



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS

of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»**

**PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»**

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58

Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2017

ПЕДАЛЬДЫ ҮШБҰРЫШТАРДЫҢ КӨМЕГІМЕН ҚИЫНДЫҒЫ ЖОҒАРЫ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ

Дініслам Бақдаулет Бағдатұлы

bakdauletdinislam@gmail.com

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Ақпараттық технологиялар факультетінің «Жүйелік талдау және басқару» кафедрасының 2 курс студенттері, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Байарыстанов А.О.

Өзектілігі. Жылдық ҰБТ тапсырмаларының қиындауымен байланысты, яғни бізден геометриядан тереңдетілген білімді талап етеді.

Жаңалығы. Осы зерттеуде қолданылып отырған әдіс әртүрлі типті алгебралық теңдеулер мен теңдеулер жүйесін тиімді шешуге мүмкіндік береді.

Жұмыстың мақсаты: Педальды үшбұрыш, Брокер нүктесінің теориялық аспектітерін қарастырып, практикалық қолданысын зерттеу.

Жорамал. Егер педальды үшбұрыш қасиеттерін, Брокер нүктесінің орналасуының анықтап, қолданысын меңгерсе, қиындығы жоғары деңгейдегі есептерді шығаруға мүмкіндік туады.

№1 есеп. Егер педальды нүктеден үшбұрыш төбелеріне дейін ұзындық $x = 4$ см, $y = 5$ см, $z = 6$ см болса, ал $R = 12$ см үшбұрыш қабырғаларының ұзындықтары 8 см, 12 см, 15 см болса, педальды үшбұрыш қабырғаларының ұзындығын есептендер.

$$\text{Шешуі: } a_1 = \frac{8 \cdot 4}{12} = 2\frac{2}{3} \text{ см, } b_1 = \frac{12 \cdot 5}{12} = 5 \text{ см, } c_1 = \frac{15 \cdot 6}{12} = 7,5 \text{ см.}$$

№2 есеп. Тең қабырғалы үшбұрыш ішінде алынған нүктеден AB , BC , AC қабырғаларына дейінгі қашықтық сәйкес 1,7 см, 2,8 см, 1,5 см-ге тең. Осы үшбұрыштың ауданын табыңыз.

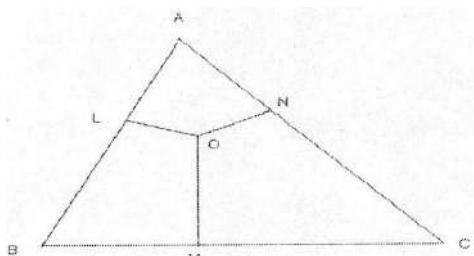
Берілгені: Тең қабырғалы ABC үшбұрышы, $l_a = 1,5$ см, $l_b = 2,8$ см, $l_c = 1,7$ см.

Табу керек: S_{ABC}

Шешуі: Үшбұрыш тең қабырғалы боғандықтан, $l_a + l_b + l_c = h$, яғни $h = 1,5 + 2,8 + 1,7 = 6$ см. $BD = x$, $AB = 36 + x^2 = 4x^2$, $36 = 3x^2$, $x^2 = 12$, $x = 2\sqrt{3}$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ см}^2$$

Жауабы: $6\sqrt{3} \text{ см}^2$



1-сурет

№3 есеп. O нүктесінен түсірілген перпендикулярлар үшбұрыш қабырғасында L , M , N нүктелерін анықтайды. L нүктесі AB қабырғасында, M нүктесі BC қабырғасында, N нүктесі AC қабырғасында орналасқан. $\frac{AL}{LB} = \frac{1}{3}$, $\frac{AN}{NC} = \frac{1}{4}$, $BM = 6$, $AB = 9$, $AC = 12$ болатыны белгілі болсын. BC қабырғасының ұзындығын табыңыз (1-сурет).

Берілгені: ABC үшбұрышы, OL , OM , ON перпендикулярлары, $\frac{AL}{LB} = \frac{1}{3}$, $\frac{AN}{NC} = \frac{1}{4}$, $BM = 6$,

$AB = 9$, $AC = 12$.

Табу керек: BC

Шешуі: $\frac{AL}{LB} = \frac{1}{3}$, ал $AB = 9$ болғандықтан, сонда $AL = 3$, $LB = 9$, осыған ұқсас, $AN = 3$,

$NC = 12$. Кесінділер суммасы туралы теорема бойынша $AL^2 + BM^2 + CN^2 = BL^2 + MC^2 + AN^2$,
 $9 + 64 + 144 = 81 + MC^2 + 9$, $MC^2 = 127$, $MC = \sqrt{127}$, $BC = 8 + \sqrt{127}$.

№4 есеп. Егер үшбұрыш қабырғаларының ұзындығы 4см, 7см және 5 см болса, Брокер нүктесінің педальды үшбұрышының ауданын табыңыз.

Шешуі: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{8 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 3} = 4\sqrt{6} \text{ см}^2$,

$$S_1 = \frac{4 \cdot (4\sqrt{6})^3}{16 \cdot 49 + 49 \cdot 25 + 16 \cdot 25} = \frac{256\sqrt{6}^3}{784 + 1225 + 400} = \frac{3762}{2409} \approx 1,57 \text{ см}^2.$$

№5 есеп. Егер үшбұрыш қабырғалары 3см, 2см және 3см-ге тең болса, Брокер бұрышын табыңыз.

$$\text{Шешуі: } \sin \varphi = \frac{2S}{\sqrt{b^2c^2 + a^2b^2 + a^2c^2}} = \frac{2\sqrt{4 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1}}{\sqrt{9 \cdot 9 + 4 \cdot 9 + 4 \cdot 9}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{153}} \approx 0,4573,$$

$$\varphi = 27^\circ 13'.$$

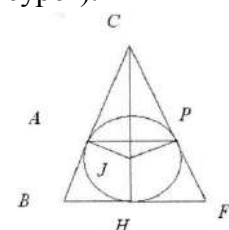
№6 есеп. а, b, с қабырғалары бар үшбұрыш ауданы S-қа тең. Брокер нүктесінің педальды үшбұрышының ауданын табыңыз.

Шешуі: Төрінші теорема бойынша Брокер нүктесінің педальды үшбұрышы бастапқысына ұқсас, сондықтан $\frac{a_1}{b} = \frac{b_1}{c} = \frac{c_1}{a} = \sin \alpha$. Яғни, педальды үшбұрыш ауданы S_1 -дің мен үшбұрыштың S ауданының қатынасы

$$\frac{S_1}{S} = \sin^2 \alpha \quad \sin^2 \alpha = \frac{4S^2}{b^2c^2 + a^2b^2 + a^2c^2} \quad \text{болса,} \quad \frac{S_1}{S} = \frac{4S^2}{b^2c^2 + a^2b^2 + a^2c^2}, \quad \text{осыдан}$$

$$S_1 = \frac{4S^3}{b^2c^2 + a^2b^2 + a^2c^2}$$

№7 есеп. Тең бүйірлі үшбұрыш табанының ұзындығы 36. Іштей сызылған шеңбер үшбұрышпен А мен Р нүктелерінде түйіседі. $AP = 12$. Үшбұрыш периметрін табыңыз (2-сурет).



Шешуі:

Бірінші әдіс

$BFC - BF$ табанымен тең бүйірлі үшбұрыш болсын. CH биіктігін сызайық. Сонда $BH = HF, BF = 2BH = 36$. Сондықтан $FH = BH = 18$. Сонда, шеңберге бір нүктеден жүргізілген жанамалар қасиеті бойынша, $AB = BH = HF = FP = 18$. $CH - BFC$ үшбұрышының симметрия осі

осі

2-сурет болғандықтан іштей сызылған шеңбердің центрі CH -та жатады, ал $AB = FP$. А мен Р нүктелері CH түзуіне қатысты симметриялық болғандықтан, $AP \parallel FP$. Сонда ACP мен BCF үшбұрыштары ұқсас. Осыдан ACP үшбұрышының тең бүйірлі екені және де $AC = AP$ екендігі белгілі болады.

$$AC = x \text{ болсын. } ACP \text{ үшбұрышы } BCF \text{ үшбұрышына ұқсас болғандықтан } \frac{AC}{BC} = \frac{AP}{BF}.$$

$$\text{Осыдан } \frac{x}{x+18} = \frac{12}{36} \text{ шығады, яғни } x = 9. \text{ Сондықтан, } BC = CP = x + 18 = 27. \text{ Нәтижесінде}$$

$$BCF \text{ периметрін табамыз: } BF + 2BC = 36 + 54 = 90$$

Екінші тәсіл

Іштей сызылған шеңбер берілгендіктен, J -педальды нүкте, сондықтан APH үшбұрышы-

педальды. $p = \frac{BC + BF + CF}{2}$, BCF үшбұрышы тең бүйірлі болғандықтан, $DC = CF$.

$BC = x, AP = 12$, $p = \frac{x + x + 36}{2}$. Жоғарыда айтылған педальды үшбұрыш қасиеттері бойынша:

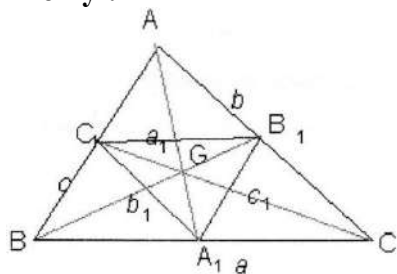
$$AP = 2 \cdot (p - BF) \sqrt{\frac{(p - BC)(p - CF)}{BC \cdot CF}} = 2 \cdot (x + 18 - 36) \sqrt{\frac{(x + 18 - x)(x + 18 - x)}{x \cdot x}} = 2 \cdot (x - 18) \cdot \frac{18}{x} = 12$$

$$(2x - 36) \cdot 18 = 12x, x \neq 0, 36x - 648 = 12x, 24x = 648, x = 27$$

$$BC = 27, CF = 27, BF = 36, P_{BCF} = 27 + 27 + 36 = 90.$$

№8 есеп. ABC үшбұрышына қатысты G нүктесінің (ауырлық ортасы) педальды үшбұрышының қабырғаларының ұзындығын табыңыз (3-сурет).

Шешуі:



3-сурет

$A_1B_1C_1$ - педальды үшбұрыш болсын. Педальды үшбұрыш қабырғалары a_1, b_1, c_1 -ге тең. Бірінші теорема бойынша:

$$a_1 = \frac{a \cdot AG}{2R}; b_1 = \frac{b \cdot BG}{2R}; c_1 = \frac{c \cdot CG}{2R}.$$

$$AG = \frac{1}{3} \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2} \text{ болғандықтан}$$

$$a_1 = \frac{a \cdot \frac{1}{3} \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}}{2R}, a_1 = \frac{a \cdot \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}}{6R}$$

Осыған ұқсас:

$$b_1 = \frac{b \cdot \sqrt{2(a^2 + c^2) - b^2}}{6R}, c_1 = \frac{c \cdot \sqrt{2(a^2 + b^2) - c^2}}{6R}$$

Осылайша, педальды үшбұрыш қасиеттерін мен Брокер нүктесінің орналасуын білу қиын деңгейлі есептерді шығаруда айтарлықтай көмектеседі.

Қорытынды

Бұл жұмыста үшбұрыш геометриялық фигура ретінде жалпы сипаттамасы берілді, педальды үшбұрыш пен оның қасиеттері, Брокер нүктесі зерттелді.

Қарастырылған есептерде педальды үшбұрыш қасиеттерінің практикалық қолданысы көрсетілген. Бұл методтар арқылы қиын есептерді тез, оңай және түсінікті екендігін айтып кету қажет. ҰБТ есептерінің мысалында педальды үшбұрыш түсінігін мен оның қасиеттерін білу арқылы есеп шығару барысы айтарлықтай жеңілдеді.

Осылайша, ұсынылған гипотеза бұл жұмыста дәлелденді, ал қойылған мақсат пен міндеттер табысты орындалды.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Избранные вопросы математики. 7-8 кл. Просвещение, 1978.
2. Фетисов А.И. Геометрия в задачах. Просвещение, 1977.
3. Шарыгин И.Ф. Задачи по геометрии. Планиметрия. Наука, 1986.
4. «Математика в школе» журналы, №5, 1999.
5. ҰБТ-ға дайындыққа арналған оқу-жаттықтыру материалдары 2007-2009