СЕКЦИЯ 4.
«МАТЕМАТИКА, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ»

ПОДСЕКЦИЯ 4.1 «МАТЕМАТИКА»

УДК 517

$p \le q$ ЖАҒДАЙЫНДАҒЫ КВАЗИСЫЗЫҚТЫ ИНТЕГРАЛДЫҚ ОПЕРАТОРЛАРДЫ ЕКІЖАҚТЫ БАҒАЛАУ

Абибулла М.Е.
Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің студент
Жетекші: ф.-м.ғ.к., PhD-доктор, доцент Абылаева А.М.

$0 < r, p, q < \infty$ және $-\infty \le a < b \le +\infty$ болсын.

$x^{\alpha}, x^{\beta}, x^{\gamma}$ - салмақты функциялар. Яғни, (a,b) аралығында локальді интегралданатын және оң мән қабылдайтын функциялар.

Бұл жұмыста келесідей теңсіздікті қарастырамыз:

$$\left(\int_a^b x^{\alpha} \left(\int_x^b |g(t) - g(x)|^r t^{\beta} dt \right)^{\frac{q}{r}} dx \right)^{\frac{1}{q}} \le C \left(\int_a^b x^{\gamma} |g'(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} \qquad (1)$$

$\forall x \in (a,b)$ үшін $g'(x) = f(x)$ деп алсақ, онда теңсіздігіміз келесі түрде жазылады:

$$\left(\int_a^b x^{\alpha} \left(\int_x^b \left| \int_x^t f(s) ds \right|^r t^{\beta} dt \right)^{\frac{q}{r}} dx \right)^{\frac{1}{q}} \le C \left(\int_a^b x^{\gamma} |f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} \qquad (2)$$

(2) теңсіздігінде $f \ge 0$ деп қарастырамыз.

Біз (1) және (2) теңсіздіктерін $0 < r < \infty$ және $1 \le p \le q < \infty$ жағдайында зерттейміз.

$(\alpha, \beta) \subset (a,b)$ және $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$ болсын. Келесі шамаларды қарастырайық:

$$\underline{v}(\alpha, \beta) = ess \inf_{\alpha < t < \beta} t^{\gamma}, \qquad U(\alpha, \beta) = \left(\int_{\alpha}^{\beta} x^{\alpha} dx \right)^{\frac{1}{q}}$$

$$A^{+}(\alpha, \beta) = \sup_{x \in (\alpha, \beta)} \left(\int_x^{\beta} t^{\beta} dt \right)^{\frac{1}{r}} \left(\int_{\alpha}^{x} s^{\gamma(1-p')} ds \right)^{\frac{1}{p'}}$$

$$B^{+}(\alpha,\beta)=\left(\int_{\alpha}^{\beta}\left(\int_{x}^{\beta}t^{\beta}dt\right)^{\frac{r}{p-r}}\left(\int_{\alpha}^{x}s^{\gamma(1-p')}ds\right)^{\frac{r(p-1)}{p-r}}x^{\beta}dx\right)^{\frac{p-r}{pr}}$$

$$D^{+}(\alpha,\beta)=\left(\int_{\alpha}^{\beta}\left(\int_{x}^{\beta}t^{\beta}dt\right)^{\frac{r}{1-r}}\left(\underline{v}(\alpha,x)\right)^{\frac{r}{r-1}}x^{\beta}dx\right)^{\frac{1-r}{r}}$$

$$J^{+}(\alpha,\beta)=\sup_{f\geq 0}\frac{\left(\int_{\alpha}^{\beta}t^{\beta}\left(\int_{\alpha}^{t}f(s)ds\right)^{r}dt\right)^{\frac{1}{r}}}{\left(\int_{\alpha}^{\beta}x^{\gamma}f^{p}(x)dx\right)^{\frac{1}{p}}}$$

[1] мақалада берілген Лемманы қолданатын болсақ:

Лемма.

(i) Егер $1\leq p\leq r<\infty$ болса, онда

$$A^{-}(\alpha,\beta)\leq J^{-}(\alpha,\beta)\leq p^{\frac{1}{r}}\left(p'\right)^{\frac{1}{p'}}A^{-}(\alpha,\beta).$$

(ii) Егер $0<r<p$ және $1<p<\infty$ болса,

$$\left(p'\right)^{\frac{1}{p'}}r^{\frac{1}{p}}\left(1-\frac{r}{p}\right)B^{-}(\alpha,\beta)\leq J^{-}(\alpha,\beta)\leq\left(\frac{p}{p-r}\right)^{\frac{p-r}{pr}}p^{\frac{1}{p}}\left(p'\right)^{\frac{1}{p'}}B^{-}(\alpha,\beta)$$

(iii) Егер $0<r<1=p$ болса,

$$r(1-r)D^{-}(\alpha,\beta)\leq J^{-}(\alpha,\beta)\leq(1-r)^{\frac{1-r}{r}}p^{\frac{1}{p}}\left(p'\right)^{\frac{1}{p'}}D^{-}(\alpha,\beta)$$

Теорема. $\alpha\geq 0$, $\beta\geq 0$, $\gamma\geq 0$ болсын. (1) теңсіздігі орындалады, сонда тек сонда ғана

(i) $F=\sup_{z>0}U(a,z)A^{+}(z,b)<\infty$ $\quad 1\leq p\leq\min\{r,q\}<\infty$;

(ii) $F=\sup_{z>0}U(a,z)B^{+}(z,b)<\infty$ $\quad 1<r<p$ және $1<p\leq q<\infty$;

(iii) $F=\sup_{z>0}U(a,z)D^{+}(z,b)<\infty$ $\quad 0<r<1=p\leq q<\infty$ және кез келген

$\alpha,\beta: a<\alpha<\beta<b$ үшін $\underline{v}(\alpha,\beta)>0$.

Сонымен қатар $F \approx C$, C - (1) теңсіздігінің ең жақсы тұрақтысы.

Пайдаланған әдебиет:

1. R.Oinarov, A.Kalybay. Three-parameter weighted Hardy type inequalities //Banach J. Math. Anal. 2 (2008), №2. 85-93.

ӘОЖ 517

ЕРКІН ПУАССОН АЛГЕБРАСЫНЫҢ АВТОМАРФИЗМІ

Аққұл Құрманғазы Дәулетұлы
kurmanghazy@list.ru
Нұр-Сұлтан қаласы, Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ-і
Ғылыми жетекші: Козыбаев Данияр Хаибилдаевич

Қазіргі математикадағы қазіргі тенденциялардың бірі математика мен теориялық механиканың әртүрлі есептеріне Пуассон құрылымдарын қолдану болып табылады. Бұл мәселелер қатты дене динамикасында, аспан механикасында, құйынды теориясында және космологиялық модельдерде туындайды. Пуассон алгебралары Гамильтон механикасында, симплектикалық геометрияда шешуші рөл атқарады, сонымен қатар кванттық топтарды зерттеуде орталық болып табылады. Пуассон құрылымдарының теориясының дамуының өзі көп өлшемді шыңдардың динамикасымен ынталандырылғанын атап өтеміз, өйткені соңғысы көптеген теоремалардың абстрактілі тұжырымдарын көрнекі және мағыналы етуге мүмкіндік береді. Ли-Пуассон жақшаларының кейбір маңызды мысалдары Якобиге бұрыннан белгілі болғанын да ескеріңіз. Оның мысалдарында Пуассон жақшалары Гамильтон теңдеулерінің бірінші интегралдар кеңістігінде пайда болды.

k өрісіндегі B векторлық кеңістігі, екі бинарлық операциямен жабдықталған $x \cdot y$ (көбейту) және $\{x, y\}$ (Пуассон жақшасы), егер B x•y -ға қатысты ассоциативті-коммутативті алгебра болса, $\{x, y\}$ және B -ға қатысты Ли алгебрасы келесі сәйкестікті (Лейбниц сәйкестігін) қанағаттандырады:

$$\{x \cdot y, z\} = \{x \cdot z\}y + x\{x \cdot z\}.$$

Соңғы уақытқа дейін Пуассон құрылымдарының алгебралық теориясы аз зерттелген. Қазіргі уақытта Пуассон алгебраларын Франция, Ресей, Бразилия, Аргентина, АҚШ, Болгария және т.б. көптеген математиктер зерттеп жатыр. Филдс медалінің иегері М.Концевичтің көрнекті нәтижесі [1] Пуассонның канондық құрылымдарының барлығы канондық кванттауды мойындайтынын айтады. Еркін Пуассон алгебраларының алгебралық кванттауларын И.П. Шестаков [2] Иордан алгебрасының кейбір кластарының мамандығын дәлелдеу. Еркін ассоциативті алгебралар бойынша негізгі нәтижелердің бірі Бергманның центризаторлар туралы теоремасы [3], онда еркін ассоциативті алгебраның тұрақты емес элементінің центризаторы бір айнымалыдағы көпмүшелік алгебра екені дәлелденді. Бұл теореманың 0 сипаттамалық өрістегі еркін Пуассон алгебралары үшін аналогын Л.Макар-Лиманов, У.У. Өмірбаева [4].
1942 жылы Х.V.Е. Юнг (H.W.E. Jung) [5] екі айнымалы көпмүшелік алгебралардың 0 сипаттамалық өрістегі автоморфизмдері икемді екенін дәлелдеді. 1953 жылы В.ван дер Кулк [6] бұл нәтижені ерікті сипаттама жағдайына жалпылады. Л. Макар-Лиманов [7] мен А.Ж. Чернякевич [8] екі айнымалыдағы еркін ассоциативті алгебраның автоморфизмдері де икемді екенін дәлелдеді.