



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS

of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»**

**PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»**

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58

Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2017

4. Тлеулесова А.Б. Екі нүктелі импульстік әсері бар шеттік есептің бірімді шешілімділігінің жеткілікті шарты туралы // Матем. журнал. Алматы, -2005. –Т4.

УДК 510 (091)

ОНДЫҚ САНАУ ЖҮЙЕСІНДЕГІ n -ОРИНДЫ САНДАРДЫҢ ЦИФРЛАРЫНЫҢ ҚОСЫНДЫСЫ ЖӘНЕ ЖАЛПЫ ҚОСЫНДЫСЫ

Ойрат Мадина

madinka-1997@mail.ru

Е.А.Букетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті, математика
және ақпараттық технологиялар факультетінің 2-курс студенті, Қарағанды, Қазақстан
Ғылыми жетекші – Қ. Жетпісов.

Адамдар натурал сандармен жұмыс істеу барысында оларға ерекше ат беріп ерекше таңбалауларды пайдаланулары керек болды. Аз сандармен жұмыс істеуге бұлар айтарлықтай қиындықтар туғызбағанымен, үлкен сандардың пайда болуы қиындықтар туғыза бастады.

Ауызша және жазбаша нөмірлеудің проблемалары санау жүйесін құруға және жетілдіруге мәжбүр етті. Өртүрлі халықтардың құрған санау жүйесінің ішіндегі ең тиімдісі позициялық санаудың жеке жағдайы болып табылатын ондық санау жүйесі болды.

Позициялық санау жүйесі деп ақырғы таңбалар жиынының көмегімен натурал сандарды жазуға болатын анықтамалар мен ережелер жиынтығы аталады. [1]

Кез келген натурал a санын g – негізді санау жүйесінде

$$a = a_k g^{k-1} + a_{k-1} g^{k-2} + \dots + a_2 g + a_1 \quad (1)$$

түрінде жазуға болады, мұндағы $a_1, a_2, \dots, a_{k-1}, a_k$ – осы санау жүйесіндегі цифрлар деп аталады.

Енді Канторлық нөмірлеуді қарастырайық. Айталық, $A \neq \emptyset$ – бос жиын болмасын. A жиынының декарттық n дәрежесі деп

$$\underbrace{A \times A \times \dots \times A}_{n\text{-рет}} = A^n = \{ \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle \mid a_i \in A; i = 1, 2, \dots, n \} \text{ жиынын айтамыз.}$$

$\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ – n – орынды кортеж (n – өлшемді вектор) деп аталады.

Кортеж индуктивті анықталады.

$$n = 1 \quad \langle a_1 \rangle = \{a_1\}$$

$$n = 2 \quad \langle a_1, a_2 \rangle = \{a_1; \{a_1, a_2\}\}$$

$$\langle a_2, a_1 \rangle = \{a_2; \{a_1, a_2\}\}$$

Сондықтан, $\langle a_1, a_2 \rangle \neq \langle a_2, a_1 \rangle$

$$n = 3 \quad \langle a_1, a_2, a_3 \rangle = \langle \langle a_1, a_2 \rangle; a_3 \rangle = \{ \{a_1; \{a_1, a_2\}\}; a_3 \} = \{ \{a_1; \{a_1, a_2\}\}; \{ \{a_1, \{a_1, a_2\}\}; a_3 \} \}$$

$$n = k \quad (k \geq 3, \dots) \quad \langle a_1, a_2, \dots, a_k \rangle = \langle \langle a_1, a_2, \dots, a_{k-1} \rangle; a_k \rangle$$

Кейбір анықтамаларды берейік:

а) A жиынының қуаты деп оның элементтерінің санын айтамыз және $n(A) = |A|$ арқылы белгілейміз.

б) N – арқылы натурал сандар жиынын, $N^+ = N \cup \{0\}$ арқылы теріс емес бүтін сандар жиынын

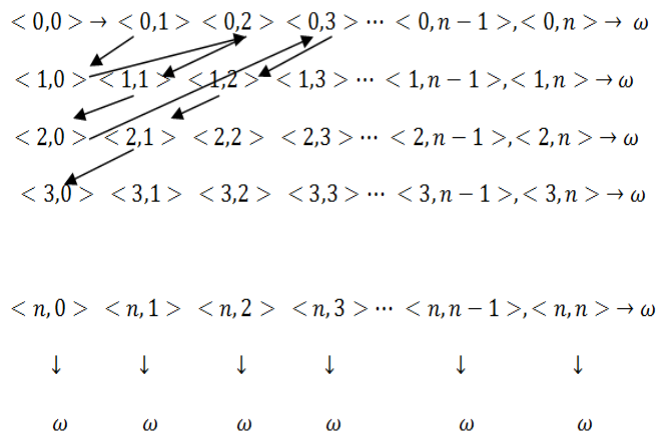
белгілейміз. $|N| = |N^+| = \omega$

с) Егер $f:A \rightarrow B$ бейнелеуі A және B жиындарының арасындағы өзара бірімді сәйкестік болса, онда A және B жиындарын теңқуатты деп айтамыз және $|A|=|B|$ деп жазамыз.

Теорема. (Канторлық нөмірлеу)

$N^+, (N^+)^2, \dots, (N^+)^n$ жиындары кез келген $n \in N$ үшін теңқуатты. [2]

Дәлелдеуі: N^+ және $(N^+)^2 = N^+ \times N^+$ жиындарының теңқуаттылығын дәлелдейік.



Сурет 1. N^+ және $(N^+)^2$ жиындарының теңқуаттылығы

$l(<x, y>) = x + y$ арқылы $<x, y>$ кортежінің ұзындығын белгілейік. [3]

 $\langle (N^+)^2; \leq_2 \rangle$ сызықтық реттелген жиын. $\langle (N^+)^2; \leq_2 \rangle$ жиынын сызықтық реттейік
$$\forall \langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \in (N^+)^2 \quad \text{ҮШІН}$$

- 1) $\langle a, b \rangle_{<} \langle c, d \rangle \Leftrightarrow a < c$
- 2) $\langle a, b \rangle_{=} \langle c, d \rangle \Leftrightarrow a = c \text{ және } b = d$
- 3) егер $a = c$, онда $\langle a, b \rangle_{<} \langle c, d \rangle \Leftrightarrow b < d$.

$$l(<0,0>) = 0 + 0 = 0 \text{ — ол біреу ғана}$$

$$l(<0,1>) = l(<1,0>) = 1 + 0 = 1 - \text{олар екеу}$$

$$l(<0,2>) = l(<1,1>) = l(<2,0>) = 2 \quad - \text{ олар үшеу}$$

$$l(<0, x>) = l(<1, x-1>) = \dots = l(<x-1, 1>) = l(<x, 0>) = x - \text{олар } (x+1)$$

$C: (N^+)^2 \rightarrow N^+$ бейнелеуін келесі түрде анықтайық.

$$\forall \langle x, y \rangle \in (N^+)^2 \text{ үшін } C(x, y) = \frac{(x+y)^2 + 3x+y}{2} \in N^+$$

Осы сәйкестікті орнатайық.

Алдымен ұзындықтары $(x + y)$ –тен артық болмайтын кортеждердің қосындысын (санын) табайық. Олардың барлығы $< x, y >$ кортежінің алдында тұрады:

(2) бойынша, олар:

$$\left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} (2)$$

$$1+2+3+\dots+(x+y)=\frac{1+(x+y)}{2}(x+y).$$

Ұзындығы $x+y$ болатын және $\langle x, y \rangle$ кортежінің алдында тұратын кортеждер:

$$\underbrace{\langle 0; x+y \rangle, \langle 1; x+y-1 \rangle, \dots, \langle x-1; y+1 \rangle}_x$$

Олардың жалпы саны x .

Онда, $\langle x, y \rangle$ кортежіне сәйкес келетін сан:

$$C(x, y) = \frac{1+(x+y)}{2}(x+y) + x = \frac{(x+y)^2 + 3x + y}{2} \quad (3)$$

Бұл санды $\langle x, y \rangle$ кортежінің *Канторлық нөмірі* деп атайды.

Енді ондық санау жүйесіндегі n -таңбалы сандардың цифрларының қосындысы және жалпы қосындысын есептеу формуласын құруға бола ма, сол сұрақты қарастырайық.

Ондық санау жүйесінде кез келген теріс емес бүтін $a \in \mathbb{N}^+$ санын

$$a = \overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_n} \quad (4)$$

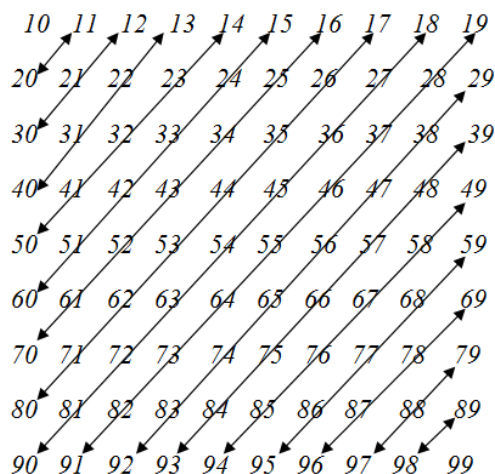
түрінде жазуға болады, мұндағы, $a_1 \neq 0$, $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$, $i = 2, 3, \dots, n$.

$a_1 \in \{1, 2, \dots, 9\}$, $a \in \mathbb{N}^+$ санының ұзындығы деп оның цифрларының қосындысын айтамыз, яғни, $l(a) = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

Бір таңбалы сандардың цифрларының қосындысы:

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{matrix} \quad S_1 = \frac{1+9}{2} \cdot 9 = 5 \cdot 9 = 45 = 1 \cdot 45 = 1 \cdot 10^0 \cdot 45$$

Екі таңбалы сандардың цифрларының қосындысын есептейік.



Кесте 1. Екі таңбалы сандардың цифрларының симметриялылығы

(1) -кестенің қасиеттері:

а) (1)- кесте үшін Канторлық нөмірлеу орынды.

Егер $a = \overline{xy}$ екі орынды сан болса, онда оған $\langle x, y \rangle$ екіорынды кортежін сәйкес қоямыз. Яғни, $a = xy$ санының Канторлық нөмірі

$$C(x, y) = \frac{(x+y) + 3x + y}{2}.$$

б) (1)-кесте симметриялы. Яғни, ұзындықтары k және $n-k$ болатын сандардың саны тең, мұндағы $n=19$, $k=\{1,2,...,18\}$.

в) Егер $a = \overline{xy}$ және $b = \overline{uv}$ сандары ұзындықтарына қатысты симметриялы болса, онда $l(a) + l(b) = 19$.

$$x + y + u + v = 19$$

Ұзындығы 1 болатын 1	Ұзындығы 18 болатын 1
Ұзындығы 2 болатын 2	Ұзындығы 17 болатын 2
Ұзындығы 3 болатын 3	Ұзындығы 16 болатын 3
Ұзындығы 4 болатын 4	Ұзындығы 15 болатын 4
Ұзындығы 5 болатын 5	Ұзындығы 14 болатын 5
Ұзындығы 6 болатын 6	Ұзындығы 13 болатын 6
Ұзындығы 7 болатын 7	Ұзындығы 12 болатын 7
Ұзындығы 8 болатын 8	Ұзындығы 11 болатын 8
Ұзындығы 9 болатын 9	Ұзындығы 10 болатын 9

Сонда екітаңбалы сандардың қосындысын есептеу үшін келесі формуланы аламыз:

$$S_2 = 19 \cdot 45 = 19 \cdot \sum_{k=1}^9 k = 855$$

$$S_1 + S_2 = 45 + 855 = 900 = 20 \cdot 45 = 2 \cdot 10^1 \cdot 45.$$

Үш таңбалы сандардың цифрларының қосындысы:

100	101	...	198	199
200	201	...	298	299
...	...	...	...	...
900	901	...	998	999

Ұзындығы 1 болатын 1	Ұзындығы 27 болатын 1
Ұзындығы 2 болатын 3	Ұзындығы 26 болатын 3
Ұзындығы 3 болатын 6	Ұзындығы 25 болатын 6
Ұзындығы 4 болатын 10	Ұзындығы 24 болатын 10
Ұзындығы 5 болатын 15	Ұзындығы 23 болатын 15
Ұзындығы 6 болатын 21	Ұзындығы 22 болатын 21
Ұзындығы 7 болатын 28	Ұзындығы 21 болатын 28
Ұзындығы 8 болатын 36	Ұзындығы 20 болатын 36
Ұзындығы 9 болатын 45	Ұзындығы 19 болатын 45
Ұзындығы 10 болатын 54	Ұзындығы 18 болатын 54
Ұзындығы 11 болатын 61	Ұзындығы 17 болатын 61
Ұзындығы 12 болатын 66	Ұзындығы 16 болатын 66
Ұзындығы 13 болатын 69	Ұзындығы 15 болатын 69
Ұзындығы 14 болатын 70	

Сонда үштаңбалы сандардың қосындысын есептеу үшін келесі формуланы аламыз:

$$S_3 = 28 \cdot 450 = 28 \cdot \left(\sum_{k=1}^9 \frac{k(k+1)}{2} + \sum_{k=10}^{13} k \right) + 14 \cdot 70 = 12600$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 45 + 855 + 12600 = 13600 = 45 \cdot 300 = 3 \cdot 10^2 \cdot 45$$

Осы есепті басқа әдіспен шығарайық.

Бір таңбалы сандардың цифрларының қосындысы:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бұдан келесі теңдікті аламыз:

$$\frac{1+9}{2} \cdot 9 = 5 \cdot 9 = (1+9) \cdot \frac{45}{10} = 45$$

Екі таңбалы сандардың цифрларының қосындысы:

Әрбір цифрдың санда кездесу мүмкіндігін анықтайық:

1 цифрі бірінші тұрса, 10 рет кездеседі,

1 цифрі екінші тұрса, 9 рет кездеседі (0 бірінші орында тұра алмайды);

2 цифрі бірінші тұрса, 10 рет кездеседі,

2 цифрі екінші тұрса, 9 рет кездеседі (0 бірінші орында тұра алмайды);

9 цифрі бірінші тұрса, 10 рет кездеседі,

9 цифрі екінші тұрса, 9 рет кездеседі (0 бірінші орында тұра алмайды);

Бұдан келесі теңдікті аламыз:

$$\begin{aligned} (9+10) + 2 \cdot (9+10) + 3 \cdot (9+10) + \dots + 9 \cdot (9+10) &= (10+9) \cdot (1+2+\dots+9) = \\ &= (10+9) \cdot \frac{1+9}{2} \cdot 5 = (1+2 \cdot 9) \cdot 45 \end{aligned}$$

Үш таңбалы сандардың цифрларының қосындысы:

Әрбір цифрдың санда кездесу мүмкіндігін анықтайық:

1 цифрі бірінші тұрса, 100 рет кездеседі,

1 цифрі екінші тұрса, 90 рет кездеседі (0 бірінші орында тұра алмайды);

1 цифрі үшінші тұрса, 90 рет кездеседі (0 бірінші орында тұра алмайды);

2 цифрі бірінші тұрса, 100 рет кездеседі,

2 цифрі екінші тұрса, 90 рет кездеседі (0 бірінші орында тұра алмайды);

2 цифрі үшінші тұрса, 90 рет кездеседі (0 бірінші орында тұра алмайды);

9 цифрі бірінші тұрса, 100 рет кездеседі,

9 цифрі екінші тұрса, 90 рет кездеседі (0 бірінші орында тұра алмайды);

9 цифрі үшінші тұрса, 90 рет кездеседі (0 бірінші орында тұра алмайды);

Бұдан келесі теңдікті аламыз:

$$\begin{aligned} (100+90+90) + 2 \cdot (100+90+90) + 3 \cdot (100+90+90) + \dots + 9 \cdot (100+90+90) &= \\ &= (100+90+90) \cdot (1+2+\dots+9) = (100+90+90) \cdot \frac{1+9}{2} \cdot 10 = 280 \cdot 45 = (1+3 \cdot 9) \cdot 45 \cdot 10. \end{aligned}$$

Төрт таңбалы сандардың цифрларының қосындысы, жоғарыдағыға ұқсас.

$$\begin{aligned} (1000+900+900+900) + 2 \cdot (1000+900+900+900) + \dots + 9 \cdot (1000+900+900+900) &= \\ &= 10^2 (10+9+9+9) \cdot (1+2+\dots+9) = 10^2 (1+9 \cdot 4) \cdot \frac{1+9}{2} \cdot 9 = 10^2 (1+9 \cdot 4) \cdot 45. \end{aligned}$$

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 45 + 855 + 12600 + 166500 = 180000 = 4 \cdot 10^3 \cdot 45$$

Онда, n- таңбалы сан үшін:

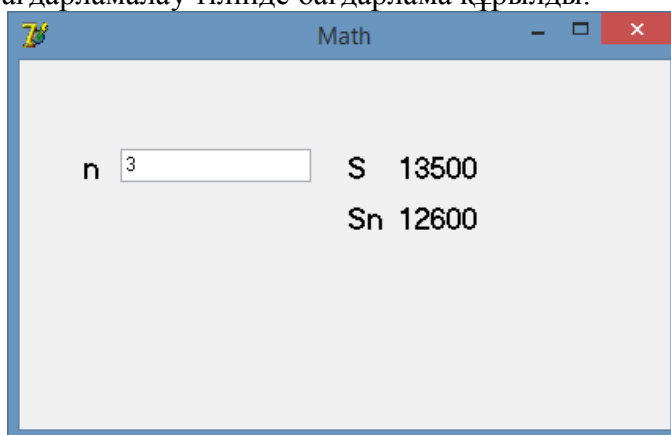
$$(\underbrace{10\dots0}_{n-1} + 2 \cdot \underbrace{90\dots0}_{n-1} + \dots + 9 \cdot \underbrace{90\dots0}_{n-1})(1+2+\dots+9) = 10^{n-2}(1+9n) \cdot 45$$

$$\underbrace{\underbrace{10\dots0}_{n-1} + 2 \cdot \underbrace{90\dots0}_{n-1} + \dots + 9 \cdot \underbrace{90\dots0}_{n-1}}_n$$

Сонымен, ондық санау жүйесіндегі n -таңбалы сандардың цифрларының қосындысы $S_n = 10^{n-2}(1+9n) \cdot 45$ формуласымен, ал біртаңбалыдан бастап n -таңбалыға дейінгі барлық сандардың цифрларының қосындысы $S = \sum_{i=1}^n S_i = 45 \cdot n \cdot 10^{n-1}$ формуласымен есептеледі.

Мақалада қарастырылған сұрақтар сандар теориясының сандық функцияларына жатады. Сандық функцияларды кодтау теориясын қолдану санау жүйесі мен ондағы сандардың жазылуы, цифрларының қосындысы мен цифрлардың көмегімен реттеумен тығыз байланысты.

Ондық санау жүйесіндегі n -таңбалы сандардың цифрларының қосындысын және біртаңбалыдан бастап n -таңбалыға дейінгі барлық сандардың цифрларының қосындысын есептеу үшін Delphi 7 бағдарламалау тілінде бағдарлама құрылды.



Сурет 3. Егер $n=3$ болғанда бағдарлама терезесінің түрі және есептеу нәтижесі
Алынған нәтижелерді диофанттық теңдеулерді шешуде, сандық функцияларды есептеуде және кодтау теорияларында қолдануға болады

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Башмакова И.Г., Юшкевич А.П., «Прохождение систем счисления». I-том. Энциклопедия элементарной математики. Гостехиздат. 1951. Б. 125-127.
2. Сағындықов К.М., Жетпісов Қ., Мұстафин Е.Т. Алгоритмдер теориясы. Караганда: Изд-во КарГУ. 2000. 134 б.
3. Жетпісов Қ. Математикалық логика және дискретті математика. Алматы: ЖШС РПБК «Дәуір» баспасы, 2011. 264 б.

УДК 512.71

КӨПМҮШЕЛЕР САҚИНАСЫ ИДЕАЛДАРЫНЫҢ ЖАСАУШЫЛАРЫ

Өзбекова Н.А.

nazerke_22_94@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ механика-математика факультетінің магистранты,

Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекші – Абуталипова Ш.У.

Полиномиалды теңдеулер жүйелерін қарастырғанда Гребнер базисі [1] негізгі әдіс болып