Тогда выполнение неравенства (4) характеризуется разбиением на два весовых неравенства типа Харди для $f \geq 0$.

В работе [8] были рассмотрены выполнение неравенства (4) для интегральных операторов типа Харди S_1, S_2 при $\gamma = 0$

Замечание. Символ $M \ll K$ означает, что $M \leq cK$, где константа $c > 0$ зависит только от несущественных параметров. Если $M \ll K \ll M,$ то $M \approx K$

Приведем основной результат работы.

Теорема 1. *Пусть* $1 < p \leq q < \infty$. *Тогда неравенство* (4) *выполняется тогда и только тогда, когда* $D = D_1 + D_2 < +\infty$, *где*

$$D_1 = \sup_{x>0}\left(\int_x^{\infty}\left(\frac{u(t)}{\varphi^{\gamma}(t)}\right)^q dt\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_0^{\varphi(x)}\vartheta^{-p'}(t)dt\right)^{\frac{1}{p'}}$$

$$D_2 = \sup_{x>0}\left(\int_0^{x}u^q(t)dt\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_{\varphi(x)}^{\infty}\left(\frac{\vartheta(t)}{\varphi^{\gamma}(t)}\right)^{-p'} dt\right)^{\frac{1}{p'}}$$

Кроме того, $D \approx C,$ *где* C *– наименьшая константа в* (4).

Список использованных источников

1. Hardy G.H., Littlewood J.E., Polya G. Inequalities, Chapter. 9, Cambridge Univ. Press, London, 1952.
2. Chen Q., Yang B. A survey on the study of Hilbert-type inequalities // Journal of Inequalities and Applications № 302, 2015.
3. Jichang K., Debnath L. On new generalization of Hilbert's inequality and their applications // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2000. № 245 P. 248-265.
4. Mingzhe G.. On Hilbert's inequality and its applications // Journal of Mathematical Analysis and Applications.1997. № 212. P. 316-323.
5. Jichang K. On new extensions of Hilbert's integral inequality // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 1999. Vol. 235, №. 2, P. 608-614.
6. Andersen K.F. Weighted inequalities for the Stieltjes- transformation and Hubert's double series // Proc. Roy. Soc Edinburgh. 1980. №. 1-2. P. 75-84.
7. Sinnamon G. A note on the Stieltjes transformation // Proc. Roy. Soc Edinburgh. 1988, 110A. P. 73-78,
8. Stepanov V.D., Ushakova E.P. On integral operators with variable limits of integration // Proc. Steklov Inst. Math. 2001, № 232. P. 290-309.

ОӘЖ 517

АДАМАР ОПЕРАТОРЫНЫҢ САЛМАҚТЫ ЛЕБЕГ КЕҢІСТІГІНДЕГІ КОМПАКТЫЛЫҒЫ

Жолдасбай О.Ж.
Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Жетекші: ф.-м.ғ.к., PhD-доктор, доцент Абылаева А.М.

$1 < p, q < \infty$ және $-\infty \le a < b \le +\infty$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$ болсын.

Бұл жұмыста келесі түрдегідей анықталған Адамар операторының салмақты Лебег кеңістігіндегі компактылығын қарастырамыз,

$$\mathrm{H}_\alpha f(x) = \int_a^b \frac{f(s)ds}{s \ln^{1-\alpha}\left(\frac{x}{s}\right)} \quad , \forall x \in \mathrm{I} = (a;b) \tag{1}$$

яғни, келесі теңсіздікті зерттейміз :

$$\left(\int_a^b (\mathrm{H}_\alpha f(x))^q v(x)dx\right)^{1/q} \le C\left(\int_a^b (f(x))^p w(x)dx\right)^{1/p} \tag{2}$$

$v(x), w(x)$ -теріс емес және $I = (a;b)$ интервалында локальды интегралданатын, яғни салмақты функциялар.

Теорема 1. $0 < \alpha < 1$, $\frac{1}{\alpha} < p \le q < \infty$ *болсын. Онда кез келген теріс емес функция үшін* H_α *операторы* $L_{p,w}$ *кеңістігінен* $L_{q,v}$ *-кеңістігіне компакты болады сонда және тек қана сонда*

$$A_\alpha = \sup_{z\in I}\left(\int_a^z s^{-p'}\left(\ln\left(\frac{x}{s}\right)\right)^{-p'(1-\alpha)} w^{-\frac{p'}{p}}(s)ds\right)^{1/p'}\left(\int_z^b v(x)dx\right)^{1/q} < \infty \quad \textit{және}$$

$$\lim_{z\to a^+} A_\alpha(z) = \lim_{z\to b^-} A_\alpha(z) = 0$$

теңдігі орындалса.

Теорема 2. $0 < \alpha < 1$, $\frac{1}{\alpha} < q < p < \infty$ *болсын. Онда кез келген теріс емес функция үшін* H_α *операторы* $L_{p,w}$ *кеңістігінен* $L_{q,v}$ *-кеңістігіне компакты болады сонда және тек қана сонда*

$$B_\alpha = \left[\left(\int_a^z s^{-p'}\left(\ln\left(\frac{x}{s}\right)\right)^{-p'(1-\alpha)} w^{-\frac{p'}{p}}(s)ds\right)^{\frac{p(q-1)}{p-q}}\left(\int_z^b v(x)dx\right)^{\frac{p}{p-q}} z^{-p'}\left(\ln\left(\frac{x}{z}\right)\right)^{-p'(1-\alpha)} w^{-\frac{p'}{p}}(z)dz\right]^{\frac{p-q}{pq}} < \infty$$

$$\lim_{z\to a^+} B_\alpha(z) = \lim_{z\to b^-} B_\alpha(z) = 0$$

болса. Мұндағы $z \in I$.

Пайдаланылған әдебиет

1. Abylayeva A.,Oinarov R. and Persson L-E. Boundedness and compactness of a class of Hardy type operators // Journall of Inequalities and Applications (2016) 2016:324 DOI 10.1186/s13660-016-1266-y page (1-8)

ОӘЖ 517.954

ШТУРМ – ЛИУВИЛЛЬ ОПЕРАТОРЫНЫҢ СПЕКТРІ ТУРАЛЫ

Закариева Заруeт Алмазовна

zaruet.zakarieva@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ докторанты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекші – Қ.Н. Оспанов

Бұл жұмыс корректілі тарылудың симметриялы минималды оператор жағдайындағы кейбір өзіне - өзі түйіндес операторлардың ұқсастығына арналған. Нәтижесінде алынған теорема Штурм - Лиувилль операторына қолданылды, өзіне - өзі түйіндес емес сингулярлы ұйытқыған оператордың спектрі нақты және оған сәйкес келетін меншікті векторларының жүйесі Рисс базисін құрайтыны көрсетілді.

Кейбір негізгі анықтамаларды келтіре кетейік.

Анықтама 1. H Гильберт кеңістігі болып, анықталу облысы $D(L)$ және мәндер жиыны $R(L)$ болып табылатын $L: H \to H$ L сызықты операторы берілсін. L операторының ядросы деп келесі жиынды айтамыз:

$$KerL = \{f \in D(L) : Lf = 0\}.$$

Анықтама 2. L операторы L_1 операторының тарылуы, ал L_1 операторы L операторының кеңеюі деп аталады, егер келесі шарттар орындалса:

- $D(L) \subset D(L_1)$,
- $Lf = L_1 f$, барлық $D(L) -$ дан алынған $f -$тер үшін.

Бұл жағдайда $L \subset L_1$ деп жазады.

Анықтама 3. H Гильберт кеңістігінде анықталған L_0 тұйық сызықты операторы минималды деп аталады, егер $\overline{R(L_0)} \neq H$ орындалып, $R(L_0) -$ де анықталған L_0^{-1} шенелген кері операторы бар болса.

Анықтама 4. Егер $R(\hat{L}) = H$ және $Ker\hat{L} \neq \{0\}$ орындалса, онда H Гильберт кеңістігінде анықталған $\hat{L}$ тұйық сызықты операторы максималды деп аталады.

Анықтама 5. Егер барлық H кеңістігінде анықталған L^{-1} шенелген кері операторы бар болса, онда H Гильберт кеңістігінде анықталған L сызықты тұйық операторы корректілі деп аталады.