



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS

of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»**

**PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»**

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58

Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2017

О НЕОБХОДИМОМ УСЛОВИИ КОМПАКТНОСТИ ОПЕРАТОРА ХАРДИ В ЛОКАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ТИПА МОРРИ

Матин Даурен Тюлютаевич, Сейдашев Маратхан Рахимжанович

d.matin@mail.ru, maratkhan_24@mail.ru

PhD докторант 3-го курса механико-математического факультета ЕНУ им.Л.Н.Гумилева Астана,
Казахстан

магистрант 2-го курса механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана,
Казахстан

Научные руководители - Бокаев Н.А, Сулейменова З.Р.

В данной работе приводится необходимое условие компактности оператора Харди в локальных пространствах типа Морри.

Определение 1. Пусть $0 < p, \theta \leq \infty$, и пусть ω неотрицательные, измеримые функции в $(0; \infty)$. Мы обозначим через $L_{p\theta, \omega}$ локальное пространство типа Морри.

Это пространство всех функций $f \in L_p^{loc}(R^n)$ с конечной квазинормой:

$$\|f\|_{LM_{p\theta, \omega}} \equiv \|f\|_{LM_{p\theta, \omega}(R^n)} = \left\| \omega(r) \|f\|_{L_p(B(0, r))} \right\|_{L_\theta(0, \infty)},$$

где $B(0, r)$ шар с центром в точке 0 и радиуса $r > 0$.

Пространство $LM_{p\theta, \omega}$ нетривиально, то есть состоит не только из функций, эквивалентных 0 на R^n , тогда и только тогда, когда $\omega \in \Omega_{p\theta}$. Пусть $C(R)$ множество всех непрерывных функций на R с равномерной нормой; $\chi(A)$ характеристическая функция множества $A \subset R^n$ и ${}^c A$ есть дополнение A .

Обозначим через $\Omega_{p\theta}[1], [2]$ множество всех функций, которые являются неотрицательными, измеримыми на $(0; \infty)$, не эквивалентные 0 и такие, что для некоторых $t > 0$

$$\left\| \omega(r) r^{\frac{n}{p}} \right\|_{L_\theta(0, t)} < \infty, \quad \|\omega(r)\|_{L_\theta(t, \infty)} < \infty.$$

Определение 2. Пусть $0 < p, \theta \leq \infty$, и пусть ω не отрицательные, измеримые функции в $(0; \infty)$.

Мы обозначим через ${}^c L_{p\theta, \omega}$ дополнительное локальное пространство типа Морри. Это пространство всех функций $f \in L_p(B(0, t))$ для всех $t > 0$ с конечной квазинормой:

$$\|f\|_{{}^c LM_{p\theta, \omega}} \equiv \|f\|_{{}^c LM_{p\theta, \omega}(R^n)} = \left\| \omega(r) \|f\|_{L_p({}^c B(0, r))} \right\|_{L_\theta(0, \infty)}.$$

Оператор Харди H_α определяется следующим образом

$$(H_\alpha f)(x) = \left| B(0, |x|)^{-1+\frac{\alpha}{n}} \int_{B(0, |x|)} f(s) ds, x \in R^n \right|.$$

Теорема. Пусть $1 < p_1, \theta_1 < \infty, 1 < p_2, \theta_2 < \infty$. Тогда условие: для любых $\varepsilon > 0$ и $\gamma > 1$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\left\| \omega_2(r) r^{\alpha - n(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2}) - \varepsilon} \right\|_{L_{\theta_2}(\mathcal{I}, \infty)}}{\left\| \omega_1(r) \right\|_{L_{\theta_1}(t, \infty)}} = 0 \quad (1)$$

является необходимым для компактности оператора H_α , как оператора, действующего из $LM_{p_1\theta_1, \omega_1}$ в $LM_{p_2\theta_2, \omega_2}$.

Доказательство: Пусть $z_k > 0, k \in N$ и $\lim_{k \rightarrow +\infty} z_k = \infty$. Положим для $f_{k,\varepsilon} = |y|^{\frac{n}{p_1} - \varepsilon} \chi_{c_{B(0, z_k)}}$,

$$g_{k,\varepsilon}(y) = \frac{f_{k,\varepsilon}(y)}{\left\| f_{k,\varepsilon} \right\|_{LM_{p_1\theta_1, \omega_1}}}.$$

Тогда $\left\| g_{k,\varepsilon} \right\|_{LM_{p_1\theta_1, \omega_1}} = 1$ и согласно неравенству Гельдера для локальных пространств типа Морри

$\left| \int_{R^n} g_{k,\varepsilon} \varphi dx \right| \leq \left\| \varphi \right\|_{LM_{p'\theta', \bar{\omega}}}$ для любых $\varphi \in {}^c LM_{p'\theta', \bar{\omega}} = (LM_{p_1\theta_1, \omega_1})^*$. Так как

$$g_{k,\varepsilon} \varphi = g_{k,\varepsilon} \varphi \chi_{c_{B(0, z_k)}}$$

то,

$$\left| \int_{R^n} g_{k,\varepsilon} \varphi dx \right| \leq \left\| \varphi \chi_{c_{B(0, z_k)}} \right\|_{c_{LM_{p_1\theta_1, \bar{\omega}}}} = \left\| \tilde{\omega}_1(r) \left\| \varphi \chi_{c_{B(0, z_k)}} \right\|_{c_{L_{p_1}(c_{B(0, r)})}} \right\|_{L_{\theta_1}(0, \infty)} = \left\| \tilde{\omega}_1(r) \left\| \varphi \right\|_{c_{L_{p_1}(c_{B(0, r)})}} \right\|_{L_{\theta_1}(z_k, \infty)}$$

Так как

$$\left\| \varphi \right\|_{c_{LM_{p_1\theta_1, \bar{\omega}}}} = \left\| \tilde{\omega}_1(r) \left\| \varphi \right\|_{c_{L_{p_1}(c_{B(0, r)})}} \right\|_{L_{\theta_1}(0, \infty)} < \infty,$$

то

$$\lim_{z_k \rightarrow \infty} \left\| \tilde{\omega}_1(r) \left\| \varphi \right\|_{c_{L_{p_1}(c_{B(0, r)})}} \right\|_{L_{\theta_1}(z_k, \infty)} = 0.$$

Таким образом, для любых $\varphi \in (LM_{p_1\theta_1, \omega_1})^*$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_{R^n} g_{k,\varepsilon} \varphi dx = 0,$$

то есть последовательность $g_{k,\varepsilon}$ сходится к нулю слабо в $LM_{p_1\theta_1, \omega_1}$. Так как оператор H_α компактен, то отсюда следует, что последовательность $H_\alpha g_{k,\varepsilon}$ сходится к нулю сильно в

$LM_{p_2\theta_2, \omega_2}$, т.е. $\lim_{k \rightarrow \infty} \left\| H_\alpha g_{k,\varepsilon} \right\|_{LM_{p_2\theta_2, \omega_2}} = 0$.

В работе [3] доказано, что для любых $\varepsilon > 0$, $\gamma > 1$, существует $c_1 = c_1(\varepsilon, \gamma) > 0$ такое, что для любых $t > 0$

$$\left\| H_\alpha f_{t,\varepsilon} \right\|_{LM_{p_2\theta_2, \omega_2}} = \left\| \omega_2(r) \left\| H_\alpha f \right\|_{L_{p_2}(B(0, r))} \right\|_{L_{\theta_2}(B(0, \infty))} \geq c_1 \left\| \omega_2(r) r^{\alpha - n(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2}) - \varepsilon} \right\|_{L_{\theta_2}(B(\mathcal{I}, \infty))}$$

Кроме того, существует $c_2 = c_2(\varepsilon, \gamma) > 0$ такое, что для любых $t > 0$

$$\|f_{t,\varepsilon}\|_{LM_{p_1\theta_1,\omega_1}} = \|\omega_1(r)\|_{L_{p_1}(B(0,r))} \|f_{t,\varepsilon}\|_{L_{\theta_1}(B(t,\infty))} \leq \|\omega_1(r)\|_{L_{p_1}(B(0,t))} \|y|^{-\frac{n}{p_1}-\varepsilon}\|_{L_{\theta_1}(B(t,\infty))} = c_2 t^{-\varepsilon} \|\omega_1(r)\|_{L_{\theta_1}(t,\infty)}.$$

Полагая $t = z_k$ получим, что

$$\|H_\alpha g_{k,\varepsilon}\|_{LM_{p_2\theta_2,\omega_2}} \geq \frac{c_1}{c_2} \frac{\|z_k^\varepsilon \omega_2(r) r^{\alpha-n(\frac{1}{p_1}-\frac{1}{p_2})-\varepsilon}\|_{L_{\theta_2}(B(z_k,\infty))}}{\|\omega_1(r)\|_{L_{\theta_1}(z_k,\infty)}}$$

следовательно

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\|z_k^\varepsilon \omega_2(r) r^{\alpha-n(\frac{1}{p_1}-\frac{1}{p_2})-\varepsilon}\|_{L_{\theta_2}(B(z_k,\infty))}}{\|\omega_1(r)\|_{L_{\theta_1}(z_k,\infty)}} = 0$$

В силу произвольности последовательности $z_k > 0$ таких, что $\lim_{k \rightarrow \infty} z_k = 0$, отсюда следует условие (1).

Список использованных источников

1. Burenkov V.I. Recent progress in studying the boundedness of classical operators of real analysis in general Morrey-type spaces. I. Eurasian Mathematical Journal, Volume 3, Number 3, P. 11-32, 2012
2. Burenkov V.I. Recent progress in studying the boundedness of classical operators of analysis in general Morrey-type spaces. II. Eurasian Mathematical Journal, Volume 4, Number 1, P. 21-45, 2013
3. V.I.Burenkov, P.Jain, T.V.Tararykova On boundedness of the Hardy operator in Morrey-type spaces. Eurasian Mathematical Journal, Volume 2, Number 1, P. 52-80 2011

УДК 517.984

ВОЗМУЩЕНИЕ САМОСОПРЯЖЕННОГО КОРРЕКТНОГО СУЖЕНИЯ

Мерзетхан Акерке

merzetkhan.akerke@nisa.edu.kz

Магистрант 2-го курса механико-математического факультета

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Б. Н. Бияров

В данной работе выделен класс относительно ограниченных возмущений корректных сужений и расширений относительно фиксированного самосопряженного граничного корректного расширения, которые обладают вещественным спектром. В случае дискретного самосопряженного фиксированного оператора доказано, что система собственных векторов возмущенного оператора образует базис Рисса и собственные значения вещественны хотя возмущенный оператор уже не является самосопряженным. Приведены примеры из числа дифференциальных операторов.

Пусть в гильбертовом пространстве H определен линейный оператор L с областью определения $D(L)$ и с областью значения $R(L)$. Ядром оператора L назовём множество

$$\text{Ker} L = \{f \in D(L): Lf = 0\}.$$