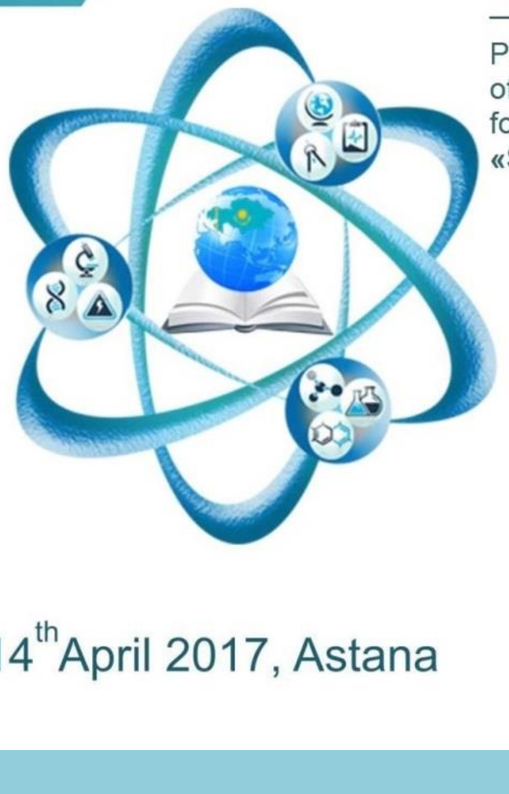
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестют Н.А Дифференциалные уравнения: примеры и задач. Учеб. Пособие. - 2- е изд., перераб. - М.: Высш. Шк., 1989, -383с.:ил
2. Краснов Михаил Леонтьевич, Киселов Александр Иванович, Макаренко Григорий Иванович. Обыкнрвенные дфференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие. Изд. 4-е., испр. – М.: Едиориал УРСС, 202. – 256с. (Вся высшая математика в задачах).

ОӘК 372

ШЕК ҰҒЫМЫНДАҒЫ КҮРДЕЛІЛІГІ ЖОҒАРЫ ЕСЕПТЕРДІ ШЫҒАРУДЫҢ КЕЙБІР ӘДІСТЕРІ

Жанайхан Найла Еркінқызы
naila_97.6@mail.ru
ПМПИ математика және жаратылыстану факультетінің 2 курс студент,
Павлодар, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Ж.Хырхынбай

Математикалық білім есеп арқылы тексеріліп келеді және сол арқылы тексеріле береді де. Математикалық есептерді шешу әдістері және алгоритмі есеп шығару дағдыларын қалыптастырады. Есепті шығару біліктілігі − өте аса маңызды көрсеткіш. Есепті шығару біліктілігіне баулу жеке студенттің белсенділігін анықтайды. Өздігінен есеп шығару біліктілігі − жоғары интелектуалдық дамудың деңгейлік көрсеткіші.

Кейде студент дайын үлгідегі есептерді ғана шығарды. Шығармашылық қабілетті дамыту үшін терең теориялық білімді қажет ететін есептер қарастырылғаны дұрыс.

Қазіргі кезде уақытты үнемді пайдалану үшін тәжірбиелік сабақтарда шығарылатын есептер теориялық материалдың практикалық материалмен байланыстыру қажет. Сонымен қатар жаңа тақырыпты өту кезінде өткен материалдарға сүйеніп уақытты ұтымды пайдалану мақсатында барлық есептерді қарастырылмайды.

Сондықтан тәжірбиелік сабақтарда есепті шығару барысында бірнеше төмендегідей қиындықтар кездесуі мүмкін [1]:

а) материалдың жалпы қасиеттері шектеулі болғандықтан ондағы негізгі байланыстар мен ара қатынастарды байқай алмау;

ә) оқыту үдерісі барысында студенттер кейбір мәселелерге жеткілікті көңіл аудармауынан оның ой-өрісінде айқын орын алған кезеңдердің, тиянақты ұғымның болмауы.

Бүгінгі таңда білім берудің нәтижелігі білімді игеру сапасын бақылаудың тиімді жолдарын таңдау, студенттердің өз білімдерін жетілдіріп, ғылыми, кәсіптік және іскерлік қызметтерінде пайдалана білуін талап етіп отыр. Білімді терең, нақты меңгеруі студент үшін өз біліміне деген сенімділік, шапшаңдық, реттілік қасиеттерін дамытады, яғни білімінің сапасын анықтайды.

Көптеген материалды терең түсінседе оның практикалық сипатағы тапсырмаларын орындауға, есепті шығаруғадағы нәтижелерін талдау жасай келе математикалық анализдің күрделілігі жоғары есептерді шешу жолдарын зерттеуді мақсат еттім

Шектік нүкте ұғымы және Больцано-Вейрштрасс теоремасы

Біз мұнда

$$x_1, x_2, \dots, x_n, \dots \qquad (1)$$

тізбекті қарастырайық. Енді бұл тізбекпен бірге, осы тізбектен бір белгілі заң бойынша құрылған мынадай тізбекті

$$x_{n_1}, x_{n_2}, \dots, x_{n_k}, \dots \qquad (2)$$

қарайық. Осы кейінгі (2) тізбекті бөлімше тізбек дейді. Мұнда $\{n_k\}$ төмендегі теңсіздіктерді

$$n_1 < n_2 < n_3 < \ldots < n_k < n_{k+1} < \ldots \qquad (3)$$

қанағаттандыратын натурал сандар тізбегі. Бұл жерде барлық натурал мәндерді қабылдаушы номердің ролін *n* атқармайды, k атқарады; былайша айтқанда, k неғұрлым үдеген сайын n_k шексіздікке ұмтылушы айнымалы болып табылады.

Теорема 4. Егер а саны (1) тізбектің тиянақты шегі болып табылса, онда осы а саны (2) бөлімше тізбектің де шегі болады.

а шектеулі сан болсын; міне, осы жағдайға ғана тоқтайық, *а* саны (1) тізбектің шегі болғандықтан, оң ε саны қандай болса да, оған сәйкес *N* санын табуға мүмкіндік болып *N* санынан артық әрбір натурал *n* (*n*>*N*) сан үшін төмендегі теңсіздіктің:

$$|x_n - a| < \varepsilon$$

орындалуы керек. $n_k \to \infty$ болғандықтан, *К* саны табылып осы *К*-дан артық $k\ (k > K)$ үшін мынадай теңсіздік $n_k > N$ орындалады. Олай болса k-нің осы мәндері үшін алдыңғы теңсіздік бойынша мынадай теңсіздік $|x_{n_k} - a| < \varepsilon$ орындалады. Кейінгі теңсіздіктің орындалуы теореманы дәлелдейді.

Шектік нүкте ұғымы және Больцано-Вейерштрасс теоремасы

1. Нақты сандардан тұратын *Е* жиынын қарайық. Егер ξ *нүктесінің* кезкелген аймағының ішінде Е жиынының шексіз көп нүктелері жататын болса, ξ нүктесін Е жиынының шектік нүктесі деп атайды.

Бұл анықтамадан мынадай қортынды жасауға болады: *Е* жиынын құратын элементтердің саны шексіз болса ғана шек-тік нүкте туралы әңгіме қозғауға болады.

Шектік нүкте *Е* жиынының өзіне жатуы да және жатпауы да мүмкін.

1) Айталық, *Е* жиыны мына сандардан: $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{4}{5}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{n}, \frac{n-1}{n}, \ldots$ тұрсын. Бұл жиынның екі шектік нүктесі бар: о; 1. Олардың біреуі, мәселен 1, жиынның өзіне жатады да, екіншісі 0, жиын-ның өзіне жатпайды.

2) *Е* жиыны барлық рационал сандардан тұрсын, онда түзудің әрбір нүктесі бұл жиынның шектік нүктесі болып табылады.

3) *Е* жиыны (0,1) интервалдың барлық нүктесінен тұратын болсын, онда интервалдың әрбір нүктесі *Е*-нің шектік нүктесі болып табылады.

Больцано-Вейерштрасс теоремасы. Әрбір шектелген және элементтерінің «саны» шексіз Е жиынының ең болмаған күнде бір шектік нүктесі болады.

Е шектелген жиын болғандықтан, оны құрушы сандар бір $[a, b]$ сегментінің ішінде жатуға тиіс. Осы $[a, b]$ сегментті қақ бөлейік. Онда сегменттің екі жартысының біреуінде *Е* жиынының шексіз көп элементтері болуы мүмкін, бұл сегментті $[a_1, b_1]$ арқылы белгілейік. Егер екеуінде де *Е* жиынының шексіз көп нүктесі болса, онда $[a_1, b_1]$ сегменті үшін қай жартысын алсақ та бәрібір болады.

Енді $[a_1, b_1]$ сегментін қақ бөлейік. Онда жаңағыдай бұл сегменттің екі жартысының біреуінің ішінде *Е* жиынынын шексіз көп элементтері болуы мүмкін. *Е* жиынының шексіз көп элементтері жатқан жартыны $[a_2, b_2]$ арқылы белгілейік: Міне, осы операцияны шексіздікке дейін созсақ, онда бірінің ішінде бірі жатқан келесі сегменттер

$$[a, b] \supset [a_1, b_1] \supset [a_2, b_2] \supset \ldots \supset [a_n, b_n] \supset \ldots$$

тізбегі келіп шығады. Бұл сегменттердің ұзындықтары $b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} \to 0 \cdot n$ шексіздікке ұмтылады және олардың әрқайсының ішінде *E* жиынының шексіз көп элементтері бар.

Кантор аксиомасы бойынша осы сегменттердің барлығына ортақ, яғни $a_n \le \xi \le b_n$ бір шек, бір ғана ξ нүктесі болады. Енді осы ξ нүктесі *E* жиынының шектік нүктесі болатындығын дәлелдейік.

Интервал $(\xi - \delta, \xi + \delta)$ осы ξ нүктесінің аймағы болсын. Егер *n* саны тым үлкен болса, онда $[a_n, b_n]$ сегменттері $(\xi - \delta, \xi + \delta)$ интервалдың ішінде жатады, Ал $[a_n, b_n]$ сегменттердің ішінде жатқан *E* жиыны нүктелерінің (элементтерінің) «саны» шексіз, демек, $(\xi - \delta, \xi + \delta)$ аймақтың ішінде *E* жиынынын шексіз көп нүктелері (элементтері) бар. Олай болса анықтама бойынша ξ нүктесі *E* жиыны үшін шектік нүкте болады. Теорема дәлелденді.

Шектік нүкте болу үшін жиынның шектелуі жеткілікті шарт болып табылады да, бірақ қажетті шарт бола алмайды. Мәселен, жиын *E* мына сандардан

$$1,\ 2,\ \frac{1}{2},\ 3,\ \frac{1}{3},\ 4,\ \frac{1}{4},\ 5,\ \frac{1}{5},\ \ldots,\ n,\ \frac{1}{n},\ \ldots$$

тұрсын. Бұл жиын шектелген жиын емес. Дегенмен шектік нүктесі бар, ол $\xi = 0$. *E* жиыны барлық рационал сандардан тұратын болса, онда *E* шектелген жиын болмайды. Бірақ дегенмен түзудің әрбір нүктесі осы жиын үшін шектік нүкте болады.

1. $\{x_n\}$ қатары $x_n = \frac{x_{n-1} + 3}{4}$, $x_n = 0$ рекуррент формуламен берілген. Қатардың жинақты екенін дәлелде және шегін тап.

Дәлелдеу. Егер қатар монотонды және шектелген болса, онда шегі бар болады (Вейерштрасс теоремасы).

1) $\{x_n\}$ қатарын монотонды екенін көрсетейік. Шарт бойынша $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{4}(x_n - x_{n-1})$, осыдан келесі теңдік шығады

$$x_{n+1} - x_n = \frac{1}{4}(x_n - x_{n-1}) = \frac{1}{4^2}(x_{n-1} - x_{n-2}) = \ldots = \frac{1}{4^{n-1}}(x_2 - x_1) = \frac{1}{4^{n-1}}\left(\frac{15}{16} - \frac{3}{4}\right) > 0$$

Осыдан, $x_{n+1} > x_n$, басқаша айтқанда $\{x_n\}$ монотонды өспелі.

2) $\{x_n\}$ шектелген екенін дәлелдеу. Монотондылықтан

$$x_n = \frac{1}{4}x_{n-1} + \frac{3}{4} < \frac{1}{4}x_n + \frac{3}{4}\ .$$

Теңсіздікті шешсек $x_n < \frac{1}{4}x_n + \frac{3}{4}$, онда , барлық n үшін $x_n < 1$. Вейерштрасс теоремасы бойынша $\{x_n\}$ қатардың шегі бар. Айталық $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = A$. Шекке көше келе рекурренттік қатынастан $A = \frac{A+3}{4}$ болғандықтан, $A = 1$. **Жауабы:** $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 1$

2. $\{x_n\}$ қатары $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$, $x_1 = \sqrt{2}$ рекуррент формуламен берілген. Қатардың шегі бар екенін дәлелде және тап.

Дәлелдеу. 1) $\{x_n\}$ қатарын монотонды екенін көрсетейік. Шарт бойынша $x_{n+2} - x_{n+1} = \sqrt{2 + x_{n+1}} - \sqrt{2 + x_n} = \dfrac{x_{n+1} - x_n}{\sqrt{2 + x_{n+1}} + \sqrt{2 + x_n}}$, осыдан келесі теңдік шығады $x_{n+2} > x_{n+1}$, егер $x_{n+1} > x_n$. Бірақ $x_2 = \sqrt{2 + \sqrt{2}} > \sqrt{2} = x_1$. Басқаша айтсақ, барлық n-дер үшін $x_{n+1} > x_n$, $\{x_n\}$ монотонды өспелі.

2) $\{x_n\}$ шектелген екенін дәлелдеу. Монотондылықтан $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n} < \sqrt{2 + x_{n+1}}$. Теңсіздікті шешсек $x_{n+1}^2 - x_{n+1} - 2 < 0$, онда, барлық n үшін $-1 < x_{n+1} < 2$. Айталық $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = A$ болса, $A = \sqrt{2 + A}$ болғандықтан, $A_1 = -1,\ A_2 = 2$. Мұндағы, $A_1 = -1$ $x_n > 0$ шартына қайшы келеді. **Жауабы:** $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 2$

3. $\{x_n\}$ қатары $x_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(x_n + \dfrac{1}{x_n}\right), x_0 > 0$ рекуррент формуламен берілген. Қатардың шегі бар екенін дәлелде және тап.

Дәлелдеу. $\left(\sqrt{x_n} - \dfrac{1}{\sqrt{x_n}}\right)^2 \geq 0$ болғандықтан $x_n + \dfrac{1}{x_n} \geq 2$. осыдан, $x_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(x_n + \dfrac{1}{x_n}\right) \geq 1$, басқаша айтсақ $\{x_n\}$ төменнен шектелген. Одан әрі $x_n \geq 1$ дегеннен $\dfrac{1}{x_n} \leq 1$, сондықтан барлық n-дер үшін $x_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(x_n + \dfrac{1}{x_n}\right) \leq \dfrac{1}{2}(x_n + x_n) = x_n$.

Шектелген және монотонды болғандықтан қатар жинақты.

Айталық $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = A$ болса, $A = \dfrac{1}{2}\left(A + \dfrac{1}{A}\right)$ болғандықтан, $A = 1$. **Жауабы:** $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 1$

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся. – 2-изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение.,1984. – 175с.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. – М.: Лань, 2004. – Ч.1. – 440 с.
3. Демидович Б П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учеб. пособие. – 13-е изд., испр- – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1997. — 624 с.
4. Темірғалиев Н. Математикалық анализ: І-ші том. –Алматы: Мектеп, 1987.
5. Каплан И.А. Практические занятия по высшей математике. –Ч.1. – Харьков. «Высшая школа», 1973 г.