev M., Zhurkin E., Nauryzbaeva P.</i> Development and research for nanocomposite materials based on track templates of SiO_2/Si	82
<i>Dauletbekova A., Skuratov V., Manika I., Maniks J., Zabels R., Kirilkin N., Akilbekov A., Giniyatova Sh., Baizhumanov M., Seitbayev A., Kudaibergenova S.</i> Dislocation mechanism of fading of luminescence intensity	91

М.Б. Жасыбаева, Г.Н. Нугманова

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
(E-mail: mzhassybaeva@yahoo.com)

Спиновая система, эквивалентная интегрируемому уравнению Фокаса-Ленэллса

Аннотация: Хорошо известно, что интегрируемые нелинейные уравнения типа Шредингера, такие как классическое нелинейное уравнение Шредингера, нелинейное уравнение Шредингера производного типа, играют важную роль в изучении распространения волн. Недавно в моно-модельных оптических волокнах была предложена новая интегрируемая модель, называемая уравнением Фокаса-Ленэллса (ФЛ). Интересно, что в отличие от нелинейного уравнения Шредингера уравнение ФЛ допускает как яркие, так и темные солитонные решения без изменения знака нелинейного члена. Яркие солитонные решения были построены по билинейному методу Хироты, а темные солитонные решения были построены билинейным методом Хироты и по преобразованию Беклунда. Таким образом, с помощью нам известных методов преобразования можно найти различные солитонные решения уравнения ФЛ. Для этого необходимо тщательно проанализировать уравнение ФЛ. В данной работе найдена спиновая система, калибровочно эквивалентная (1+1)-мерному интегрируемому уравнению Фокаса-Ленэллса. При этом получено представление Лакса для этой системы. Полученный результат может быть использован для дальнейшего исследования спиновых систем.

Ключевые слова: спиновая система, эквивалентность, калибровочное преобразование, условие совместности, представление Лакса, уравнение Фокаса-Ленэллса.

Введение. Интегрируемое обобщение нелинейного уравнения Шредингера, полученное бигамильтоновыми методами в 1995 году Фокасом, выглядит следующим образом:

$$iq_{xt} - iq_{xx} + 2q_x - |q|^2 q_x + iq = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) называется уравнением Фокаса-Ленэллса (ФЛ), в котором q представляет собой комплексную оболочку поля, индексы x и t обозначают частные производные соответственно, по аргументом x и t , а i - комплексное число.

Модифицированная форма уравнения Фокаса-Ленэллса. Уравнение (1) можно переписать в модифицированной форме при $r = q^*$ (* означает комплексное сопряжение) в виде [2]

$$iq_{xt} - iq_{xx} + 2q_x - q_x q r + iq = 0, \quad (2)$$

$$ir_{xt} - ir_{xx} - 2r_x + r_x r q + ir = 0. \quad (3)$$

Лаксовая пара системы уравнений (2)-(3) имеет вид

$$\Psi_x = U(x, t, \lambda)\Psi, \quad (4)$$

$$\Psi_t = V(x, t, \lambda)\Psi \quad (5)$$

где $\Psi(\lambda)$ называется собственной функцией собственного значения λ , которое является изоспектральным параметром, а матричные операторы U и V выглядят как:

$$U(\lambda) = -i\lambda^2\sigma_3 + \lambda Q,$$

$$V(\lambda) = -i\lambda^2\sigma_3 + \lambda Q + V_0 + \frac{1}{\lambda}V_{-1} - \frac{i}{4\lambda^2}\sigma_3,$$

где

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & q_x \\ r_x & 0 \end{pmatrix}, \quad V_0 = i\sigma_3 - \frac{igr}{2}\sigma_3, \quad V_{-1} = \frac{i}{2} \begin{pmatrix} 0 & q \\ -r & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Для Лаксовой пары (4)-(5) из следующее условие совместности:

$$U_t - V_x + [U, V] = 0.$$

получаем уравнения ФЛ (2)-(3).

Представление Лакса для спиновой системы. Для того, чтобы построить спиновую систему, необходимо сначала найти Лаксовую пару для искомой системы. Начнем с рассмотрения следующего калибровочного преобразования [3]-[7]

$$\Phi = g^{-1}\Psi, \quad g = \Psi|_{\lambda=\lambda_0},$$

где $g(x, t)$ - унитарная 2×2 матрица калибровочного преобразования.

Найдем производные от векторной функции Φ по аргументом x и t :

$$\Phi_x = (g^{-1}\Psi_x - g^{-1}g_xg^{-1})\Psi = U'\Phi, \quad (6)$$

$$\Phi_t = (g^{-1}\Psi_t - g^{-1}g_tg^{-1})\Psi = V'\Phi. \quad (7)$$

Выберем унитарную матрицу $g(x, t)$, удовлетворяющую совместной системе уравнений

$$g_x = U_0g,$$

$$g_t = Wg$$

где $U_0(x, t)$ и $W(x, t)$ - антиэрмитовые матрицы, которые удовлетворяют условию нулевой кривизны в системе уравнений (4)-(5)

$$U_0(x, t) = -i\lambda_0^2\sigma_3 + \lambda_0Q, \quad W(x, t) = -i\lambda_0^2\sigma_3 + \lambda_0Q + V_0 + \frac{1}{\lambda_0}V_{-1} - \frac{i}{4\lambda_0^2}\sigma_3.$$

Здесь λ_0 - константа. Отсюда, с учетом (4)-(5) получаем, что

$$\Phi_x = (-i(\lambda^2 - \lambda_0^2)g^{-1}\sigma_3g + (\lambda - \lambda_0)g^{-1}Qg)\Phi,$$

$$\Phi_t = \left(-i(\lambda^2 - \lambda_0^2)g^{-1}\sigma_3g + (\lambda - \lambda_0)g^{-1}Qg + \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)g^{-1}V_{-1}g - \frac{i}{4}\left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2}\right)g^{-1}\sigma_3g\right)\Phi.$$

Известно, что $g^{-1}\sigma_3g = A$, здесь A - спиновая матрица являющиеся матричным аналогом спинового вектора $\mathbf{A} = (A_1, A_2, A_3)$, которая удовлетворяет условию $\mathbf{A}^2 = 1$.

После некоторых сложных вычислений и преобразований, нами получена связь между решениями искомой спиновой системы и системы уравнения (2) и (3) в следующем в виде:

$$g^{-1}Qg = \frac{1}{2\lambda_0}AA_x, \quad g^{-1}V_{-1}g = \frac{\lambda_0}{2}(AA_t - AA_x)$$

Теперь систему уравнения (6) и (7) можем переписать как

$$\Phi_x = \left(-i(\lambda^2 - \lambda_0^2)A + \frac{\lambda - \lambda_0}{2\lambda_0}AA_x\right)\Phi,$$

$$\Phi_t = \left(-i\left(\lambda^2 - \lambda_0^2 + \frac{1}{4\lambda^2} - \frac{1}{4\lambda_0^2}\right)A + \left(\frac{\lambda}{2\lambda_0} - \frac{\lambda_0}{2\lambda}\right)AA_x + \left(\frac{\lambda_0}{2\lambda} - \frac{1}{2}\right)AA_t\right)\Phi.$$

Для удобство:

$$\Phi_x = U'\Phi, \quad (8)$$

$$\Phi_t = V'\Phi, \quad (9)$$

где

$$U' = -i(\lambda^2 - \lambda_0^2)A + \frac{(\lambda - \lambda_0)}{2\lambda_0}AA_x,$$

$$V' = -i\left(\lambda^2 - \lambda_0^2 + \frac{1}{4\lambda^2} - \frac{1}{4\lambda_0^2}\right)A + \left(\frac{\lambda}{2\lambda_0} - \frac{\lambda_0}{2\lambda}\right)AA_x + \left(\frac{\lambda_0}{2\lambda} - \frac{1}{2}\right)AA_t.$$

Таким образом, получено новое представление Лакса.

Спиновая система, эквивалентная уравнению Фокаса-Ленэллса. Перекрестно дифференцируя представление Лакса (8) и (9), получим условие нулевой кривизны

$$U'_t - V'_x + [U', V'] = 0 \quad (10)$$

где

$$U'_t = -i(\lambda^2 - \lambda_0^2)A_t + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{\lambda_0} - 1\right)(A_tA_x + AA_{xt}), \quad (11)$$

$$V'_x = (-i(\lambda^2 - \lambda_0^2 - \frac{1}{4\lambda_0^2} + \frac{1}{4\lambda^2}))A_x + (\frac{\lambda}{2\lambda_0} - \frac{\lambda_0}{2\lambda})(A_x^2 + AA_{xx}) + (\frac{\lambda_0}{2\lambda} - \frac{1}{2})(A_xA_t + AA_{tx}), \quad (12)$$

$$[U', V'] = -2i(\lambda^2 - \lambda_0^2)(\frac{\lambda}{2\lambda_0} - \frac{\lambda_0}{2\lambda})A_x - 2i(\lambda^2 - \lambda_0^2)(\frac{\lambda_0}{2\lambda} - \frac{1}{2})A_t - (\frac{\lambda}{\lambda_0} - 1)(-i(\lambda^2 - \lambda_0^2 - \frac{1}{4\lambda_0^2} + \frac{1}{4\lambda^2}))A_x + \frac{1}{2}(\frac{\lambda}{\lambda_0} - 1)(\frac{\lambda_0}{2\lambda} - \frac{1}{2})(A_tA_x - A_xA_t). \quad (13)$$

Подставляя уравнения (11)-(13) в уравнение (10), получим искомую спиновую систему в следующей форме:

$$iA_t + \frac{1}{4\lambda_0^2}[A, A_{xx} - A_{xt}] + \frac{i(1 - 4\lambda_0^3)}{4\lambda_0^3}A_x = 0. \quad (14)$$

В компонентах спиновой матрицы A выглядят как

$$iA_{3t} + \frac{1}{4\lambda_0^2}(A^-A_{xx}^+ - A^-A_{xt}^+ - A_{xx}^-A^+ + A_{xt}^-A^+) + \frac{i(1 - 4\lambda_0^3)}{4\lambda_0^3}A_{3x} = 0,$$

$$iA_t^- - \frac{1}{2\lambda_0^2}(A^-A_{3xx} - A^-A_{3xt} - A_3A_{xx}^- + A_3A_{xt}^-) + \frac{i(1 - 4\lambda_0^3)}{4\lambda_0^3}A_x^- = 0,$$

$$iA_t^+ + \frac{1}{2\lambda_0^2}(A^+A_{3xx} - A^+A_{3xt} - A_3A_{xx}^+ + A_3A_{xt}^+) + \frac{i(1 - 4\lambda_0^3)}{4\lambda_0^3}A_x^+ = 0,$$

или в компонентах спиновой вектора \mathbf{A} :

$$A_{1t} + \frac{1}{2\lambda_0^2}(A_2A_{3xx} - A_{2xx}A_3) - \frac{1}{2\lambda_0^2}(A_2A_{3xt} - A_{2xt}A_3) + \frac{(1 - 4\lambda_0^3)}{4\lambda_0^3}A_{1x} = 0,$$

$$A_{2t} + \frac{1}{2\lambda_0^2}(A_3A_{1xx} - A_{3xx}A_1) - \frac{1}{2\lambda_0^2}(A_3A_{1xt} - A_{3xt}A_1) + \frac{(1 - 4\lambda_0^3)}{4\lambda_0^3}A_{2x} = 0,$$

$$A_{3t} + \frac{1}{2\lambda_0^2}(A_1A_{2xx} - A_{1xx}A_2) - \frac{1}{2\lambda_0^2}(A_1A_{2xt} - A_{1xt}A_2) + \frac{(1 - 4\lambda_0^3)}{4\lambda_0^3}A_{3x} = 0.$$

Следовательно, векторная форма уравнения (14) имеет вид

$$\mathbf{A}_t + \beta\mathbf{A} \wedge \mathbf{A}_{xx} + \sigma\mathbf{A} \wedge \mathbf{A}_{xt} + \tau\mathbf{A}_x = 0,$$

где

$$\beta = \frac{1}{2\lambda_0^2}, \quad \sigma = -\frac{1}{2\lambda_0^2}, \quad \tau = \frac{(1 - 4\lambda_0^3)}{4\lambda_0^3}.$$

Заклучение. В работе рассмотрено уравнение Фокаса-Ленэллса, интегрируемость которого осуществляется допущением для него представления Лакса. Исходя из последнего, методом калибровочного преобразования построено новое представление Лакса. По ходу исследования определена связь между решениями известного и искомого нелинейных эволюционных уравнений. Полученное из условия совместности, выведенное нами представление Лакса, нелинейного эволюционного уравнения есть наша искомая спиновая система, эквивалентная уравнения Фокаса-Ленэллса. Полученные результаты могут быть использованы для дальнейшего исследования спиновых систем, нахождения их точных решений, имеющие физические приложения.

Список литературы

- 1 Jingsong H., Shuwei X., Kuppuswamy P. Rogue Waves of the Fokas-Lenells Equation // Journal of the Physical Society of Japan -2012.-V.81. № 12.
- 2 Новиков С.П., Манаков С.В. Солитоны. -М.: «Мир», 1983. -408 с.
- 3 Г.Н.Нугманова., К.С. Таттибеков., М.Б. Жасыбаева. Кратное преобразование Дарбу для (2+1)-мерного обобщенного уравнения Ландау-Лифшица// Вестник Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева - 2014. Т.4. № 101. -С. 326-332.
- 4 Myrzakulov R., Mamyrbekova G., Nugmanova G., Lakshmanan M. Integrable (2+1)-dimensional spin models with self-consistent potentials // Symmetry -2015. V.7. №3. -P.1352-1375.
- 5 Yersultanova Z.S., Zhassybayeva M., Nugmanova G., Yesmakhanova K., Myrzakulov R. Integrable motion of curves in self-consistent potentials: Relation to spin systems and soliton equations // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics -2016. V.13. №1.
- 6 Myrzakul Akbota, Myrzakulov R. Integrable motion of two interacting curves, spin systems and the Manakov system // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics - 2017. V.14. №7.

М.Б. Жасыбаева, Г.Н. Нугманова

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетіні, Астана, Қазақстан

Интегралданатын Фокас-Ленэллстың теңдеуіне эквивалентті спиндік жүйе

Аннотация: Шредингер типті сызықты емес теңдеулер, мысалы классикалық сызықты емес Шредингер теңдеуі, туындылы сызықты емес Шредингер теңдеуі толқындардың таралуын зерттеуде маңызды рөл атқаратыны белгілі. Жуырда моно-моделді оптикалық талшықтарда Фокас-Ленэллс (ФЛ) деп аталатын жаңа интегралданатын модель ұсынылды. Бұл ФЛ теңдеуінің сызықты емес Шредингер теңдеуімен салыстырғанда сызықты емес мүшенің таңбасын сақтай отырып, айқын әрі, күңгірт солитонды шешімі болатындығымен ерекшеленеді. Айқын солитонды шешім Хиротаның бисызықты әдісі арқылы, ал күңгірт солитонды шешім Хиротаның бисызықты әдісімен және Беклундтың түрлендіруі арқылы табылды. Сонымен, бізге мәлім түрлендірулердің әдістері арқылы ФЛ теңдеуінің әр түрлі солитонды шешімдерін табуға болады. Ол үшін ФЛ теңдеуін мұқият талдау жасау керек. Бұл жұмыста (1+1)-өлшемді интегралданатын Фокас-Ленэллс теңдеуіне калибровті эквивалентті спиндік жүйе табылды. Сонымен қатар, осы жүйе үшін Лакс көрінісі анықталды. Алынған нәтиже спиндік жүйелерді ары қарай зерттеулерде қолдануға болады.

Түйін сөздер: спиндік жүйе, эквиваленттілік, калибровті түрлендіру, сәйкестік шарты, Лакс көрінісі, Фокас-Ленэллс теңдеуі.

М.В. Zhassybayeva, G.N. Nugmanova

L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

Spin system equivalent to the integrable Fokas-Lenells equation

Abstract: It is well known that integrable nonlinear Schodinger-type equations, such as the classical nonlinear Schodinger equation, the nonlinear Schodinger equation of the derived type, play an important role in the study of wave propagation. Recently, a new integrable model, called the Fokas-Lenells equation (FL), was proposed in mono-model optical fibers. It is interesting that unlike the nonlinear Schodinger equation, the FL equation admits both bright and dark soliton solutions without changing the sign of the nonlinear term. Bright soliton solutions were constructed using the Hirota bilinear method, and dark soliton solutions were constructed by the Hirota bilinear method and the Beklund transformation. Thus, using the well-known transformation methods, we can find various soliton solutions of the FL equation. For this, it is necessary to carefully analyze the FL equation. In this paper we find a spin system that is gauge-equivalent to the (1 + 1) -dimensional integrable Fokas-Lenells equation. The Lax representation for this system is obtained. The result obtained can be used for further investigation of spin systems.

Keywords: spin system, equivalence, gauge transformation, compatibility condition, Lax representation, Fokas-Lenells equation]

References

- 1 Jingsong H., Shuwei X., Kuppuswamy P. Rogue Waves of the Fokas-Lenells Equation, Journal of the Physical Society of Japan, **81**(12), (2012).
- 2 Novikov S.P., Manakov S.B. Solitony [Solitons] (Mir, Moscow, 1983). [in Russian]
- 3 Nugmanova G.N., Tattibekov K.S., Zhassybayeva M.B. Kratnoe preobrazovanie Darbu dlja (2+1)-mernogo obobshchennogo uravnenija Landau-Lifshica [Fold Darboux transformation for the (2+1)-dimensional generalized Landau-Lifshitz equation], Vestnik Evrazijskogo nacional'nogo universiteta imeni L.N. Gumileva [Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University], **4**(101), 326-332 (2014). [in Russian]
- 4 Myrzakulov R., Mamyrbekova G., Nugmanova G., Lakshmanan M. Integrable (2+1)-Dimensional Spin Models with Self-Consistent Potentials, Symmetry, **7**(3), 1352-1375 (2015).
- 5 Yersultanova Z.S., Zhassybayeva M., Nugmanova G., Yesmakhanova K., Myrzakulov R. Integrable motion of curves in self-consistent potentials: Relation to spin systems and soliton equations, International Journal of Geometric Methods in Modern Physics, **13**(1), (2015).
- 6 Myrzakul Akbota, Myrzakulov R. Integrable motion of two interacting curves, spin systems and the Manakov system, International Journal of Geometric Methods in Modern Physics, **14**(7), (2017).

Сведения об авторах:

Жасыбаева М.Б. - Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. К.Мунайтпасова 13, Астана, Казахстан.

Нугманова Г.Н. - Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. К.Мунайтпасова 13, Астана, Казахстан. Қазақстан.

Жасыбаева М.Б. - L.N. Gumilyov Eurasian National University, Munaitpasov str., Astana, Kazakhstan.

Нугманова Г.Н. - L.N. Gumilyov Eurasian National University, Munaitpasov str., Astana, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 23.01.2018