

Рисунок 2. Распределение среднемассовой температуры воды вдоль ТОА. Сплошная линия – результаты, полученные по программе MatLab; пунктирная линия с треугольными значками – численный расчет на Ansys fluent.

Аналогично, на рисунке 2 показаны распределения среднемассовой температуры воды (горячего теплоносителя) вдоль ТОА, полученные также двумя способами: по методике реализованной на MatLab используя метод конечных разностей и на основе программного комплекса Ansys fluent. Здесь наблюдается обратная картина по сравнению с рисунком 1, а именно, среднемассовая температура воды убывает вдоль «трубопровода» за счет передачи тепла от нее к холодному теплоносителю. Здесь также можно отметить хорошую согласованность результатов при двух способах расчета: аналитического и численного расчета. Из графиков, показанных на рисунках 1 и 2, можно заметить характерные изменения кривизны линий в районе приблизительно в 2,5 метра от начала теплообменного аппарата, где в обоих случаях происходят резкие изменения градиентов температур с соответствующими знаками. Этот переход происходит на том расстоянии ТОА, где ламинарный режим течения переходит в турбулентный.

Список использованных источников

1. Darbandi, Masoud and Abdollahpour, Mohammad-Saleh and Hasanpour-Matkolaei, Mohamadreza. A new developed semi-full-scale approach to facilitate the CFD simulation of shell and tube heat exchangers // Chemical Engineering Science. 2021. Vol.245. P. 116836
2. В.П.Исаченко, В.А.Осипова, А.С.Сукомел. Теплопередача. Учебник. Издательство «Энергия»,1965

УДК 531. 383.

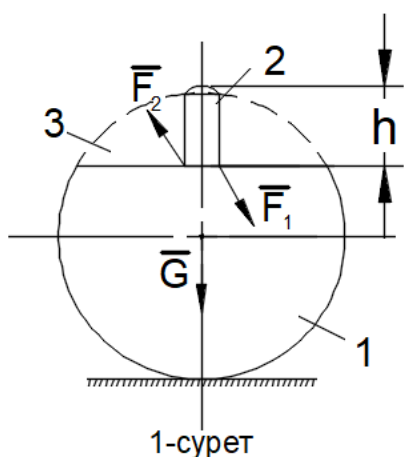
ТОМСОН ЗЫРЫЛДАУЫҒЫ

Матымов Мади Кусаинулы

imadik31@gmail.com

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – М.И.Касабеков

XIX ғасырдың аяғында әлемге әйгілі физик Ульям Томсон әртүрлі денелердің айналмалы қозғалыс ерекшеліктерін зерттеген, соның ішінде іші қуыс (бос), жазықтықпен қиылған шардың (сфераның) ортасында қондырылған цилиндр сабы бар дене де болған.



Томсон зырылдауығы 1-сурет кішкене бөлігі қиылған шар тәрізді сферадан 1 және оған отырғызылған ұшы жұмыр цилиндр саптан 2 тұрады.

Зырылдауықты сабынан ұстап вертикаль өсінен қатты айналдырғанда, ол стол бетіндегі горизонталь өстен 180° -қа аунап түсіп, алғашқы бағыты бойынша зырылдап айнала береді. Осы қасиетіне орай оны «тип-топ» зырылдауығы, «аунап түсетін зырылдауық», «акробат-зырылдауық» деп те атайды. Жалпы ғылымда Томсон зырылдауығы деп атап кеткен.

Томсон зырылдауығы өзінің орнықты жағдайында, аз ғана бұрыштық жылдамдықпен айналдырсақ, оның цилиндр сабының өсі бастапқы вертикальдығынан ауытқып, горизонталь жазықтыққа дейін жақындап,

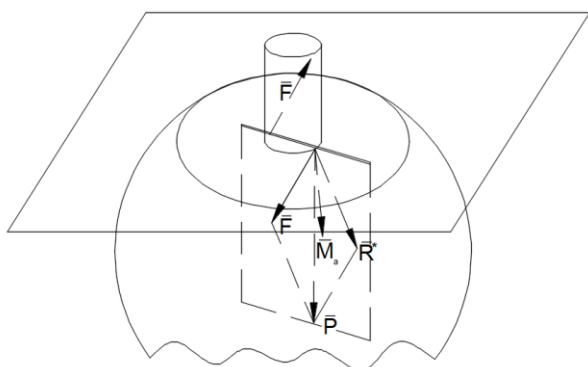
кеңістікте өзінің орнын өзгертіп жүріп (перцессия) кейін бастапқы күйіне оралады. У.Томсон бұл құбылысты ұршықтың (гироскоптың) прецессиясы арқылы түсіндірген. Дж.Перри өзінің көпшілікке арналған лекцияларында [1] ол туралы қызықты әңгімелер қозғаған.

«Тип-топты» үлкен бұрыштық жылдамдықпен айналдырғанда, вертикаль жағдайдағы цилиндр сап жоғарыдан төменге түсіп, сфера түбі жоғары шығып (аунап), алғашқы бағытымен айнала жөнеледі. Зырылдауықтың ауырлық центрі жоғары көтеріледі. Бұл құбылысты Я. Смородинский [7] прецессия жылдамдығының өсуінен деп түйеді. Ал прецессия жылдамдығының өсуі Н.Гулиа мен В.Соловтың [2] пайымдауынша, кәдімгі юла прецессиясына, сфера түбінің стол бетімен дөңгелеуінен туған, зырылдауық өсінің мәжбүр қозғалысының қосылуынан болады. Әрине мұның бәрі құбылысты жалпы сипаттауға жатады. Құбылыс сыры тереңде, оны ашу үшін Оге Бор [3], В.А.Павлов [8], И.Д.Моллюков, В.А.Сапа [5,6], тағы басқа ғалымдар көп күш жұмсады. Бірақ құбылыс өз құпиясын ұзақ сақтады. Оны түсіну тегігіне тек Оге Бор ғана жақындай алды. Ол столға жұқа қабатты пудра сеуіп зырылдауықты айналдырып еркіне жіберді. Зырылдауықтың сфера түбіндегі нүктесінің стола қалдырған ізін (траекториясын) зерттеп, ол зырылдауықтың спираль бойымен кері қарай айналатынын байқағандай болды. Әйтсе де бұл дұрыс пайым емес еді. Өйткені тип-топ айнап түскен соң да алғашқы бағытын сақтап айналады.

Құбылыстың сан қилы сырын түсіну үшін Ә.Әбдіраманов [9] төмендегі екі постулатты ұсынады:

- 1) айналып жүреген зырылдауықтың стол бетіне тигенде, оның сфералық бөлігі ауырлық центрінен өтетін (лездік) вертикаль өстен айналады да, ал сабы стол бетімен үстемелі үйкеліс күшімен сырғанайды;
- 2) зырылдауықтың айналма сырғанаудан дөңгелеуге өту сәті «қиық конустың қозғалыс заңы» бойынша іске асады.

Қиық конус горизонталь жазықтықта дөңгелегенде, әрқашан кіші қима шеңбері сызатын қисық бойымен айналып қозғалады.

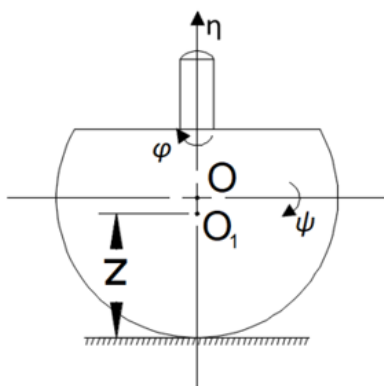


2-сурет

Эффект түсінікті болуы үшін суреттерді пайдаланайық.

Томсон зырылдауығын айналдырғанда оның сабына екі күш \vec{F}_1, \vec{F}_2 ($|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$) түсіріледі және өзінің ауырлық күші \vec{G} әсер етеді. Пуансо әдісі бойынша аталған күштерді сол күштердің бас моменті (\vec{M}_0) мен бас векторына (\vec{R}^*) келтіруге болады (2-сурет). Өз

кезегінде бұл екі векторды айқаса орналасатын \vec{F}^I және \vec{P} күштерімен алмастыруға болады. \vec{F} күші лездік тік өске перпендикуляр жазықтықта, ал \vec{P} күші және \vec{R}^* векторлары арқылы жүргізілген жазықтыққа, зырылдауықтың айналу бағытымен бұрыш жасай орналасады.



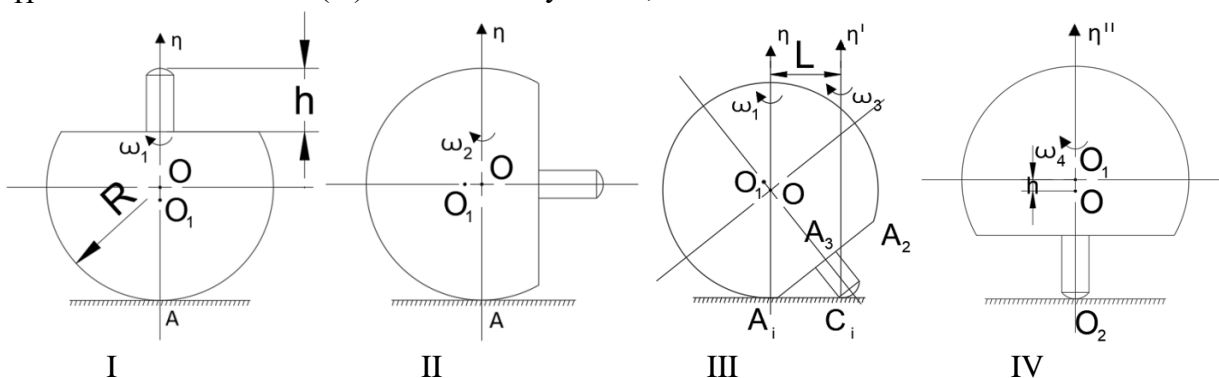
3-сурет.

Сонымен, Томсон зырылдауығының Лаграндж зырылдауығынан айырмашылығы, біріншіден, тік симметрия өсіне қатысты орнықты, екіншіден, динамикалық жағдайда орнықсыз, себебі зырылдауықтың сфералық түбі жанасушы жазықтықта бір нүкте арқылы емес, нүктелер жүйесі арқылы айналады. Зырылдауықтың сабына түсірілген \vec{F}^I және \vec{P} айқасатын күштер әсерінен зырылдауық үш қарапайым қозғалыстардан тұратын күрделі қозғалыс жасайды. Оның екеуі айналу центрінен (O) өтетін өстерден (тік өс арқылы – жылдам, ал горизонталь өс арқылы – баяу) айналмалы қозғалыстар және ауырлық центрі горизонталь жазықтыққа (стол бетіне) қатысты, лездік тік бағытта жоғары көтеріледі. Сонымен, зырылдауықтың, φ, ψ және z параметрлері арқылы берілетін, үш еркіндік дәрежесі бар (3-сурет).

Зырылдауықтың симметриялық өсі лездік тік өске қатысты перцессия жасағанда, оның кинетикалық моментінің сақталу заңына орай I және IV – жағдайлар (4-сурет) үшін:

$$J_1 \omega_1 = J_4 \omega_4, \quad (1)$$

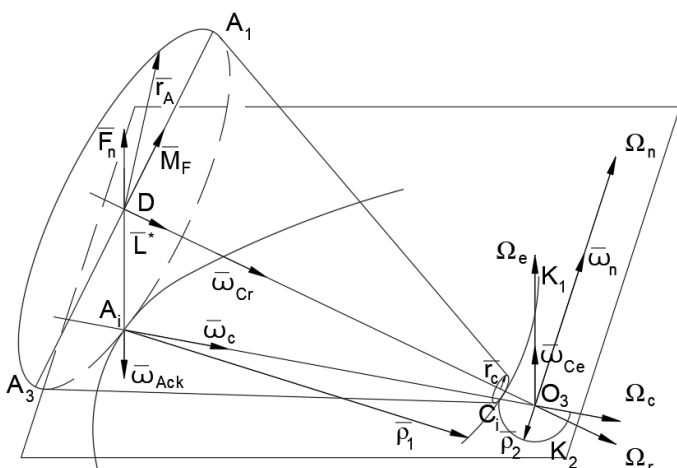
Ал өз кезегінде I жағдайдан (сабы тік жоғары бағытталған) IV-жағдайға (сабы тік төмен бағытталған) өткенде оның инерция моменті (J) ұлғайды, одан кейін сабы зырылдауықтың экваторлық жазықтығынан (4-сурет, II-жағдай) өткен соң азаяды; сондықтан бұрыштық жылдамдық (ω) алдымен баяулайды, ал одан кейін өседі.



4-сурет.

Айналып тұрған зырылдауықтың (4-сурет, III-жағдай) сфералық беті мен тірек жазықтығының жанасу нүктелері A_i өзінің шекті жағдайына бірден жетпейді, сондықтан саптың C_i нүктелерінің жазықтыққа түсіретін қысым күші ұлғая береді де, өзі K_1 қысығы бойымен сырғанайды (5-сурет).

Шамалы уақыттан соң C_i тірек нүктелеріндегі қысым күшінің өсу себебінен үйкеліс күшінің шамасы да артады, сондықтан зырылдауықтың A_i нүктелері арқылы өтетін тік лездік өске қатысты айналуы іс жүзінде нөлге дейін кеміп, саптың сырғанауы домалауға ауысады. Домалаған зырылдауықтың



5-сурет

жазықтықпен жанасу нүктелері (сферадағы A_i , саптағы C_i) радиустары (r_A, r_C) әр түрлі шеңберлерде орналасқандықтан зырылдауықтың алдағы қозғалысы күрделі болады. Ол зырылдауықтың симметриялық өсінің C_i тірек нүктелері төңірегіндегі ω_{ce} бұрыштық жылдамдықпен тасымалды айналысынан және зырылдауықтың ω_{cr} бұрыштық жылдамдықпен өз өсіне қатысты салыстырмалы айналысынан тұрады. Егер зырылдауықтың қозғалысын осы жағдайға тура келетін радиустары r_A және r_C қиық конус қозғалысымен алмастырсақ, онда бұл қозғалыс конустың абсолют айналуының лездік өсі – жылжымалы аксоид саналатын C_i жасаушысы, ω_C бұрыштық жылдамдықпен айналуы деп елестетуге болады.

Зырылдауықтың дөңгелеуді бастаған кезбен бір уақытта C_i нүктесінің траекториясы K_1 сырғанау қисығынан одан да шұғыл K_2 домалау қисығына ауысуы себепті, оның қисықтық радиусы өзгереді ($\rho_2 < \rho_1$). C_i нүктесінің қисықтық радиусының шұғыл кемуі $\omega_C = v_i/2r_i$ бұрыштық жылдамдығының кенет өсуіне әкеліп соғады, ал сол кезде C_i нүктесі зырылдауықтың қалған A_i нүктелерінің қозғалысынан артта қалғандықтан, тоқтап қалғандай болады.

Дәл осы сәт, Томсон құбылысы үшін күрт өзгеріс сәті – лездік айналу центрі A_i нүктесінен C_i нүктесіне ауысады. Егер A_i нүктесіндегі бұрыштық жылдамдық $\bar{\omega}_{A,ck}$ болған болса, енді C_i нүктесінде $\bar{\omega}_{C,e}$ болады және $\bar{\Omega}_C$ бағытымен бағытталған центрге тартқыш күш әсері нәтижесінде гироскоптық эффект пайда болады:

$$\bar{M}_F = \bar{\omega} \times \bar{L}^*, \quad (2)$$

мұндағы \bar{M}_F – күш моменті;

$\bar{\omega}_{ce}$ – зырылдауықтың симметриялық өсінің вертикаль өске қатысты тасымалды бұрыштық жылдамдығы;

\bar{L}^* – $\bar{\omega}_{cr}$ бұрыштық жылдамдық бағытындағы импульс моменті.

Аталған моменттің DO_3 ара қашықтығына қатынасы арқылы анықталатын \bar{F}_n күші ($F_n = M_F/DO_3$) зырылдауықты горизонталь Ω_n өсі арқылы

$$\bar{\varepsilon}_n = \frac{d\bar{\omega}_n}{dt} = \frac{\bar{M}_F}{J_{O_3}}, \quad (3)$$

бұрыштық үдеумен көтереді (сабына тұрғызады) және O_2 нүктелер жүйесіне қатысты орнықты айналатын гироскопқа (4-сурет, IV – жағдай) айналдырады.

I – III және III – IV жағдайлар үшін (1) – теңдікке сәйкес қозғалыс мөлшері моментінің сақталу заңын жазайық.

Бірінші жағдайда ол мына түрде жазылады:

$$J_1\omega_1 = J_3\omega_3, \quad (4)$$

мұндағы J_1 және J_3 – көрсетілген жағдайлардағы η және η^l өстеріне қатысты зырылдауықтың инерция моменттері, олардың шамалары тиісінше $J_1 = 0,4mR^2$ (1-суреттегі қиылған сегменті (3) ескерілмегенде) және $J_3 = J_1 + ml^2$ (Гюгенс-Штейнер теоремасы бойынша);

ω_1, ω_3 – тиісінше, олардың бұрыштық жылдамдықтары;

R – зырылдауық сферасының радиусы;

m – зырылдауықтың массасы.

(4) – теңдеуден:

$$\omega_3 = \frac{J_1\omega_1}{J_3},$$

немесе

$$\omega_3 = \frac{\omega_1}{1+2,5\left(\frac{l}{R}\right)^2}. \quad (5)$$

Екінші жағдайда қозғалыс мөлшерінің бас моментінің сақталу заңы келесі түрде жазылады:

$$J_3\omega_3 = J_4\omega_4. \quad (6)$$

Зырылдауықтың I және IV жағдайлардағы инерция моменттері өз ара тең болғандықтан (6) – теңдеуден:

$$J_3\omega_3 = J_1\omega_4,$$

бұдан

$$\omega_4 = \frac{J_3\omega_3}{J_1} = \frac{(J_1 + mL^2)\omega_3}{J_1} = \omega_3 \left(1 + 2,5 \left(\frac{L}{R} \right)^2 \right).$$

немесе

$$\omega_3 = \frac{\omega_4}{1 + 2,5 \left(\frac{L}{R} \right)^2}. \quad (7)$$

Сонда (4) және (6) теңдіктерден:

$$\omega_1 = \omega_3. \quad (8)$$

Бұл тұжырым мүлде басқа жолдармен /6/ және /8/ жұмыстарда да алынған. Иірілу үйкеліс күші өте аз болып, оны есепке алмаған жағдайда ғана (8) – теңдік шындыққа сәйкес келеді. Зырылдауықтың «аунау» құбылысы үйкеліс күші әсерімен болғандықтан, зырылдауық идеал тегіс бетте айналған жағдайда ғана бұл теңдік құбылысты толық сипаттайды. Шындығында $\omega_1 > \omega_4$.

Зырылдауықтың бұдыр бетпен айналуының нақты бұрыштық жылдамдығын оның кинетикалық энергиясын талдау арқылы анықтауға болады.

Зырылдауықтың III жағдайдағы кинетикалық энергиясы, өзінің ауырлық центрін көтеріп, аунауға энергияның бір бөлігін жұмсап, одан кейін, IV жағдайда орнықты болып қалу үшін, жеткілікті болуы керек:

$$T_3 = T_4 + A,$$

яғни мұнда айналмалы қозғалыстағы дененің кинетикалық энергиясының өзгеруі туралы теорема орын алады:

$$\frac{J_3\omega_3}{2} - \frac{J_4\omega_4}{2} = mgh, \quad (9)$$

мұндағы h – зырылдауықтың аунап түскен кездегі ауырлық центріннің көтерілу биіктігі (4-сурет); A – жұмыс, $A = mgh$.

Бұдан J_1 және J_3 инерция моменттерінің теңдігін ескеріп табатынымыз:

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{J_1\omega_4^2}{J_3} + \frac{2mgh}{J_3}}. \quad (10)$$

ω_4 модулі, тез айналатын симметриялы өсті гироскоптың бұрыштық жылдамдығы, түрінде анықталады. (4)-теңдік негізінде Томсон зырылдауығының аунау шарты бола алатын бастапқы бұрыштық жылдамдығын анықтау қиын емес

$$\omega_0 \geq \omega_4. \quad (11)$$

Қолданылған әдебиет тізімі

1. Перри Дж. Вращающийся волчок. Перевод с английского ОНТИ, М.-Л., 1936.
2. Braams C.M. Physika, Haag 18, 497, 1952.
3. Hugenholtz N.M. Physika, Haag 18, 515, 1952.
4. Pliskin W. American journal of Physics, volume 22, January 1954.

5. Сапа В.А. Элементарная теория опрокидывающего волчка. Аннотации докладов 2-го Всесоюзного съезда по механике. М., 1964.
6. Моллюков И.Д., Сапа В.А. Элементарная теория опрокидывающего волчка Томсон. В.сб. «Некоторые вопросы дифференциальных уравнений», Алма-Ата, Наука, 1969.
7. Смородинский Я. Волчок-Акробат, Наука и жизнь, №7, 1969.
8. Павлов В.А. Гирокоспический эффект, его проявления и использование. Л. Судостроение, 1978.
9. Абдураманов А.А. К теории переворачивающего волчка Томсон. Механика и моделирование процессов технологии, №1, 1999.

ОӘЖ 624.04

НАҚТЫЛАНҒАН КЛАССИКАЛЫҚ ТЕОРИЯ БОЙЫНША ТОПСАЛЫ БЕКІТІЛГЕН ПЛАСТИНАНЫҢ ИІЛУІН ЕСЕПТЕУ

Нургозиева Айжан Жанабаевна

aizhanzhanabai@gmail.com

Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ. механика-математикалық факультетінің 2-курс
докторанты, Алматы, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – С.Б.Ахажанов

$0 \leq x_1 \leq l_1$; $0 \leq x_2 \leq l_2$; $-h/2 \leq x_3 \leq h/2$ декарттық координат жүйесіне қатысты изотропты пластинаны қарастырайық. Пластинаның $x_3 = h/2$ жоғарғы жағына $q(x_1, x_2)$ таралған жүктеме жоғарыдан төмен бағытында әсер етеді. Төменгі $x_3 = -h/2$ жағын бос деп санаймыз. Пластинаның $x_1 = 0; l_1$ және $x_2 = 0; l_2$ жақтары топсалы бекітілген болсын.

$x_3 = \pm h/2$ жағы үшін статикалық шекаралық шарттар мына түрде болады:

$$x_3 = \frac{h}{2} : \tau_{13} = \tau_{23} = 0, \sigma_3 = q(x_1, x_2); \quad x_3 = -\frac{h}{2} : \tau_{13} = \tau_{23} = \sigma_3 = 0 \quad (1)$$

Дененің үш өлшемін біріктіретін параметрді келесі түрде аламыз:

$$\alpha = h/\sqrt{l_1 l_2}, \quad 0 < \alpha \leq 1 \quad (2)$$

Берілген жұмыста $\alpha \ll 1$ аз мәніне сәйкес келетін жағдайды қарастырамыз, яғни h өлшемі өте аз жағдайын. Қарастырылатын нақтыланған классикалық теория Кирхгофтың гипотезаларына негізделі отырып, көлденең ығысу деформациясы бар деп нақтылайды. Бұл деформация Рейсснердің ұсынған заңдылығы бойынша өзгереді:

$$\gamma_{13} = f(z) \partial \tilde{W} / \partial x_1; \quad \gamma_{23} = f(z) \partial \tilde{W} / \partial x_2; \quad f(z) = 1 - 4z^2; \quad z = x_3/h \quad (3)$$

мұнда z - өлшемсіз көлденең координата; $\tilde{W}(x_1, x_2)$ – майысудың ығысу функциясы, $f(z) - h$ қалыңдығы бойынша көлденең ығысудың өзгеру заңдылығы.

Пластинаның кез-келген нүктесінің жылжулары келесі түрде анықталады:

$$u_1(x_1, x_2, x_3) = -h \left[z \frac{\partial W}{\partial x_1} - \left(z - \frac{4}{3} z^3 \right) \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_1} \right];$$

$$u_2(x_1, x_2, x_3) = -h \left[z \frac{\partial W}{\partial x_2} - \left(z - \frac{4}{3} z^3 \right) \frac{\partial \tilde{W}}{\partial x_2} \right]; \quad u_3(x_1, x_2, x_3) = W(x_1, x_2) \quad (4)$$

мұнда $W(x_1, x_2)$ – пластинаның майысу функциясы. $\tilde{W}(x_1, x_2) = 0$ болған жағдайда классикалық теорияның жылжу компоненттері шығады. Домалақ жақшадағы функциялар көлденең ығысу әсерінен көлденең қиманың қисаюын сипаттайды.