ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

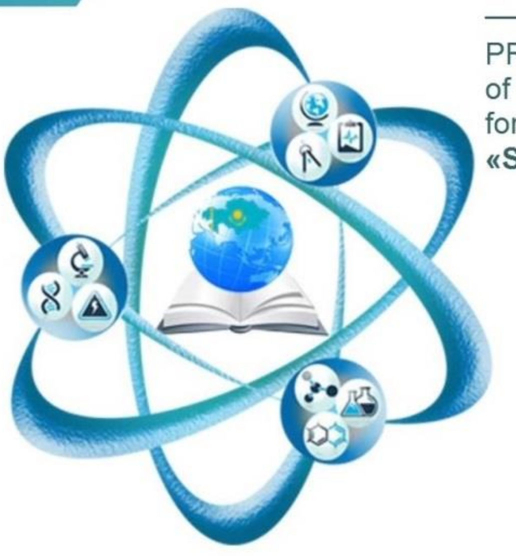
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Dosly O. Qualitative theory of half-linear second order differential equations. // Math. Bohemica. -Praha,-V.127(2002).-P.181-195.
2. Cecchi M., Dosly Z., Marini M. Limit and integral properties of principal solutions for half – linear differential equations .//Arch.Math. –Brno, -V.43(2007). –P.75-86.
3. Мырзатаева К.Р. Поведение решений полулинейного дифференциального уравнения второго порядка без сопряженных точек.// Евразийский математический журнал, 2007.
4. Ойнаров Р. О свойствах оператора Штурма-Лиувилля в пространстве L_p .//Изв.АН КазССР, сер. физ-мат.-1990. №1.-С.43-46.

УДК 517.97

ОБОБЩЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С НЕОДНОРОДНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ

Сиддиков Руслан

rusi.kg.9494@mail.ru,

студент Математического отделения Кыргыско-Турецкий университет Манас, Бишкек, Кыргызстан

Научный руководитель – Абдылдаева Э.Ф

Пусть состояние колебательного процесса описывается скалярной функцией $V(t,x)$, удовлетворяет интегро-дифференциальному уравнению [1,2]

$$v_{tt} = v_{xx} + \lambda \int_0^T K(t,\tau) v(\tau,x)\, d\tau \tag{1}$$

$$v(0,x) = \psi_1(x), \quad v_t(0,x) = \psi_2(x), \quad 0 < x < 1, \tag{2}$$

$$v_x(t,0) = 0, \quad v_x(t,1) + \alpha v(t,1) = u(t), \quad 0 < t \le T. \tag{3}$$

где $K(t,\tau)$ – заданная функция, она определена в области $D = \{0 \le t \le T, 0 \le \tau \le T\}$ и удовлетворяет условию

$$\int_0^T \int_0^T K^2(t,\tau)\, d\tau dt = K_0 < \infty,$$

т.е. $K(t,\tau) \in H(D)$; $\psi_1(x) \in H(0,1)$, $\psi_2(x) \in H(0,1)$ - заданные функции; λ - параметр, T - фиксированный момент времени, постоянная $\alpha > 0$, $H(Y)$ - гильбертово пространство квадратично суммируемых функций, определенных на множестве Y .

Решение краевой задачи (1)-(3) ищем в виде

$$\nu(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}\nu_n(t)z_n(x); \tag{4}$$

где $z_n(x)$ является решением краевой задачи [3]

$$z_n''+\lambda_n^2 z_n(x)=0. \qquad z_n'(0)=0,\ z_n'(1)+\alpha z_n(1)=0$$

и имеет вид

$$z_n(x)=\sqrt{\frac{2\left(\lambda_n^2+\alpha^2\right)}{\lambda_n^2+\alpha^2+\alpha}}\cos\lambda_n x, \qquad n\in 1,2,3,\ldots,$$

причем система собственных функций $\{z_n(x)\}$ образует полную ортонормированную систему в гильбертовом пространстве $H(0,1)$, числа λ_n, называемые собственными значениями, являются положительными корнями трансцендентного уравнения $\lambda tg\lambda=\alpha$ и удовлетворяют условиям

$$(n-1)\pi<\lambda_n<\frac{\pi}{2}(2n-1),\quad n=1,2,3,\ldots,\qquad \lambda_n\le\lambda_{n+1},\qquad \lambda_n\xrightarrow[n\to\infty]{}\infty;$$

Будем пользоваться разложениями

$$\psi_1(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\psi_{1n}z_n(x),\quad \psi_2(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\psi_{2n}z_n(x).$$

Разложение (4) подставляя в уравнение (1) получим равенство

$$v_n''(t)+\lambda_n^2 v_n(t)=\lambda\int_0^T K(t,\tau)v_n(\tau)d\tau+z_n(1)u(t). \tag{5}$$

Эти уравнения следует рассматривать совместно с начальными условиями

$$v_n(0)=\psi_{1n},\ v_n'(0)=\psi_{2n}\qquad n=1,2,3,\ldots \tag{6}$$

Решение задачи Коши (5) – (6) находим по формуле

$$\begin{gathered}v_n(t)=\psi_{1n}\cos\lambda_n t+\frac{1}{\lambda_n}\psi_{2n}\sin\lambda_n t+\\ +\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\sin\lambda_n t(t-\tau)\left[\lambda\int_0^T K(\tau,\eta)v_n(\eta)d\eta+z_n(1)u(\tau)\right]d\tau.\end{gathered} \tag{7}$$

Таким образом, функция (4) является решением краевой задачи (1) – (3), если коэффициенты Фурье $v_n(t)$, удовлетворяет линейному неоднородному интегральному уравнению Фредгольма второго рода (7). Такое решение назовем *слабо обобщенным решением* краевой задачи (1) – (3).

Интегральное уравнение (7) перепишем в виде [4]

$$\nu_n(t)=\lambda\int_0^T K_n(t,s)\nu_n(s)ds+a_n(t), \tag{8}$$

где ядро

$$K_n(t,s)=\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\sin\lambda_n t(t-\tau)K(\tau,s)d\tau; \tag{9}$$

свободный член

$$a_n(t)=\psi_{1n}\cos\lambda_n t+\frac{1}{\lambda_n}\psi_{2n}\sin\lambda_n t+\frac{1}{\lambda_n}\int_0^t\sin\lambda_n(t-\tau)z_n(1)u(\tau)d\tau; \qquad (10)$$

Решение уравнения (8) находим по формуле [4]

$$v_n(t)=\lambda\int_0^T R_n(t,s,\lambda)a_n(s)ds+a_n(t), \qquad (11)$$

где резольвента $R_n(t,s,\lambda)$ при каждом фиксированном $n=1,2,3,\ldots$, определяется по формуле

$$R_n(t,s,\lambda)=\sum_{i=1}^{\infty}\lambda^{i-1}K_{n,i}(t,s), \qquad n=1,2,3,\ldots,$$

а повторные ядра $K_{n,i}(t,s)$ удовлетворяют соотношениямх [5,6,7]

$$K_{n,i+1}(t,s)=\int_0^T K_n(t,\eta)K_{n,i}(\eta,s)d\eta, \qquad i=1,2,3,...,$$

$$K_{n,1}(t,s)=K_n(t,s), \quad i=1,2,3,\ldots.$$

Непосредственным вычислением установлена следующая оценка

$$|K_{n,i}(t,s)|^2\le\frac{(K_0{}^{i-1}T^{2i-1}}{(\lambda_n^2)^i}\int_0^T K^2(\eta,s)d\eta, \qquad i=1,2,3,\ldots.$$

Ряд (12) сходится при значениях параметра λ, удовлетворяющих оценке

$$|\lambda|<\frac{\lambda_n}{T\sqrt{K_0}}.$$

Отсюда следует, что радиус сходимости ряда Неймана увеличивается с ростом индекса $n=1,2,3,\ldots,$ коэффициента Фурье. Однако, ряд Неймана сходится при любом $n=1,2,3,\ldots,$ для значений параметра λ, удовлетворяющих неравенству

$$|\lambda|<\frac{\lambda_1}{T\sqrt{K_0}},$$

и резольвента является непрерывной функцией по всем аргументам. Установлены следующие оценки

$$|R_n(t,s,\lambda)|\le\frac{\sqrt{\int_0^T K^2(\eta,s)d\eta}}{\sqrt{2\lambda_1^2}-|\lambda|\sqrt{K_0T}}, \qquad \int_0^T R_n^2(t,s,\lambda)ds\le\frac{K_0T}{\left(\lambda_n-|\lambda|\sqrt{K_0T^2}\right)^2}.$$

Решение (11) перепишем в виде

$$v(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\psi_n(t,\lambda)+\frac{1}{\lambda_n}\int_0^T\varepsilon_n(t,\eta,\lambda)z_n(1)u(\tau)d\eta\right\}z_n(x), \qquad (12)$$

где

$$\psi_n(t,\lambda)=\psi_{1n}\left[\cos\lambda_n t+\lambda\int_0^T R_n(t,s,\lambda)\cos\lambda_n s ds\right]+$$
$$+\frac{\psi_{2n}}{\lambda_n}\left[\sin\lambda_n t+\lambda\int_0^T R_n(t,s,\lambda)\sin\lambda_n s ds\right]; \tag{13}$$

$$\varepsilon_n(t,\eta,\lambda)=\begin{cases}\sin\lambda_n t(t-\tau)+\lambda\int_\eta^T R_n(t,s,\lambda)\sin\lambda_n(s-\eta)ds, & 0\le\eta\le t;\\ \lambda\int_\eta^T R_n(t,s,\lambda)\sin\lambda_n(s-\eta)ds, & t\le\eta\le T.\end{cases} \tag{14}$$

Лемма 1. Слабо обобщенное решение $v(t,x)$ краевой задачи (1)-(3) является элементом гильбертова пространства квадратично суммируемых функций $H(Q)$, т.е. $v(t,x)\in H(Q)$.

Доказательство. Используя интегральное неравенство Коши-Буниковского, непосредственным вычислением, имеем следующее неравенство

$$\int_0^T\int_0^1 v^2(t,x)dxdt=\int_0^T\sum_{n=1}^\infty v_n^2(t)dt\le$$
$$\le 2\int_0^T\sum_{n=1}^\infty\left\{\psi_n^2(t,\lambda)+\frac{z_n^2(x_0)}{\lambda_n^2}\int_0^T\varepsilon_n^2(t,\eta,\lambda)d\eta\int_0^T u^2(\eta)d\eta\right\}dt\le$$
$$\le 6T\left(1+\frac{\lambda^2K_0T}{\left(\lambda_1-|\lambda|\sqrt{K_0T^2}\right)^2}\right)\left\{\|\psi_1(x)\|^2_{H(0,1)}+\frac{1}{\lambda_1^2}\|\psi_2(x)\|^2_{H(0,1)}+\right.$$
$$\left.+\|u(\eta)\|^2_{H(0,T)}\cdot\sum_{n=1}^\infty\frac{1}{\lambda_n^2}\right\}\le 6T\left(1+\frac{\lambda^2K_0T}{\left(\lambda_1-|\lambda|\sqrt{K_0T^2}\right)^2}\right)\left\{\|\psi_1(x)\|^2_{H(0,1)}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\lambda_1^2}\|\psi_2(x)\|^2_{H(0,1)}+\|u(\eta)\|^2_{H(0,T)}\left(\frac{1}{\lambda_1^2}+\frac{1}{6}\right)\right\}<\infty,$$

из которого следует утверждение леммы.

Список использованных источников

1. Владимиров В.С. Математические задачи односкоростной теории переноса частиц. // Труды МИАН, -1961, Т.61, - С.3-158.
2. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных

уравнений - М.: Наука, 1982.-304с.
3. Егоров А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами - М.: Наука, 1978.-500с.
4. Краснов М.В. Интегральные уравнения. - М.: Наука, 1975.-303с.
5. Akylbek Kerimbekov, Elmira Abdyldaeva. Optimal Distributed Control for the processes of Oscillation Described by Fredholm Integro-Differenrial Equations// Eurasian Mathematical Journal , Volume 6, Number 2, 2015.
6. Akylbek Kerimbekov, Elmira Abdyldaeva, Raihan Nametkulova and Aisha Kadirimbetova. On the Solvability of aNonlinear Optimization Problem for Thermal Processes Described by Fredholm integro-Differential Equations with External and Boundary Controls. Appl.Math.Inf.Sci.10, №1, 215-223(2016).
7. А.К. Керимбеков, Э.Ф.Абдылдаева . О равных отношениях в задаче граничного векторного управления упругими колебаниями, описываемого Фредгольмово интегро-дифференциальным уравнением/ Труды института математики и механики Уро РАН . Т.22, N2. 2016. –С. 163-176

УДК 519.17

ГРАФТАҒЫ ЕҢ ҚЫСҚА ЖОЛДЫ АНЫҚТАУ АЛГОРИТМІ

Смат Нұрлыбек Төребекұлы
nurlybek.smat@gmail.com
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ Механика-математика факультетінің магистранты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Ахметжанова К.О.

Ең қысқа жолды табу есебінің практикада қолдануының үлкен мәні бар. Бұл есепке көптеген экономикалық тиімділік есептері келтіріледі. Атап айтқанда, жол картасының ең тиімді маршрут таңдау (ара-қашықтық немесе құн тұрғысынан алғанда), екі жергілікті жердегі екі объектің арасындағы ұтымды, оңтайлы маршрутын табуда (үйден университетке дейінгі қысқа жол), тасымалдаулардағы ұтымды маршрут табуда, автопилот жүйесінде және т.б. салаларда қолданылады. Есептерді шешудің көптеген математикалық әдістері бар, солардың ішіндегі ең ыңғайлысы, жеңілірегі графтар теориясына негізделген.

Ең қысқа жол туралы есепті қарастырайық.

Айталық, доғаларына $C = \|c_{ij}\|$матрица арқылы берілген белгілі бір салмақ (ара-қашықтық, құн) бекітілген $G(x)$ графы берілсін. Бұл жағдайда ең қысқа жол туралы есеп келесі түрде қойылады: Берілген алғашқы $s \in X$ төбесінен берілген соңғы $t \in X$ төбесіне дейінгі ең қысқа жолды табу (әрине, ондай жол бар болса).

Жалпы жағдайда $C_{ij} > 0, C_{ij} < 0, C_{ij} = 0$ мүмкін. Жалғыз ғана қойылатын шектеу, $G(x)$ графында салмағы теріс болатын циклдің болмауы. $C_{ij} \geq 0\ (\forall i, j)$ болған жағдайда бұл есепті шешудің өте қарапайым және тиімді алгоритмі – *Дейкстра алгоритмін* келтірейік. Дейкстра алгоритмі – 1959 жылы нидерланды ғалымы Э. Дейкстра ойлап тапқан графтағы алгоритм. Бұл алгоритм графтың бір төбесінен қалған төбесіне дейінгі қысқа жолды анықтайды. Алгоритм теріс салмақты қабырғасы жоқ графтар үшін жұмыс істейді. Алгоритм төбелерге уақытша белгі тағуға негізделген. Тағылған S– төбесінен осы төбеге дейінгі жолдың ұзындығы ең жоғарғы (шекаралығын) шекарасын береді. Кейбір итерациялық шаралардың көмегімен бұл тағылған