



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»**

**PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»**

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58

Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2017

РОТОРЛЫ ДІРІЛДІ ГИРОСКОП

Кистаубаева Жамиля Шынтасқызы

k_zhaneka@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің механика-математика

факультетінің студенті, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – техн. ғыл. канд. Б.О.Бостанов

Координаталардың қозғалмалы жүйесіне айналмалы аспасы бар үшеркіндікті роторлы дірілді гироскоптың қозғалыс теңдеуін кинетостатика әдісімен табамыз. $x_1y_1z_1$ осьтерінде табанының бұрыштық жылдамдығының айналу проекциясы сәйкесінше $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ болып белгіленген.[1] $x_2y_2z_2, x_1y_1z_1$ координаталық осьтеріндегі ішкі сақина мен сезімтал элементтің және жетекті біліктің абсолютті айналу бұрыштарының жылдамдығының проекциясын былай өрнектейік:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{x_b} &= \omega_x \cos \varphi + \omega_y \sin \varphi; \\ \omega_{y_b} &= \omega_y \cos \varphi - \omega_x \sin \varphi; \\ \omega_{z_b} &= \Omega + \omega_z. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_{x_2} &= \dot{\alpha} + \omega_{x_b}; \\ \omega_{y_b} &= \omega_{y_b} \cos \alpha + \omega_{z_b} \sin \alpha; \\ \omega_{z_2} &= \omega_{z_b} \cos \alpha - \omega_{y_b} \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_{x_1} &= \omega_{x_2} \cos \beta - \omega_{z_2} \sin \beta; \\ \omega_{y_1} &= \dot{\beta} + \omega_{y_2}; \\ \omega_{z_1} &= \omega_{z_2} \cos \beta + \omega_{x_2} \sin \beta. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

мұндағы Ω - жетекті біліктің бұрыштық айналу жылдамдығы $\Omega = \dot{\varphi}$;

$\dot{\alpha}$ - жетекті білікке қатысты ішкі сақинаның бұрыштық айналу жылдамдығы;

$\dot{\beta}$ - ішкі сақинаға қатысты алғандағы сезімтал элементтің бұрыштық айналу жылдамдығы.

Қозғалыс теңдеуін құрған уақытта, $x_1y_1z_1$ және $x_2y_2z_2$ осьтерін сәйкесінше сезімтал элемент пен ішкі сақина инерцияларының негізгі орталық осьтері деп санайық [2].

Гироскоптың y_1 осіне қатысты қозғалыс теңдеуі

Сезімтал элементке y_1 осі бойында әсер ететін және түсірілген (инерцияны қоса алғандағы) барлық күш моменттерінің өрнектелуін жазайық.

y_1 осіне қатысты алғанда сезімтал элементтің бұрыштық үдеумен берілген инерцияның күш моменті

$$M_{y_1} = -B_1 \dot{\omega}_{y_1}. \quad (4)$$

Гироскопиялық күш моменті:

$M_{r_1}^{y_1}$ - x_1 және z_1 осьтеріне қатысты сезімтал элементтің айналуымен және z_1 осіне қатысты сезімтал элемент инерциясымен берілген момент: $M_{r_1}^{y_1} = C_1 \omega_{z_1} \omega_{x_1}$;

(5)

$M_{r_2}^{y_1} - x_1$ және z_1 осьтеріне қатысты сезімтал элементтің айналуымен және x_1 осіне қатысты сезімтал элемент инерциясымен берілген момент:

$$M_{r_2}^{y_1} = -A_1 \omega_{x_1} \omega_{z_1}. \quad (6)$$

Сезімтал элемент пен ішкі аспалы элементтерінің майысумен берілген момент:

$$M_{y_1}^{y_1} = -k_1 \beta, \quad (7)$$

мұндағы k_1 - сезімтал элемент пен ішкі сақина аспалы элементтерінің бұрылу қатаңдығымен берілген момент:

Демпфирлік момент:

$$M_g^{y_1} = -b_1 \dot{\beta}, \quad (8)$$

мұндағы b_1 - y_1 осіне қатысты алғанда сезімтал элементтің демпфирлік тербеліс коэффициенті [3].

Жоғарыда келтірілген моменттерден басқа y_1 осіне қатысты алғанда, M_{b_1} зиянды күштер моменті әсер етуі мүмкін.

y_1 осінде әсер ететін барлық күш моменттерінің қосындысын нольге теңестіре отырып, y_1 осіне қатысты алғандағы сезімтал элементтің қозғалыс теңдеуін табамыз:

$$B_1 \dot{\omega}_{y_1} - (C_1 - A_1) \omega_{z_1} \omega_{x_1} + b_1 \dot{\beta} + k_1 \beta = M_{b_1}. \quad (9)$$

Гироскоптың x_2 осіне қатысты қозғалыс теңдеуі

Сезімтал элементке x_2 осі бойында әсер ететін және түсірілген барлық күш моменттерінің өрнектелуін жазайық. x_2 осіне қатысты алғанда сезімтал элементтің бұрыштық үдеумен берілген инерцияның күш моменті,

$$M_u^{x_2} = -A_2 \dot{\omega}_{x_2}, \quad (10)$$

мұндағы A_2 - x_2 осіне қатысты алғанда ішкі сақинаның инерциясының күш моменті,

Гироскопиялық күш моменті:

$M_{r_1}^{x_2}$ - z_2 және y_2 осьтеріне қатысты ішкі сақинаның айналуымен және z_2 осіне қатысты ішкі сақина инерциясымен берілген момент:

$$M_{r_1}^{x_2} = -C_2 \omega_{z_2} \omega_{y_2}; \quad (11)$$

$M_{r_2}^{x_2} - y_2$ және z_2 осьтеріне қатысты ішкі сақина айналуымен және y_2 осіне қатысты ішкі сақина инерциясымен берілген момент:

$$M_{r_2}^{x_2} = B_2 \omega_{y_2} \omega_{z_2}, \quad (12)$$

мұндағы C_2 мен B_2 - сәйкесінше z_2 және y_2 осьтеріне қатысты ішкі сақинаның инерция моменттері.

Ішкі сақинаның аспалы элементтерінің жетекті білікке қатысты алғандағы серпілуімен берілген моменті:

$$M_{yn}^{x_2} = -k_2 \alpha, \quad (13)$$

мұндағы k_2 – жетекті білікке қатысты ішкі сақинаның аспалы элементтерінің бұрылу катандығы. Демпфирлік момент:

$$M_g^{x_2} = -b_2 \dot{\alpha}, \quad (14)$$

мұндағы b_2 - x_2 осіне қатысты алғанда ішкі сақинаның демпфирлік тербеліс коэффициенті.

Сезімтал элементтің аспалы элементтері арқылы сезімтал элемент жағынан ішкі сақинаға әсер ететін, күш моменттерінің проекциясы [4].

Сезімтал элементке x_1 және z_1 осьтерінде әсер ететін сәйкесінше M_{x_1} және M_{z_1} моменттерінің өрнегін жазайық. Бұл моменттер x_1 және z_1 осьтеріне қатысты алғанда сезімтал элементтің жедел айналуымен, гироскоптың күш моменті және $x_1 y_1 z_1$ осьтеріндегі сезімтал элемент айналуымен берілген, инерция күштерінің моменттерінің қосындысын береді, әрі сезімтал элементтің осы $x_1 y_1 z_1$ осьтеріндегі инерциясы:

$$M_{x_1} = -A_1 \dot{\omega}_{x_1} - C_1 \omega_{z_1} \omega_{y_1} + B_1 \omega_{y_1} \omega_{z_1}. \quad (15)$$

$$M_{z_1} = -C_1 \dot{\omega}_{z_1} + A_1 \omega_{x_1} \omega_{y_1} - B_1 \omega_{y_1} \omega_{x_1}. \quad (16)$$

x_2 осіне қатысты ішкі сақина – сезімтал элемент жүйесінің қозғалыс теңдеуін, x_2 осіне қатысты әрекет ететін барлық моменттер қосындысын нольге теңестіріп табамыз. Ол үшін (10-14) өрнектерін және x_2 осіне қатысты (15), (16) өрнектерінің проекцияларын қосамыз.

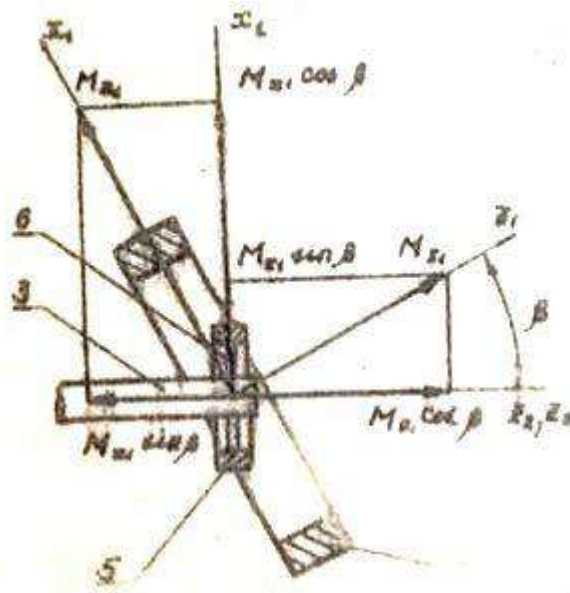
$$A_2 \dot{\omega}_{x_2} + (C_2 - B_2) \omega_{z_2} \omega_{y_2} + b_2 \dot{\alpha} + k_2 \alpha - M_{x_1} \cos \beta - M_{z_1} \sin \beta = M_{B_2}, \quad (17)$$

бұл жерде M_{B_2} - x_2 осіне қатысты әрекет ететін өзге күштердің моменттерінің қосындысы.

$M_{z_1} \cos \beta$ және $M_{x_1} \sin \beta$ құраушы моменттері қозғалтқышты дамытатын моментпен теңеседі. M_{x_1} және M_{z_1} моменттерінің мәнін ескере отырып (17) өрнегін қайта жазайық:

$$A_2 \dot{\omega}_{x_2} + (C_2 - B_2) \omega_{z_2} \omega_{y_2} + \beta_2 \dot{\alpha} + k_2 \alpha + [A_1 \dot{\omega}_{x_1} + (C_1 - B_1) \omega_{z_1} \omega_{y_1}] \cos \beta + [C_1 \dot{\omega}_{z_1} + (B_1 - A_1) \omega_{x_1} \omega_{y_1}] \sin \beta = M_{B_2}. \quad (18)$$

(9) және (18) өрнектері, $x_B y_B z_B$ айналатын координаттар жүйесіне қатысты, сезімтал элемент қозғалыс теңдеуінің жүйесін құрады.



1-сурет. Сезімтал элемент пен ішкі сақина тарапынан әсер етуші моменттер

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{x_1} &= \dot{\omega}_{x_2} \cos \beta - \dot{\omega}_{z_2} \sin \beta - \dot{\beta}(\omega_{z_2} \cos \beta + \omega_{x_2} \sin \beta); \\ \dot{\omega}_{y_1} &= \dot{\beta} + \dot{\omega}_{y_2}; \\ \dot{\omega}_{z_1} &= \dot{\omega}_{z_2} \cos \beta + \dot{\omega}_{x_2} \sin \beta + \dot{\beta}(\omega_{x_2} \cos \beta - \omega_{z_2} \sin \beta); \\ \omega_{x_1} \omega_{y_1} &= \dot{\beta}(\omega_{x_2} \cos \beta - \omega_{z_2} \sin \beta) + \omega_{y_2}(\omega_{x_2} \cos \beta - \omega_{z_2} \sin \beta); \\ \omega_{x_1} \omega_{z_1} &= \frac{1}{2}(\omega_{x_2}^2 - \omega_{z_2}^2) \sin 2\beta + \omega_{x_2} \omega_{z_2} \cos 2\beta; \\ \omega_{z_1} \omega_{y_1} &= \dot{\beta}(\omega_{z_2} \cos \beta + \omega_{x_2} \sin \beta) + \omega_{y_2}(\omega_{z_2} \cos \beta + \omega_{x_2} \sin \beta), \end{aligned}$$

деп ала отырып, қозғалатын координаттар жүйесіне қатысты сезімтал элемент қозғалыс теңдеуінің жүйесін былай жазамыз

$$\left. \begin{aligned} B_1(\ddot{\beta} + \dot{\omega}_{y_2}) + b_1\dot{\beta} + k_1\beta - \frac{1}{2}(C_1 - A_1)[(\omega_{x_2}^2 - \omega_{z_2}^2) \sin 2\beta + 2\omega_{x_2} \omega_{z_2} \cos 2\beta] &= M_{B_1}; \\ (A_2 + A_1 \cos^2 \beta + C_1 \sin^2 \beta)\dot{\omega}_{x_2} + b_2\dot{\alpha} + k_2\alpha - B_1\dot{\beta}\omega_{z_2} + \\ + \frac{1}{2}(C_1 - A_1)[(\dot{\omega}_{z_2} + \omega_{x_2} \omega_{y_2}) \sin 2\beta + 2\dot{\beta}(\omega_{x_2} \sin 2\beta + \omega_{z_2} \cos 2\beta)] + (C_2 - B_2 + \\ + C_1 \cos^2 \beta - B_1 + A_1 \sin^2 \beta)\omega_{z_2} \omega_{y_2} &= M_{B_2}; \end{aligned} \right\} \quad 19)$$

$\dot{\varphi} = \Omega = \text{const} (\varphi = \Omega t)$ деп есептеп,

$$\Omega \gg \omega_x, \omega_y, \omega_z, \quad 20)$$

α және β бұрыштары азғантай шама, сондықтан (2) өрнегін келесі түрде жазамыз

$$\omega_{x_2} = \dot{\alpha} + \omega_{x_\beta}, \omega_{y_2} = \omega_{y_\beta} + \Omega\alpha, \omega_{z_2} = \Omega \quad 21)$$

Аз мәндердің туындыларын елемей отырып $(\alpha, \beta, \omega_x, \omega_y, \omega_z)$, (21) теңдеулер жүйесін келесі түрде жазамыз

$$\begin{aligned}
& B_1 \ddot{\beta} + (A_1 + B_1 - C_1) \Omega \dot{\alpha} + b_1 \dot{\beta} + [k_1 + (C_1 - A_1) \Omega^2] \beta = \\
& = M_{B_1} + (C_1 - A_1) \Omega \omega_{x_B} - B_1 \dot{\omega}_{y_B}; \\
& (A_2 + A_1) \ddot{\alpha} - (A_1 + B_1 - C_1) \Omega \dot{\beta} + b_2 \dot{\alpha} + [k_2 + (C_2 - B_2 + C_1 - B_1) \Omega^2] \alpha = \\
& = M_{B_2} - (C_2 - B_2 + C_1 - B_1) \Omega \omega_{y_B} - (A_2 + A_1) \omega_{x_B}
\end{aligned} \tag{22}$$

(1) өрнегін ω_x және ω_y қатысты ескере отырып және роторлы дірілді гироскопты қолдану кезінде $\Omega \omega_x \gg \dot{\omega}_y$; $\Omega \omega_y \gg \dot{\omega}_x$ шарттары орындалуына қараймыз.

Бұл дегеніміз ω_x , ω_y бұрыштық жылдамдықтарының өзгеру жиілігі жетек валдың бұрыштық жылдамдығынан едәуір аз [5]. Үшеркіндікті роторлы дірілді гироскоптың x_B, y_B, z_B координаттар жүйесінде Ω бұрыштық жылдамдығымен айналатын сезімтал элемент қозғалыс теңдеуінің жүйесін келесі түрде сипаттайық:

$$\left. \begin{aligned}
& B_1 \ddot{\beta} + (A_1 + B_1 - C_1) \Omega \dot{\alpha} + b_1 \dot{\beta} + [k_1 + (C_1 - A_1) \Omega^2] \beta = \\
& = M_{B_1} + (C_1 - A_1 + B_1) \Omega (\omega_x \cos \Omega t + \omega_y \sin \Omega t); \\
& (A_2 + A_1) \ddot{\alpha} - (A_1 + B_1 - C_1) \Omega \dot{\beta} + b_2 \dot{\alpha} + [k_2 + (C_2 - B_2 + C_1 - B_1) \Omega^2] \alpha = \\
& = M_{B_2} - (C_2 - B_2 + C_1 - B_1 + A_2 + A_1) \times \Omega (\omega_y \cos \Omega t - \omega_x \sin \Omega t).
\end{aligned} \right\} \tag{23}$$

Егер сезімтал элемент және ішкі сақина аспасы қатаң ось және мойынтірек арқылы берілген және аспаның осьтерінде серпімді бөлшектер жоқ болса, онда сезімтал элемент роторлы дірілді гироскоптың қозғалыс теңдеулерінде $k_1 = 0$, $k_2 = 0$ болуы керек.

Егер x_2 осіне қатысты еркін айналу болмаса ($\alpha = 0$, $\dot{\alpha} = 0$, $\ddot{\alpha} = 0$), онда (23) теңдеулер жүйесінің бірінші теңдеуі ($M_{B_x} = 0$) болғандағы айналмалы аспасы бар екі еркіндікті роторлы дірілді гироскоп (12) теңдеуімен сәйкес келеді, ал екінші теңдеу x_1 осіне қатысты жетек білігіне әсер ететін иіуші моменттің шамасын білдіреді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Павловский М. А, Збруцкий А.В. Динамика роторных вибрационных гироскопов. – К.: Вища школа, 1984. — 191 с.
2. Л.З. Новиков, М.Ю. Шаталов. Механика динамически настраиваемых гироскопов. — М.: Наука, 1985.
3. Павловский М. А. Теория гироскопов: Учебник для вузов. — Киев: Вища школа, 1986. — 303 с.
4. Бостанов Б.О. Уход гиростабилизатора с динамически настраиваемым гироскопом. Механика управляемых систем, машин и механизмов: Сб. научных трудов № 140, Москва: МЭИ, 1987, 20-24 стр.
5. Матвеев В. В., Распопов В. Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. 2-е изд / Под ред. В. Я. Распопова. — СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2009. — 280 с.