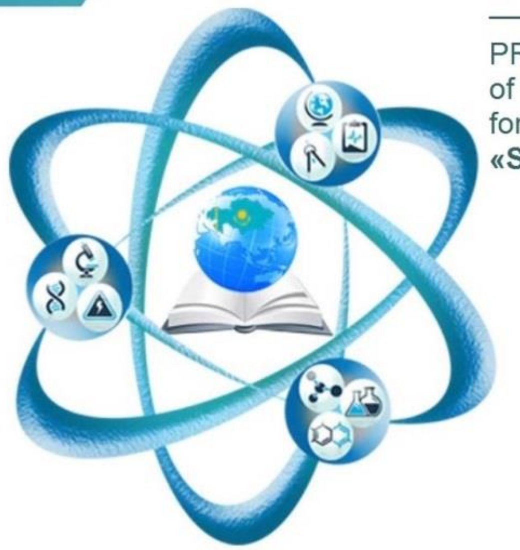
ЕУРАЗИЯ
ҰЛТТЫҚ
УНИВЕРСИТЕТІ

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

di Modena 3 (1948), pp. 83-101. MR0032898 (11:362d)
2. Gurtin M.E. and Pipkin A.G., A general theory of heat condition with finite wave speed. *Arch. Rat. Mech. Anal.* 31 (1968), pp. 113-126. MR 1553521
3. Avdonin S., Pandolfi L. (2013), Simultaneous temperature and flux controllability for heat equations with memory. *Quarterly of Applied Mathematics*, vol. 71, no. 2, pp. 339-368.
4. Avdonin S., Belinski B. (2013), On controllability of a non-homogeneous elastic string with memory. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 398, no. 1, pp. 254-269.

УДК 621.39

ОБ ОДНОЙ ОРТОНОРМИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ ФУНКЦИЙ

Абиш Адилбек
adilbek_7007@mail.ru
Студент ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – К. Сулейменов

Введение

В данной работе, система Хаара [1], в определенном смысле, обобщается, а именно, вводится некоторый параметр $\alpha \geq 0$, доказывается ортонормированность введенной системы и исследуется влияние данного параметра в разложении некоторой (степенной) функции в ряд по определенной системе [1,2], причем устанавливается условие на введенный параметр. Дальнейшим продолжением теоретических исследований, предполагается исследования по разложению сигналов не степенного вида, а функции из класса L^p.

Об ортонормированности системы типа Хаара

Определение. Пусть даны числа $\alpha > log_2\left(1+\sqrt{5}\right)-1$ и целое $m \geq 1$. Систему функций $\chi_m^{(k)}\left(x,\alpha\right)$ $k=1,2,...,2^m$, *определленную в виде*

$$\chi_m^k(x,\alpha)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[(k-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+k^{1+\alpha}\right]}} & x\in\left(\dfrac{(k-1)^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}},\dfrac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}}\right)\\ -\sqrt{\dfrac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[k^{1+\alpha}\left(2^{1+\alpha}-1\right)-(k-1)^{1+\alpha}\right]}} & x\in\left(\dfrac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}},\dfrac{k^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}\right)\\ 0, & x=0, x\in\left(\dfrac{(l-1)^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}},\dfrac{l^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}\right),\ l\neq k\end{cases}$$

назовем системой типа Хаара. [1]
Справедлива

Теорема 1. Пусть даны число $\alpha > log_2\left(1+\sqrt{5}\right)-1$ *и целое* $m \geq 1$. *Тогда определенная на сегменте* $[0,1]$ *система типа* $\chi_m^{(k)}\left(x,\alpha\right)$ $k=1,2,...,2^m$ *вида (*$m>1$, $k=1,2,...,2^m$ *и* $(0,1)=\bigcup_{k=1}^{m}\left(\dfrac{(k-1)^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}},\dfrac{k^{(1+\alpha)}}{2^{m(1+\alpha)}}\right)$*)*

$$\chi_m^k(x,\alpha)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[(k-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+k^{1+\alpha}\right]}} & x\in\left(\dfrac{(k-1)^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}},\ \dfrac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}}\right)\\ -\sqrt{\dfrac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[k^{1+\alpha}\left(2^{1+\alpha}-1\right)-(k-1)^{1+\alpha}\right]}} & x\in\left(\dfrac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}},\ \dfrac{k^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}\right)\\ 0, & x=0, x\in\left(\dfrac{(l-1)^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}},\ \dfrac{l^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}\right),\ l\neq k\end{cases}\qquad(1)$$

является ортонормированной системой функций. [2]

Доказательство. Покажем нормированность системы, т.е. справедливость

$$\left\|\chi_m^{(k)}(x,\alpha)\right\|_{R^2(0,1)}=1.\qquad(2)$$

Пусть $m=1$ и $k=1,2$. Тогда

$$\left\|\chi_1^{(1)}(x,\alpha)\right\|_{R^2(0,1)}=1.\qquad(3)$$

Действительно, при $m=1$ и $k=1$, имеем

$$\chi_1^{(1)}(x,\alpha)=\int_0^{\frac{1}{2^{(1+\alpha)}}}\left[\chi_1^{(1)}(x,\alpha)\right]^2dx=\int_0^{\frac{1}{2^{(1+\alpha)}}}\left[\chi_1^{(1)}(x,\alpha)\right]^2dx+\int_{\frac{1}{2^{(1+\alpha)}}}^{1}\left[\chi_1^{(1)}(x,\alpha)\right]^2dx=$$

$$=\frac{2^{2(1+\alpha)}}{2}\cdot\frac{1}{2^{2(1+\alpha)}}+\frac{2^{2(1+\alpha)}}{2\left(2^{1+\alpha}-1\right)}\cdot\left(\frac{1}{2^{1+\alpha}}-\frac{1}{2^{2(1+\alpha)}}\right)=\frac{1}{2}+\frac{2^{2(1+\alpha)}}{2\left(2^{1+\alpha}-1\right)}\cdot\frac{2^{(1+\alpha)}-1}{2^{2(1+\alpha)}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1.$$

Теперь, при $m=1$ и $k=2$, получим

$$\chi_1^{(2)}(x,\alpha)=\int_{\frac{1}{2^{(1+\alpha)}}}^{1}\left[\chi_1^{(2)}(x,\alpha)\right]^2dx=\int_{\frac{1}{2^{1+\alpha}}}^{\frac{1+2^{1+\alpha}}{2^{2(1+\alpha)}}}\left[\chi_1^{(2)}(x,\alpha)\right]^2dx+\int_{\frac{1+2^{1+\alpha}}{2^{2(1+\alpha)}}}^{1}\left[\chi_1^{(2)}(x,\alpha)\right]^2dx=$$

$$=\frac{2^{2(1+\alpha)}}{2}\cdot\left(\frac{1+2^{1+\alpha}}{2^{2(1+\alpha)}}-\frac{1}{2^{(1+\alpha)}}\right)+\frac{2^{2(1+\alpha)}}{2\left[2^{1+\alpha}\left(2^{1+\alpha}-1\right)\right]}\cdot\left(1-\frac{1+2^{1+\alpha}}{2^{2(1+\alpha)}}\right)=$$

$$=\frac{2^{2(1+\alpha)}}{2}\cdot\frac{1}{2^{2(1+\alpha)}}+\frac{2^{2(1+\alpha)}}{2\left(2^{1+\alpha}-1\right)}\cdot\frac{2^{(1+\alpha)}-1}{2^{2(1+\alpha)}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1,$$

тем самым, (3) доказано. Дя любого $m\geq1$ докажем соотношение (2). В самом деле, для

$$(0,1)=\bigcup_{k=1}^{m}\left(\frac{(k-1)^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}},\ \frac{k^{(1+\alpha)}}{2^{m(1+\alpha)}}\right),$$

будем иметь

$$\int_0^1\left[\chi_m^k(x,\alpha)\right]^2dx=\int_{\frac{(k-1)^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}}^{\frac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}}}\left[\chi_m^{k_1}(x,\alpha)\right]^2dx+\int_{\frac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}}}^{\frac{k^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}}\left[\chi_m^k(x,\alpha)\right]^2dx=$$

$$= \int\limits_{\frac{(k-1)^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}}^{\frac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}}} \left[\sqrt{\frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[(k-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+k^{1+\alpha}\right]}} \right]^2 dx +$$

$$+ \int\limits_{\frac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}}}^{\frac{k^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}} \left[\sqrt{\frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[k^{1+\alpha}\left(2^{1+\alpha}-1\right)-(k-1)^{1+\alpha}\right]}} \right]^2 dx =$$

$$= \frac{(k-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}} \cdot \frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[(k-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+k^{1+\alpha}\right]} +$$

$$+ \frac{k^{(1+\alpha)}\left(2^{1+\alpha}-1\right)-(k-1)^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}} \cdot \frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[k^{(1+\alpha)}\left(2^{1+\alpha}-1\right)-(k-1)^{1+\alpha}\right]} = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1,$$

т.е. соотношение (2) доказано. [1]

Теперь покажем ортогональность системы при $m=1,\ k=1,2$. Для этого достаточно показать справедливость

$$\int_0^1 \chi_1^1(x,\alpha)\cdot\chi_1^2(x,\alpha)\,dx = 0. \tag{4}$$

Действительно, по определению функций, произведение функций равно нулю, а именно, справедливо

$$\chi_1^1(x,\alpha)\cdot\chi_1^1(x,\alpha) = \left[\sqrt{\frac{2^{2(1+\alpha)}}{2}}\cdot 0 + \left(-\sqrt{\frac{2^{2(1+\alpha)}}{2\left(2^{1+\alpha}-1\right)}}\right)\cdot 0\right] +$$

$$+\left[0\cdot\sqrt{\frac{2^{2(1+\alpha)}}{2}} + 0\cdot\left(-\sqrt{\frac{2^{2(1+\alpha)}}{2\left[2^{1+\alpha}\left(2^{1+\alpha}-1\right)\right]}}\right)\right] = 0,$$

поэтому,

$$\int_0^1 \chi_1^1(x,\alpha)\cdot\chi_1^2(x,\alpha)\,dx = \int_0^1 0\,dx = 0.$$

Отсюда, теорема для случая $m=1,\ k=1$ доказана. Рассмотрим слудующий случай.

Пусть $m>1,\ k=1,2,...,2^m$ и $n>m$. Сначала, предположим $n=m+1$. Тогда, если

$$2k-1 \le k' \le k\left[\left(1-\frac{1}{k}\right)^{1+\alpha}+1\right]^{\frac{1}{1+\alpha}},$$

то

$$\left(\frac{(k'-1)^{1+\alpha}}{2^{n(1+\alpha)}}, \frac{(k')^{(1+\alpha)}}{2^{n(1+\alpha)}}\right) \subset \left(\frac{(k-1)^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}, \frac{k^{(1+\alpha)}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}}\right). \tag{5}$$

Отсюда

$$\chi_m^k(x,\alpha)\cdot\chi_{m+1}^{k'}(x,\alpha) =$$

$$=\sqrt{\frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[(k-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+k^{1+\alpha}\right]}}\cdot\sqrt{\frac{2^{(m+2)(1+\alpha)}}{2\left[(k'-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+(k')^{1+\alpha}\right]}}+$$

$$+\frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[(k-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+k^{1+\alpha}\right]}\cdot\left(-\sqrt{\frac{2^{(m+2)(1+\alpha)}}{2\left[k^{1+\alpha}\left(2^{1+\alpha}-1\right)-(k-1)^{1+\alpha}\right]}}\right).$$

Из последнего равенства

$$\int_0^1\left[\chi_m^k(x,\alpha)\cdot\chi_{m+1}^{k'}(x,\alpha)\right]dx=$$

$$=\int_{\frac{(k-1)^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}}^{\frac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}}}\left[\sqrt{\frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[(k-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+k^{1+\alpha}\right]}}\cdot\sqrt{\frac{2^{(m+2)(1+\alpha)}}{2\left[(k'-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+(k')^{1+\alpha}\right]}}\right]dx+$$

$$+\int_{\frac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}}}^{\frac{k^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}}\left[\frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[(k-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+k^{1+\alpha}\right]}\cdot\left(-\sqrt{\frac{2^{(m+2)(1+\alpha)}}{2\left[k^{1+\alpha}\left(2^{1+\alpha}-1\right)-(k-1)^{1+\alpha}\right]}}\right)\right]dx=$$

$$=\left[\sqrt{\frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[(k-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+k^{1+\alpha}\right]}}\cdot\sqrt{\frac{2^{(m+2)(1+\alpha)}}{2\left[(k'-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+(k')^{1+\alpha}\right]}}\right]\cdot\left[\frac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}}-\right.$$

$$\left.-\frac{(k-1)^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}\right]+\left[\sqrt{\frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[(k-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+k^{1+\alpha}\right]}}\cdot\sqrt{\frac{2^{(m+2)(1+\alpha)}}{2\left[(k'-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+(k')^{1+\alpha}\right]}}\right]\times$$

$$\times\left[\frac{k^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}-\frac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}}\right]=0\,.$$

Для случая

$$1+k\left[\left(1-\frac{1}{k}\right)^{1+\alpha}+1\right]^{\frac{1}{1+\alpha}}\le k'\le 2k\,,$$

справедливо

$$\left(\frac{(k'-1)^{1+\alpha}}{2^{n(1+\alpha)}},\frac{(k')^{(1+\alpha)}}{2^{n(1+\alpha)}}\right)\subset\left(\frac{(k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}}{2^{(m+1)(1+\alpha)}},\frac{k^{1+\alpha}}{2^{m(1+\alpha)}}\right).\qquad(6)$$

Тогда

$$\chi_m^k(x,\alpha)\cdot\chi_{m+1}^{k'}(x,\alpha)=$$

$$=\left(-\sqrt{\frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[k^{1+\alpha}\left(2^{1+\alpha}-1\right)-(k-1)^{1+\alpha}\right]}}\right)\cdot\sqrt{\frac{2^{(m+2)(1+\alpha)}}{2\left[(k'-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+(k')^{1+\alpha}\right]}}+$$

$$+\left(-\sqrt{\frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[k^{1+\alpha}\left(2^{1+\alpha}-1\right)-(k-1)^{1+\alpha}\right]}}\right)\cdot\left(-\sqrt{\frac{2^{(m+2)(1+\alpha)}}{2\left[(k')^{1+\alpha}\left(2^{1+\alpha}-1\right)-(k'-1)^{1+\alpha}\right]}}\right).$$

Из данного оравенства получим

$$\int_0^1\left[\chi_m^k(x,\alpha)\cdot\chi_{m+1}^{k'}(x,\alpha)\right]dx=\int_0^1 0dx=0.$$

Если $n>m+1.$ $k=1$ и $k'=1$, то

$$\left(0,\frac{1}{2^{n(1+\alpha)}}\right)\subset\left(0,\frac{1}{2^{(m+1)(1+\alpha)}}\right),$$

а при $k'=2$

$$\left(\frac{1}{2^{n(1+\alpha)}},\frac{1}{2^{(n-1)(1+\alpha)}}\right)\subset\left(\frac{1}{2^{(m+1)(1+\alpha)}},\frac{1}{2^{m(1+\alpha)}}\right).$$

Поэтому, для случаев $k=1$, $k'=1$ и $k'=2$, а вместе с ними и для $k'>2$

$$\int_0^1\chi_m^1(x,\alpha)\cdot\chi_n^{k'}(x,\alpha)dx=0.$$

Пусть $n>m+1,$ $k>1$. В этом случае, можно повторить рассуждения, приведенные выше. [1]
Теорема доказана полностью.
Имеет место

Утверждение. *Пусть даны числа* $\alpha>log_2\left(1+\sqrt{5}\right)-1$, $\beta>-1$ *и целое* $m\geq 1$. *Для функции* $f(x)=x^{\beta}$ *на промежутке* $(0;1]$ *имеет место следующее*

$$f(x)=\frac{1}{2^{(1+\alpha)(1+\beta)}(\beta+1)}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{m}\left[c_m^k(f,\beta,\alpha)_1+c_m^k(f,\beta,\alpha)_2\right]\chi_m^{(k)}, \qquad (8)$$

где,

$$c_m^k(f,\beta,\alpha)_1=\sqrt{\frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[(k-1)^{1+\alpha}\left(1-2^{1+\alpha}\right)+k^{1+\alpha}\right]}}\cdot\frac{\left((k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}\right)^{\beta+1}-\left[2(k-1)\right]^{(1+\alpha)(\beta+1)}}{2^{m(1+\alpha)(\beta+1)}},$$

$$c_m^k(f,\beta,\alpha)_2=\sqrt{\frac{2^{(m+1)(1+\alpha)}}{2\left[k^{1+\alpha}\left(2^{1+\alpha}-1\right)-(k-1)^{1+\alpha}\right]}}\cdot\frac{(2k)^{(1+\alpha)(\beta+1)}-\left((k-1)^{1+\alpha}+k^{1+\alpha}\right)^{(\beta+1)}}{2^{m(\beta+1)(1+\alpha)}}.$$

Список использованных источников

1. Малоземов В.Н., Машарский С.М. Сравнительное изучение двух вейвлетных базисов// Проблемы передачи информации, 2000, Т.36, Вып. 2, стр. 27-37.
2. Залманзон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях, М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1989, 496 стр.