ПОДСЕКЦИЯ 4.2 «МЕХАНИКА»

УДК 622.248. 54.

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАСТИН НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С УЧЕТОМ ПОПЕРЕЧНЫХ СДВИГОВ

Ахатаев Саржан, Айтқұл Рысқұл, Керімжан Бағдат, Асет Ерназар
serzhantktl@gmail.com, ryskul31@gmail.com, bkerimzhan@gmail.com, asset_yea@mail.ru
Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева
Научный руководитель - *Кишауов К.С.*

Конструкции, опирающиеся на упругое основание, имеют самое широкое применение в строительстве. Примерами упругого основания могут служить грунт или сваи, на которые опирается сооружение, близко расположенные друг от друга колонны, балки или ригели рам, на которых лежит какая-либо конструкция - балка, ферма, плита и др. В данной статье под упругим основанием подразумевается в основном естественное грунтовое или свайное основание.

Допустим, что прямоугольная пластинка, шарнирно опертая по контуру, лежит на сплошном упругом основании, реакция которой в каждой точке пропорциональна прогибу (основание Винклера). Уравнение поперечных колебаний такой пластинки действием периодической продольной силы с учетом поперечных сдвигов и добавлением в правую часть реакции основания будет

$$D\nabla\nabla\omega\left((N_D + N_t\,cos\,\vartheta t)\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + \left(N_{y_0} + N_{yt}\,cos\,\vartheta t\right)\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} + \beta\omega + m\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}\right) = 0. \qquad (1)$$

Легко заметить, что выражение

$$\omega(x, y, t) = f_{mn}(t)\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}, \quad (m, n = 1, 2, 3, \ldots), \qquad (2)$$

где $f_{mn}(t)$ – искомые функции времени, этому уравнению удовлетворяет.
Подстановка приводит к уравнению, когда пластинка сжато в одном направлении [1,2], получаем:

$$f''_{mn} + \omega^2_{mn}\left(1 - \frac{N_D + N_t\,cos\,\vartheta t}{N_{mn}}\right)f_{mn} = 0. \qquad (3)$$

при $N(t) = N(t)\,cos\,\vartheta t$
Тогда дифференциальное уравнение пластинки имеет вид

$$\frac{df_{mn}}{dt^2} + \omega_{mn}(1 - 2\mu_{mn}\,cos\,\vartheta t)f_{mn} = 0, \qquad (4)$$

где

$$\mu_{mn} = \frac{N(t)}{2N_{mn}}. \qquad (5)$$

Границы трех областей динамической неустойчивости рассматриваемой задачи можно определить с помощью следующих приближенных формул

1563

$$\vartheta^x = 2\omega_{mn}\sqrt{1 \pm \mu_{mn}}\,, \qquad (6)$$

$$\vartheta^* = \omega_{mn}\sqrt{1 + \frac{1}{3}\mu^2_{mn}}, \quad \vartheta^* = \omega_{mn}\sqrt{1 - 2\mu^2_{mn}}\,, \qquad (7)$$

$$\vartheta = \frac{2}{3}\omega_{mn}\sqrt{1 - \frac{9\mu^2_{mn}}{8 \pm 9\mu_{mn}}}. \qquad (8)$$

Видоизменим формулы (6)- (8) с учетом

$$\omega_{mn} = \omega^0_{mn}\sqrt{1 - d}, \quad \text{и} \quad N^* = N_{mn} = N^0_{mn}(1 - d), \qquad (9)$$

где

$$\omega^{0\,2}_{\;mn} = \frac{1}{m}\left[\frac{\pi^2 D}{b^4}\left(\frac{m^2 a^2}{b^2} + n^2\right)^2\right], \qquad (10)$$

$$N_{mn}^{0}=\frac{\pi^2 D}{b^2}\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2, \tag{11}$$

$$1-d=\sqrt{1-\frac{2h^*}{1+2h^x}+\frac{\beta b^4}{\pi^4 D\left(\frac{m^2a^2}{b^2}+n^2\right)}}, \tag{12}$$

$$h^*=\frac{\pi^2 h^2}{10b^2}\cdot\frac{E}{(1-\nu^2)G}. \tag{13}$$

h^* – коэффициент отпора.
N_{mn} – критическая сила, определяемая с учетом поперечных сдвигов.
Во- первых, в виду (9) из (5) для коэффициента μ_{mn} получим

$$\mu_{mn}=\frac{N(t)}{2N^0(1-d)}, \tag{14}$$

или

$$\mu_{mn}=\frac{\mu_{mn}^0}{1-d}, \tag{15}$$

где для коэффициента возбуждения без учета поперечных сдвигов и коэффициента отпора имеем

$$\mu_{mn}^0=\frac{N_t}{2\mu_{mn}^0}. \tag{16}$$

1564

Далее учитывая (9) и (15), из равенств (6)-(8) для определения границ областей неустойчивости получаем

$$\vartheta^*=2\omega_{mn}^0\sqrt{1-d\pm\mu_{mn}^0}, \tag{17}$$

$$\vartheta^*=\omega_{mn}^0\sqrt{1-d+\frac{1}{3}\frac{(\mu_{mn}^0)^2}{1-d}},\quad \vartheta=\omega_{mn}^0\sqrt{1-d-2\frac{(\mu_{mn}^0)^2}{1-d}}, \tag{18}$$

$$\vartheta^*=\frac{2}{3}\omega_{mn}^0\sqrt{1-d-\frac{9(\mu_{mn}^0)^2}{8(1-d)\pm 9\mu_{mn}^0}}. \tag{19}$$

Таким образом, мы получили формулы (16)-(18), с помощью которых можно определить границы первых трех областей неустойчивости рассматриваемой пластинки. Главной особенностью этих формул является то, что они построены в терминах классической теории пластинок ω_{mn}^0, μ_{mn}^0 с учетом поправки d от поперечных сдвигов и коэффициентов отпора. Очевидно, полагая в этих формулах $d=0$, получим результаты, соответствующие классической теории пластинок.

Список использованных источников

1. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. Гос. издательство технико-теоретической литературы. М.1956.
2. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. Издательство «Наука». М.1967

УДК 533.6

АППРОКСИМАЦИЯ УРАВНЕНИЙ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ДИСКРЕТНОЙ ОБЛАСТИ

Естаева Зарина Ахметжанқызы
estayeva.z@mail.ru
Магистрант 1–го курса Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева, механико-математического факультета, кафедра механики, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – д.ф.-м.н, профессор Н.Ж.Джайчибеков

Данная работа посвящена начальному этапу численного решения уравнений пограничного слоя, а именно способу аппроксимации дифференциальных уравнений пограничного слоя конечно-разностными уравнениями.

Из-за нелинейности уравнений движения, описывающие течение вязкой несжимаемой жидкости вдоль пограничного слоя на пластине, приходится решать эти уравнения приближенно, используя известные численные методы. Для этого вначале аппроксимируем уравнения движения в пограничном слое конечно-разностными алгебраическими уравнениями. При этом используем для производных первого и второго порядков искомых величин конечные разности, полученные из формулы Тейлора, отбрасывая члены высших порядков малости.

Схематически движение вязкой жидкости вдоль плоской горизонтальной пластины показано на рисунке 1.

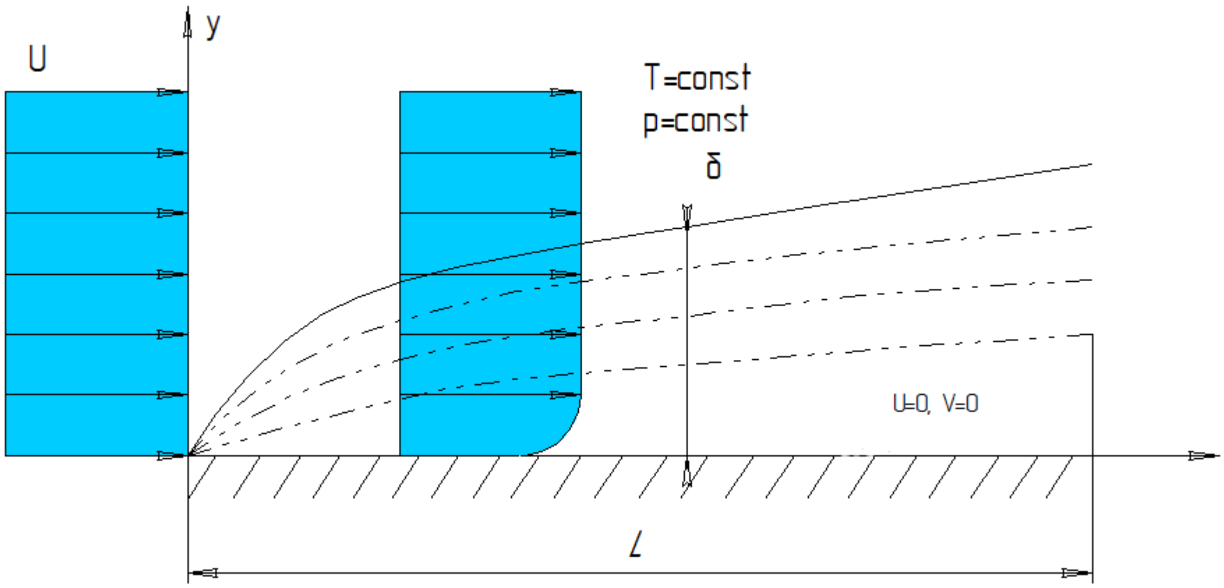

Рисунок 1 Пограничный слой на пластине

Далее приводится система уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости в пограничном слое пластины [1]: