



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS

of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»**

**PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»**

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58

Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2017

2-салдар. (6) шарт орындалғанда, тек сонда ғана келесі есеп корректілі болады:

$$\begin{cases} y^{(n)}(x) + \sum_{i=1}^n a_i y^{(n-i)}(x) = f(x), x \in [0,1] \\ \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=0}^m \alpha_{kj}^{(i)} y^{(j-1)}(x_i) + \int_0^1 \beta_{kj}(x) y^{(j-1)}(x) dx \right) = 0, (k = \overline{1, n}) \end{cases} \quad (8)$$

Бұл да (1) есепке келтіріледі. Мұндағы a_i - тұрақты, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_2 & -a_1 \end{pmatrix}$.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Отелбаев М., Кокебаев Б.К., Шыныбеков А.Н. К теории расширения и сужения операторов. –Ч.2.//Изв.АН КазССР. сер.физ.-мат. 1983. С.18-20.
2. Байбурин М.М. Многоточечные задачи для дифференциального оператора 2-го порядка//Вестник КарГУ. сер.мат. 2005. С.36-40.

ӘОК 517.95

КЕЙБІР КОМПЛЕКС МӘНДІ ФУНКЦИЯЛАР КЛАСЫНЫҢ НӨЛДЕРІ ТУРАЛЫ

Тілеубек Г.Р., Закариева З.А.

gul_krg@mail.ru, zarueta.zakarieva@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ магистранттары, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі –М.М. Байбурин

Функционалдық анализде меншікті мәндері нақты сандар болатын операторлардың маңызы өте зор. Бұған дейін сызықтық шенелген оператордың меншікті мәндері нақты болу жағдайлары көрсетілген болатын [1]. Бұл жұмыста сызықтық шенелмеген оператор қарастырылады.

1-лемма. H Гильберт кеңістігінде A, B өзіне түйіндес операторлар болсын. $A = A^*$ шенелген оператор, $B = B^*$ шенелмеген оператор, $D(B) \subset H$, $\overline{D(B)} = H$. $Bx \neq 0$ болатын $x \in D(B)$ үшін

$$|(ABx, Bx)|^2 + |(Bx, x)|^2 > 0 \quad (1)$$

шарты орындалсын. Онда $L = AB$ операторының меншікті мәндері нақты сандар болады.

Дәлелдеу. $D(L) = D(B)$ теңдігі орындалады. λ саны L операторының меншікті мәні болсын, яғни нөлден өзгеше $u \in H$ элементі табылып $Lu = \lambda u$ теңдігі орындалсын. Онда

$$(AB)u = \lambda u \quad (2)$$

Осы (2) теңдіктің екі жағын да Bu -ға скаляр көбейтейік.

$$((AB)u, Bu) = (\lambda u, Bu) \quad (A(Bu), Bu) = \lambda(u, Bu)$$

$B = B^*$ болғандықтан $(u, Bu) = (Bu, u) \in R$. Дәл сол сияқты $A = A^*$ болғандықтан $(A(Bu), Bu) \in R$.

(2) шарт бойынша $(ABu, Bu) \neq 0$ не $(u, Bu) \neq 0$. $\lambda = 0$ болса $\lambda \in R, \lambda \neq 0$ болса жоғарыдағы теңсіздіктің біреуінен екіншісі шығады, онда

$$\lambda = \frac{(ABu, Bu)}{(u, Bu)} \in R.$$

Лемма дәлелденді.

2-лемма. H Гильберт кеңістігінде A, B операторлары берілсін. $A = E + N$, $N = N^*$, $\|N\| < 1$, E – теңбе-тең оператор. $B = B^*$ шенелмеген, $\overline{D(B)} = H$. Онда $L = AB$ операторының меншікті мәндері нақты сандар болады.

Дәлелдеу. $Bx \neq \theta$ болатындай, $x \in D(B)$ элементін алып 1-леммадағы (1) шартты тексерейік.

$$\begin{aligned} |(ABx, Bx)| &= |(E + N)Bx, Bx| = |(E(Bx), Bx) + (N(Bx), Bx)| \geq |(Bx, Bx)| - |(N(Bx), Bx)| = \\ &= \|Bx\|^2 - |(N(Bx), Bx)| \end{aligned}$$

Коши–Буняковский теңсіздігі бойынша $|(N(Bx), Bx)| \leq \|N(Bx)\| \cdot \|Bx\| \leq \|N\| \cdot \|Bx\|^2$. Сондықтан $|(A(Bx), Bx)| \geq \|Bx\|^2 - |(N(Bx), Bx)| \geq \|Bx\|^2 - \|N\| \cdot \|Bx\|^2 = (1 - \|N\|) \|Bx\|^2 > 0$.

Бұдан (1) шарттың орындалатындығы шығады. Онда $L = AB$ операторының меншікті мәндері нақты сандар.

Осы леммада $Nf = x(f, x)$, $\forall f \in H, x \in H, \|x\| < 1$ деп алайық. Онда $\|Nf\| = \|x(f, x)\| = |(f, x)| \cdot \|x\| \leq \|f\| \cdot \|x\| \cdot \|x\| = \|x\|^2 \cdot \|f\| < 1 \cdot \|f\|$ сондықтан $\|N\| < 1$ болады.

Енді $N = N^*$, яғни $D(N) = H$, $\forall f, g \in H$ $(Nf, g) = (f, Ng)$ екенін көрсетейік.

$(Nf, g) = (x(f, x), g) = (f, x)(x, g) = (f, \overline{(x, g)x}) = (f, (g, x)x) = (f, Ng)$ ендеше N өзіне түйіндес оператор. N -ді осылай таңдап, $L = AB = (E + N)B$ операторын табайық. $\forall f \in D(B)$ үшін

$$Lf = (E + N)Bf = E(Bf) + N(Bf) = Bf + x(Bf, x) \quad (3)$$

Осы оператордың меншікті мәні нақты сан болады.

Енді L (3) түрде жазылсын деп алайық және λ оның меншікті мәні болсын. Онда $Lu = \lambda u$, $u \neq 0$, $u \in D(B)$. Бұдан $Bu + x(Bu, x) = \lambda u$ немесе $Bu - \lambda u = -x(Bu, x)$ яғни $(B - \lambda E)u = -x(Bu, x)$. λ саны B операторының спектріне жатпасын дейік, $\lambda \notin \sigma(B)$. Ол $B - \lambda E$ операторына кері оператор бар және ол шенелген дегенді білдіреді. Онда

$$\begin{aligned} (B - \lambda E)^{-1}((B - \lambda E)u) &= (B - \lambda E)^{-1}(-x(Bu, x)), \text{ яғни} \\ u &= -(Bu, x)(B - \lambda E)^{-1}x \end{aligned} \quad (4)$$

(5) теңдіктің екі жағында Bx – ке скаляр көбейтсек

$$\begin{aligned} (u, Bx) &= -((Bu, x)(B - \lambda E)^{-1}x, Bx), \quad (Bu, x) = -(Bu, x)((B - \lambda E)^{-1}x, Bx) \\ (Bu, x)(1 + ((B - \lambda E)^{-1}x, Bx)) &= 0 \end{aligned}$$

Осы теңдікте $(Bu, x) \neq 0$. Себебі, егер $(Bu, x) = 0$ болса, онда (5)-тен $u = 0$ екенін алар едік. Бізде u меншікті элемент, сондықтан 0-ден өзгеше. Онда

$$1 + ((B - \lambda E)^{-1} x, Bx) = 0 \quad (5)$$

Сонымен мынадай тұжырым дәлелденіп отыр.

1-теорема. $B = B^*$, $\overline{D(B)} = H$ $x \in D(B)$, $\|x\| < 1$, $x \neq \theta$ болсын, онда

$\Phi(\lambda) = 1 + ((B - \lambda E)^{-1} x, Bx) = 0$ теңдеуінің түбірлері нақты сандар болады.

Осы айтылған теореманы функцияның нөлдерінің, яғни түбірлерінің орналасуын зерттеу үшін қолдануға болады. Ол үшін $(B - \lambda E)^{-1}$ операторы оңай табылатындай B операторын қарастыру керек. $(B - \lambda E)^{-1}$ операторы B операторының резольвентасы деп аталады. x элементі кез-келген элемент, ал нормасы 1 –ден кіші болуы керек. x элементін өзгертіп отыру арқылы әр жағдайда нөлдері нақты сандар осінде жататын функциялар кластарын жазуға болады.

Теореманың қолданылуына қарапайым мысал келтірейік.

$L_2[0,1]$ кеңістігінде $Bu = iy'(x) + q(x)y(x)$ $y(0) = -y(1)$ шекаралық есебімен анықталған B операторын қарастырайық. Мұндағы $q(x) \in C[0,1]$ -үзіліссіз нақты мәнді функция. Бұл кеңістікте скаляр көбейтінді төмендегідей анықталады:

$$\forall f, g \in L_2[0,1] \quad (f, g) = \int_0^1 f(x) \overline{g(x)} dx. \quad (6)$$

Бұл жерде B операторы деп алғашқыда қажетінше үзіліссіз дифференциалданатын, берілген шекаралық шартты қанағаттандыратын функцияларда анықталған және $Bu(x) = iy'(x) + q(x)y(x)$ теңдігімен берілген оператордың $L_2[0,1]$ кеңістігіндегі тұйықталуын түсінеміз.

Яғни, B_0 операторы $M = \{y \in C^1[0,1] : y(0) = -y(1)\}$ жиынында анықталған. B_0 - тұйық емес оператор.

$\overline{B_0} = B$ $D(B) = \{y \in L_2[0,1] : \exists y_n \in M \ y_n \rightarrow y, \ B y_n \rightarrow z, \ z \in L_2(0,1)\}$, онда $Bu = \overline{B_0}y = z$, B –тұйық оператор болады.

Алуымыз бойынша $\overline{D(B)} = L_2[0,1]$. Енді B операторының симметриялы екендігін тексереміз, яғни $\forall y, z \in D(B) : (By, z) = (y, Bz)$ орындалуы керек.

$$(By, z) = \int_0^1 (iy'(x) + q(x)y(x)) \overline{z(x)} dx.$$

Алдымен $\forall y, z \in M \ (B_0 y, z) = (y, B_0 z)$ екендігін көрсетеміз.

$$\begin{aligned} (B_0 y, z) &= \int_0^1 (iy'(x) + q(x)y(x)) \overline{z(x)} dx = \int_0^1 iy'(x) \overline{z(x)} dx + \int_0^1 q(x)y(x) \overline{z(x)} dx = iy'(x) \overline{z(x)} \Big|_0^1 - \\ &- \int_0^1 iy(x) \overline{z'(x)} dx + \int_0^1 q(x)y(x) \overline{z(x)} dx = i(y(1) \overline{z(1)} - y(0) \overline{z(0)}) + \int_0^1 iy(x) \overline{z'(x)} dx + \\ &+ \int_0^1 y(x) \overline{q(x)z(x)} dx = \int_0^1 y(x) (iz'(x) + \overline{q(x)z(x)}) dx = \int_0^1 y(x) (\overline{iz'(x) + q(x)z(x)}) dx = (y, B_0 y) \end{aligned}$$

B_0 - симметриялы оператор, онда $\overline{B_0} = B$ - симметриялы оператор.

$\forall f \in L_2[0,1] \ Bu = f$ теңдеуін қарастырайық. Осы есеп корректілі болады, ол үшін шешімі бар және жалғыз екендігін көрсету керек. $\overline{B_0} = B$ болу себепті, $y \in D(B)$ үшін

$\exists y_n \in M y_n \rightarrow y, B_0 y_n \rightarrow f$. Енді $B_0 y_n = f_n$ деп белгілейік. Онда $f_n \in C[0,1]$. $iy'_n(x) + q(x)y_n(x) = f_n(x)$ теңдеуін шешейік. Алдымен $iy'_n(x) + q(x)y_n(x) = 0$ - біртекті теңдеуді шешеміз. Біртекті теңдеудің айнымалыларын ажыратып, интегралдап келесі жалпы

шешімге келеміз : $y_n(x) = c_n e^{i \int_0^x q(t) dt}$. Біртекті теңдеуді шешу үшін тұрақтыны

вариациялау әдісіне көшіп, келесіні аламыз: $c_n(x) = -i \int_0^x f_n(t) e^{-i \int_0^t q(s) ds} dt + d_n$, мұндағы d_n -

тұрақты. Табылған $c_n(x)$ - ті жалпы шешімге қоямыз:

$$y_n(x) = \left(-i \int_0^x f_n(t) e^{-i \int_0^t q(s) ds} dt + d_n \right) e^{i \int_0^x q(t) dt}$$

Табылған жалпы шешімге шекаралық шарттарды қойып, d_n -тұрақтысын табамыз. Яғни

$y_n(0) = d_n$ және $y_n(1) = \left(-i \int_0^1 f_n(t) e^{-i \int_0^t q(s) ds} dt + d_n \right) e^{i \int_0^1 q(t) dt}$ болады, сонымен келесіні

аламыз: $d_n = \frac{i \int_0^1 f_n(t) e^{i \int_t^1 q(s) ds} dt}{e^{i \int_0^1 q(s) ds} + 1}$, мұндағы $e^{i \int_0^1 q(s) ds} + 1 \neq 0$, яғни

$\int_0^1 q(s) ds \neq \pi(2k+1), \quad k \in Z$ деп алу керек.

Табылған d_n -тұрақтысын жалпы шешімге қоямыз:

$$y_n(x) = \left(-i \int_0^x f_n(t) e^{-i \int_0^t q(s) ds} dt + \frac{i \int_0^1 f_n(t) e^{i \int_t^1 q(s) ds} dt}{e^{i \int_0^1 q(s) ds} + 1} \right) e^{i \int_0^x q(s) ds} \quad (7)$$

$n \rightarrow \infty$ ұмтылдырсақ, $L_2[0,1]$ кеңістігінде $f_n \rightarrow f$. Онда

$$y(x) = \left(-i \int_0^x f(t) e^{-i \int_0^t q(s) ds} dt + \frac{i \int_0^1 f(t) e^{i \int_t^1 q(s) ds} dt}{e^{i \int_0^1 q(s) ds} + 1} \right) e^{i \int_0^x q(s) ds} = -i \int_0^x f(t) e^{i \int_t^x q(s) ds} dt +$$

$$+ \frac{i \int_0^1 f(t) e^{i \int_t^1 q(s) ds} dt}{e^{i \int_0^1 q(s) ds} + 1} e^{i \int_0^x q(s) ds}$$

элементін қарастырайық. Сонда

$$|y_n(x) - y(x)| \leq \left| \int_0^x |(f_n(t) - f(t))| e^{i \int_t^x q(s) ds} dt + \frac{\int_0^1 |(f_n(t) - f(t))| e^{i \int_t^1 q(s) ds} dt}{e^{i \int_0^1 q(s) ds} + 1} \right| e^{i \int_0^x q(s) ds} \leq$$

$$\leq \int_0^x |(f_n(t) - f(t))| dt + \frac{\int_0^1 |(f_n(t) - f(t))| dt}{e^{i \int_0^1 q(s) ds} + 1} \leq \left(1 + \frac{1}{e^{i \int_0^1 q(s) ds} + 1} \right) \int_0^1 |(f_n(t) - f(t))| dt \leq$$

$$\leq A \left(\int_0^1 1 dt \right)^{\frac{1}{2}} \left(\int_0^1 |f_n(t) - f(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} = A \|f_n - f\|_{L_2[0,1]}$$

Мұндағы

$$A = 1 + \frac{1}{\left| e^{i \int_0^1 q(s) ds} + 1 \right|}.$$

$\|y_n - y\|^2 \leq \int_0^1 A^2 \|f_n - f\|^2 dx = A^2 \|f_n - f\|^2$, онда $\|y_n - y\| \leq A \|f_n - f\|$. Сонда $f_n \rightarrow f$

болғанда, $y_n \rightarrow y$ болады.

Онда y функциясы

$$By = f(x)$$

теңдеуінің

шешімі

$$y(x) = B^{-1} f(x) = -i \int_0^x f(t) e^{i \int_0^t q(s) ds} dt + \frac{i \int_0^1 f(t) e^{i \int_0^t q(s) ds} dt}{e^{i \int_0^1 q(s) ds} + 1} e^{i \int_0^x q(s) ds} \text{ болады және шекаралық шарт}$$

орындалады. Сонымен қатар y анықталмаған интеграл түрінде жазылып тұр, онда ол абсолют үзіліссіз функция, яғни $y \in AC[0,1]$. Онда $D(B) = \{y \in AC[0,1] : y' \in L_2[0,1], y(0) = -y(1)\}$.

Банах теоремасы бойынша B^{-1} -шенелген оператор, яғни берілген есеп корректілі, онда B операторы өзіне түйіндес, яғни $B = B^*$ [2].

Теорема бойынша

$$\Phi(\lambda) = 1 + ((B - \lambda E)^{-1} x, Bx) = 0$$

теңдеуінің түбірлері нақты болады. Осы теңдеуді құрайық $By - \lambda y = f(x)$, яғни $iy'(x) + (q(x) - \lambda)y(x) = f(x)$ қарастырамыз. λ саны B операторының спектріне жатпасын. Осы теңдеудің шешімін табамыз. Сонда

$$y(x) = -i \int_0^x f(t) e^{i \int_0^t (q(s) - \lambda) ds} dt + \frac{i \int_0^1 f(t) e^{i \int_0^t (q(s) - \lambda) ds} dt}{e^{i \int_0^1 (q(s) - \lambda) ds} + 1} e^{i \int_0^x (q(s) - \lambda) ds} = (B - \lambda E)^{-1} f(x),$$

$$f(x) \in L_2[0,1]. \text{ Мұндағы } \lambda \neq \int_0^1 q(s) ds + \pi(2k+1), k \in \mathbb{Z}.$$

Енді $1 + ((B - \lambda E)^{-1} z, Bz) = 0$, $z \in D(B)$ $\|z\|_{L_2} < 1$ теңдеуін ашып жазсақ

$$1 - i \left(\int_0^x z(t) e^{i \int_0^t (q(s) - \lambda) ds} dt, iz' + q(x)z \right) + D \left(e^{i \int_0^x (q(s) - \lambda) ds}, iz' + q(x)z \right) = 0 \quad (8)$$

D – екінші қосылғыштағы тұрақты сан, $Bz \neq 0$. Бұл теңдеу мынаған келтіріледі:

$$1 + \|z\|^2 + \frac{i \lambda \left| \int_0^1 z(t) e^{-i \int_0^t (q(s) - \lambda) ds} dt \right|^2}{e^{i \int_0^1 (\lambda - q(s)) ds} + 1} = 0 \quad (9)$$

$$\text{2-теорема. } \lambda \neq \int_0^1 q(s) ds + \pi(2k+1), k \in \mathbb{Z}, \quad z \in D(B), \quad \|z\|_{L_2} < 1, \quad Bz \neq 0 \text{ болғанда} \quad (9)$$

теңдеудің түбірлері нақты сандар болады.

Салдар. $\lambda \neq \pi(2k+1), k \in \mathbb{Z}$ $z \in D(B)$ $\|z\|_{L_2} < 1$ $Bz \neq 0$ болғанда

$$1 + \|z\|^2 + \frac{i\lambda \left| \int_0^1 z(t) e^{i\lambda t} dt \right|^2}{e^{i\lambda} + 1} = 0 \quad (10)$$

теңдеуінің түбірлері нақты сандар болады.

Дәлелдеуі. Теоремада $By = iy'$ операторын қарастыру керек.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Байбурин М.М., Ибатов А., Отелбаев М. Один метод исследования расположения нулей мероморфных функций. Дифференциалдық теңдеулер, анализ және алгебра проблемалары. III Халықаралық ғылыми конференция. Ақтөбе-2003, 110–111 бет.
2. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики, вып. 1. Функциональный анализ. Москва:Мир,1977, 360 С.

УДК 517

«ГЕОМЕТРИЯ ЧИСЕЛ» В КОНТЕКСТЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

Турдахан Кошаман

koshaman@mail.ru

Магистрант 2-курса, ЕНУ имени Л.Н.Гумилев, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Н.Темиргалиев

Приведем необходимые определения: всюду ниже s – целое положительное число, R^s – действительное евклидово пространство размерности s , Z^s состоит из всех точек R^s с целыми координатами.

Решеткой Λ_A с базисом $a_1, \dots, a_s$ называют множество

$$\Lambda_A \equiv \{a_1 u_1 + \dots + a_s u_s : (u_1, \dots, u_s) \in Z^s\} \equiv AZ^s \equiv Z^s \times A.$$

Данной решетке $\Lambda \equiv \Lambda_A$ отвечает бесконечное множество базисов. Их общий вид $(a_1, \dots, a_s) \times U = (b_1, \dots, b_s)$, где U пробегает все целочисленные матрицы с определителем ± 1 . Однако $b_j = (b_{1,j}, \dots, b_{s,j}) (j = 1, \dots, s)$, $d(\Lambda) = \left| \det(b_{ij})_{i,j=1}^s \right|$ – объем параллелепипеда, построенного на векторах базиса, не зависит от выбора базиса. Число $d(\Lambda)$ называется *определителем решетки* Λ .

Говорят, что решетка $\Lambda \subset R^s$ является *допустимой* для множества $E \subset R^s$ или E - *допустимой*, если множество $E^* = E \setminus \{0\}$ не содержит точек решетки Λ .

Пусть E — множество конечного типа. Наибольшая нижняя грань

$$\Delta(E) = \inf_{\Lambda - E - \text{допустима}} d(\Lambda)$$

определителей $d(\Lambda)$ всех E -допустимых решеток Λ называется *критическим определителем* множества E . Если E – множество бесконечного типа, то дополнительно