ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

# «ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

---

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
**«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»**

---

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
**«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»**

14th April 2017, Astana

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ**
**Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

# «Ғылым және білім - 2017»
# студенттер мен жас ғалымдардың
# XII Халықаралық ғылыми конференциясының
# БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

# СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
# XII Международной научной конференции
# студентов и молодых ученых
# «Наука и образование - 2017»

# PROCEEDINGS
# of the XII International Scientific Conference
# for students and young scholars
# «Science and education - 2017»

**2017 жыл 14 сәуір**

**Астана**

**УДК 378**

**ББК 74.58**
**Ғ 96**

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

Пуассон алгебрасы Пуассон жақшасымен анықталған $k[x,y,z]$ көпмүшеліктер алгебрасы болып табылады

$$\{x,y\}=\frac{\partial C}{\partial z}, \qquad \{y,z\}=\frac{\partial C}{\partial x}, \qquad \{z,x\}=\frac{\partial C}{\partial y},$$

яғни

$$\{x,y\}=-\alpha xy+z^2, \quad \{y,z\}=-\alpha yz+x^2, \quad \{z,x\}=-\alpha zx+y^2.$$

Яғни біз эллиптикалық қисықтар арқылы Пуассон алгебрасын анықтауға болатындығын көрсеттік. Ал эллиптикалық қисықтар криптогүрафияда кеңінен қолданысчқа ие екенін ескерсек, Пуассона лагебраларын ақпаратты қорғауда қолдануға толығымен мүмкіндік аламыз.

**Қолданылған әдебиеттер тізімі**


1. Турусбекова У.К., Пуассоновы структуры на кольцах многочленов и их автоморфизмы, Диссертация на соискание академической степени доктора Ph.D, Астана,2008.
2. Shestakov I.P., Umirbaev U.U. Poisson brackets and two generated sub-algebras of rings of polynomials // Journal of the American Mathematical Society.-2004. -Vol. 17. – P. 181-196.
3. Shestakov I.P. Quantization of quadratic Poisson superalgebras and speciality of Jordan Poisson superalgebras// Algebra i logika.-1993. –Vol.32.,N. 5. –P.571-584; English translation: in Algebra and Logic. -1993. –Vol.32, N5. –P.309-317.
4. Donin J., Makar-Limanov L. Quantization of quadratic Poisson brackets on a polynomial algebra of three variables// Journal of Pure and Applied Algebra. -1998. –Vol. 129. –P.247-261.
5. Dufour J., Haraki A. Rotationnels et structures de Poisson quadratiques// C.R. Acad. Sci. Paris.-1991. –Vol. 312. –N.1.- P. 137-140.
6. Lui Z., Xu P. On quadratic Poisson Poisson structures, Letters in Maths. Phys.- 1992. –Vol. 26. –P.33-42.


УДК 512.55

## БАЗИС УНИВЕРСАЛЬНОЙ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ ОБЕРТЫВАЮЩЕЙ АЛГЕБРЫ ЛЕВОСИММЕТРИЧНОЙ АЛГЕБРЫ

**Жұман Н.М.**
*nazym_25.95@mail.ru*
ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Козыбаев Д.Х.

Векторное пространство $A$ над произвольным полем $k$ называется левосимметричной алгеброй, если для любых $x,y,z\in A$ выполняется тождество

$$(xy)z-x(yz)=(yx)z-y(xz). \tag{1}$$

Базис свободной левосимметричной алгебры был построен Д. Сегалом [1]. Им также построена универсальная обертывающая правосимметричная алгебра алгебры Ли и доказан аналог теоремы Пуанкаре-Биркгофа-Витта. Некоторые свойства базиса и тождества правосимметричных алгебр были исследованы А.С. Джумадильдаевым [2, 3]. Базис универсальной мультипликативной обертывающей алгебрвосимметричной алгебры построен Д.Х. Козыбаевым [4].

Пусть $A$ - левосимметричная алгебра. Через $U(A)$ будем обозначать универсальную мультипликативную обертывающую алгебру [5] алгебры $A$, а через $l_x, r_x\in U(A)$ будем обозначать универсальные операторы левого, правого умножения на $x$, где $x\in A$. Напомним, что $U(A)$ является ассоциативной алгеброй с 1, порожденной операторами левого умножения $l_x$ и правого умножения $r_x$, где $x \in A$. Из (1) непосредственно вытекают определяющие соотношения алгебры $U(A)$:

$$l_x l_y - l_y l_x = l_{[y,x]}, \tag{2}$$

$$l_x r_y - r_y l_x - r_x r_y = -r_{xy}, x, y \in A. \tag{3}$$

Линейный базис алгебры $U(A)$ описывает следующая

**Теорема.** *Пусть $A$ – левосимметричная алгебра с линейным базисом $x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots$ . Тогда базис универсальной мультипликативной обертывающей алгебры U(A) алгебры A состоит из слов вида*

$$r_{x_{i_1}} r_{x_{i_2}} \ldots r_{x_{i_t}} l_{x_{j_1}} l_{x_{j_2}} \ldots l_{x_{j_s}} \tag{4}$$

где $j_1 \leq j_2 \leq \cdots \leq j_s, s, t \geq 0$.

*Доказательство.* По определению, U(A) является ассоциативной алгеброй с порождающими $r_{x_i} l_{x_i}$, $i \geq 1$ и определяющими соотношениями

$$l_{x_i} l_{x_j} - l_{x_j} l_{x_i} - l_{[x_j,x_i]} = 0$$

$$l_{x_i} r_{x_j} - r_{x_j} l_{x_i} - r_{x_i} r_{x_j} + r_{x_i x_j} = 0$$

Положим

$$l_{x_1} < l_{x_2} < \ldots < l_{x_s} < \ldots < r_{x_1} < r_{x_2} < \ldots < r_{x_s} < \ldots$$

Пусть $u, v$ - произвольные ассоциативные слова в алфавите $l_{x_1}, l_{x_2}, \ldots, l_{x_s}, \ldots, r_{x_1}, r_{x_2}, \ldots, r_{x_s}, \ldots$ . Положим $u < v$ , если выполняется одно из следующих условий:

1)$d_l(u) < d_l(v)$, где $d_l$ - функция длины по переменным $l_{x_i}$;

2) $d_l(u) = d_l(v), d(u) < d(v)$, $d$ – функция общей длины по переменным $l_{x_i}, r_{x_j}$;

3) $d_l(u) = d_l(v), d(f) = d(g)$ и $u$ предшествует $v$ относительно лексиграфического порядка слева направо. Относительно порядка < старшими членами левых частей соотношения являются слова $l_{x_i} l_{x_j}$ $(i < j)$, $l_{x_i} r_{x_j}$ (для всех $i, j$). Следовательно, они образуют композицию с основами $\omega_1 = l_{x_i} l_{x_j} l_{x_k}$, $i > j > k$ и $\omega_2 = l_{x_i} l_{x_j} r_{x_k}$ при $i > j$. Вычислим эти композиции:

Случай 1. $\omega_1 = l_{x_i} l_{x_j} l_{x_k}$, $i > j > k$. Имеем

$$l_{x_i}\left(l_{x_j} l_{x_k} - l_{x_k} l_{x_j} - l_{[x_k,x_j]}\right) - \left(l_{x_i} l_{x_j} - l_{x_j} l_{x_i} - l_{[x_j,x_i]}\right) l_{x_k} =$$

$$-l_{x_i} l_{x_k} l_{x_j} - l_{x_i} l_{[x_k,x_j]} + l_{x_j} l_{x_i} l_{x_k} + l_{[x_j,x_i]} l_{x_k}$$

$$= -\left(l_{x_k} l_{x_i} + l_{[x_k,x_i]}\right) l_{x_j} - l_{x_i} l_{[x_k,x_j]} + l_{x_j}\left(l_{x_k} l_{x_i} + l_{[x_k,x_i]}\right) + l_{[x_j,x_i]} l_{x_k}$$

$$= -l_{x_k} l_{x_i} l_{x_j} - l_{[x_k,x_i]} l_{x_j} - l_{x_i} l_{[x_k,x_j]} + l_{x_j} l_{x_k} l_{x_i} + l_{x_j} l_{[x_k,x_i]} + l_{[x_j,x_i]} l_{x_k}$$

$$= -l_{x_k}\left(l_{x_j} l_{x_i} + l_{[x_j,x_i]}\right) - l_{[x_k,x_i]} l_{x_j} - l_{x_i} l_{[x_k,x_j]} + \left(l_{x_k} l_{x_j} + l_{[x_k,x_j]}\right) l_{x_i} + l_{x_j} l_{[x_k,x_i]}$$

$$+ l_{[x_j,x_i]} l_{x_k} = -l_{x_k} l_{[x_j,x_i]} - l_{[x_k,x_i]} l_{x_j} - l_{x_i} l_{[x_k,x_j]} + l_{[x_k,x_j]} l_{x_i} + l_{x_j} l_{[x_k,x_i]} + l_{[x_j,x_i]} l_{x_k}$$

$$\equiv 0$$

Случай 2. $\omega_2 = l_{x_i} l_{x_j} r_{x_k}$, $i > j$. Имеем

$$(l_{x_i} l_{x_j} - l_{x_j} l_{x_i} - l_{[x_j,x_i]}) r_{x_k} - l_{x_i}(l_{x_j} r_{x_k} - r_{x_k} l_{x_j} - r_{x_j} r_{x_k} + r_{x_j x_k})$$

$$= -l_{x_j} l_{x_i} r_{x_k} - l_{[x_j,x_i]} r_{x_k} + l_{x_i} r_{x_k} l_{x_j} + l_{x_i} r_{x_j} r_{x_k} - l_{x_i} r_{x_j x_k}$$

$$= -l_{x_j}(r_{x_k} l_{x_i} + r_{x_i} r_{x_k} - r_{x_i x_k}) - l_{[x_j,x_i]} r_{x_k} + (r_{x_k} l_{x_i} + r_{x_i} r_{x_k} - r_{x_i x_k}) l_{x_j} + (r_{x_j} l_{x_i} + r_{x_i} r_{x_j} - r_{x_i x_j}) r_{x_k}$$

$$- l_{x_i} r_{x_j x_k}$$

$= -l_{x_j} r_{x_k} l_{x_i} - l_{x_j} r_{x_i} r_{x_k} + l_{x_j} r_{x_i x_k} - l_{[x_j,x_i]} r_{x_k} + r_{x_k} l_{x_i} l_{x_j} + r_{x_i} r_{x_k} l_{x_j} - r_{x_i x_k} l_{x_j} + r_{x_j} l_{x_i} r_{x_k} + r_{x_i} r_{x_j} r_{x_k} - r_{x_i x_j} r_{x_k} - l_{x_i} r_{x_j x_k} = -(r_{x_k} l_{x_j} + r_{x_j} r_{x_k} - r_{x_j x_k}) l_{x_i} - (r_{x_i} l_{x_j} + r_{x_j} r_{x_i} - r_{x_j x_i}) r_{x_k} + l_{x_j} r_{x_i x_k} - l_{[x_j,x_i]} r_{x_k} +$

$$r_{x_k}(l_{x_j}l_{x_i}+l_{[x_j,x_i]})+r_{x_i}r_{x_k}l_{x_j}-r_{x_ix_k}l_{x_j}+r_{x_j}(r_{x_k}l_{x_i}+r_{x_i}r_{x_k}-r_{x_ix_k})+r_{x_i}r_{x_j}r_{x_k}-r_{x_ix_j}r_{x_k}-l_{x_i}r_{x_jx_k}=r_{x_jx_k}l_{x_i}-r_{x_i}l_{x_j}r_{x_k}+r_{x_jx_i}r_{x_k}+l_{x_j}r_{x_ix_k}-l_{[x_j,x_i]}r_{x_k}+r_{x_k}l_{[x_j,x_i]}+r_{x_i}r_{x_k}l_{x_j}-r_{x_ix_k}l_{x_j}-r_{x_j}r_{x_ix_k}+r_{x_i}r_{x_j}r_{x_k}-r_{x_ix_j}r_{x_k}-l_{x_i}r_{x_jx_k}=r_{x_jx_k}l_{x_i}-r_{x_i}\left(r_{x_k}l_{x_j}+r_{x_j}r_{x_k}-r_{x_jx_k}\right)+r_{x_jx_i}r_{x_k}+r_{x_ix_k}l_{x_j}+r_{x_j}r_{x_ix_k}-r_{x_j(x_ix_k)}-r_{x_k}l_{[x_j,x_i]}-r_{[x_j,x_i]}r_{x_k}+r_{[x_j,x_i]x_k}+r_{x_k}l_{[x_j,x_i]}+r_{x_i}r_{x_k}l_{x_j}-r_{x_ix_k}l_{x_j}-r_{x_j}r_{x_ix_k}+r_{x_i}r_{x_j}r_{x_k}-r_{x_ix_j}r_{x_k}-r_{x_jx_k}l_{x_i}-r_{x_i}r_{x_jx_k}+r_{x_i(x_jx_k)}=r_{[x_j,x_i]x_k}-r_{x_j(x_ix_k)}+r_{x_i(x_jx_k)}\equiv 0$$

Следовательно, определяющие соотношения (2) и (3) алгебры U(A) замкнуты относительно композиции. Тогда базис универсальной мультипликативной обертывающей алгебры U(A) состоит из слов вида (4).

**Следствие.** *В условиях теоремы слова вида*

$$l_{x_{j_1}}l_{x_{j_2}}\dots l_{x_{j_s}}r_{x_{i_1}}r_{x_{i_2}}\dots r_{x_{i_t}}$$

*где* $j_1\le j_2\le\cdots\le j_s, s,t\ge 0$ *составляют базис алгебры U(A).*

### Список использованных источников


1. D. Segal. Free Left-Symmetric algebras and an Analogue of the Poincare-Birkhoff-Witt Theorem// Journal of Algebra. – 1994. - Vol. 164. – P. 750-772.
2. A. Dzhumadil’daev, C. Lofwall. Trees, free right-symmetric algebras, free Novikov algebras and identities, The Roos Festschrift volume, 1// Homology Homotopy Appl. – 2002. – Vol. 4, N2, part. 1. – P. 165-190.
3. A. Dzhumadildaev. Minimal identities for right-symmetric algebras// J. Algebra. – 2000. – Vol 225, N1. – P. 201-230.
4. Д. Козыбаевб У. Умирбаев. Вложение Магнуса для правосимметричных алгебр// Сибирский математический журнал. – 204. – Т. 45, №3. – С. 592-599.
5. N. Jacobson. Structure and representations of Jordan algebras// Providence: Amer. Math. Soc. – 1968. – Vol. 39.


ӘОК 517.95

## КЕЙБІР ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ОПЕРАТОРЛАР КЛАСЫНЫҢ МЕНШІКТІ МӘНДЕРІ ТУРАЛЫ

**Закариева З.А.**
zaruet.zakarieva@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ магистранты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі –М.М. Байбурин

Бұл жұмыста меншікті мәндері нақты болатын бірінші ретті дифференциалдық операторлар класы табылады. Ол класты бөліп алу үшін М. Өтелбаевтың бір теоремасы қолданылды.[1]

Мынадай шекаралық есепті қарастырайық:

$$\begin{cases} iy'+qy=f \\ y(0)=y(1) \end{cases} \tag{1}$$

Мұндағы: $q=q(x)$ үзіліссіз, нақты мәнді функция.

Бұл шекаралық есеп $L_2(0,1)$ кеңістігінде қарастырылады, ол кеңістікте скаляр