



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS

of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»**

**PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»**

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58

Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2017

УДК 517.51

САНДЫҚ ҚАТАРЛАРДЫҢ ЖИНАҚТЫЛЫҒЫНЫҢ ЖАЛПЫЛАМА БЕЛГІЛЕРІ**Болат Алтынай Қайратқызы**altusha1307@mail.ru

Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды Мемлекеттік Университетінің математика және ақпараттық технологиялар факультетінің 1-ші курс магистранты
Ғылыми жетекші – Ғ.Ақышев

Мақалада сандық қатарлардың жинақталу белгілері келтірілген. Қатарлар теориясы математикалық талдау курсынан белгілі.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сандық қатары берілсін. Математикалық талдау курсынан қатардың жинақталу белгілері белгілі. Соның бірі Коши теоремасы.

Теорема Коши 1. ([1]). Егер $a_n \downarrow 0, n \rightarrow \infty$ болса, онда, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{k=1}^{\infty} 2^k a_{2^k}$ қатарлары бірдей жинақты немесе бірдей жинақсыз болады.

Берілген $\{s(k)\} \subset N, s(k) \uparrow$, сандық тізбек үшін келесі белгілеуді $\Delta s(k) = s(k+1) - s(k)$ қарастырамыз, $S(n) = \#\{k : s(k) \leq n\}$ - жиынның элементтерінің саны.

1-теореманың жалпы түрі Shlomilch теоремасы деп аталады [2].

Теорема 2 (Shlomilch [2]). Егер $a_n \downarrow 0, n \rightarrow \infty$ және $\{s(k)\} \subset N$ тізбегі үшін c оң саны табылып, $\frac{\Delta s(k+1)}{\Delta s(k)} \leq c, k \in N$ теңсіздігі орындалса, онда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ қатары жинақты болуы үшін

$\sum_{k=1}^{\infty} a_{s(k)} \Delta s(k)$ қатары жинақты болуы қажетті және жеткілікті.

Теорема 3. ([3]). Егер $a_n \downarrow 0, n \rightarrow \infty$ және $\{s(k)\} \subset N$ тізбегі 2-теореманың шарттарын қанағаттандарса, онда $\sum_{k \geq 1} a_{s(k)}$ қатарының жинақталуы үшін келесі қатардың $\sum_{n \geq s(1)} \frac{a_n}{\Delta s(S(n))}$ жинақталуы қажетті және жеткілікті.

Анықтама (RBSVS [3]).

$\{a_n\} \in RBSVS$ класына тиісті дейміз, егер $\exists c > 0, \forall n$ үшін келесі теңсіздік орындалса

$$\sum_{k=n}^{\infty} |a_k - a_{k+2}| \leq c \cdot a_n$$

Мақаланың басты мақсаты 2 және 3 теоремалардың жалпы түрлерін дәлелдеу.

Теорема 4. (RBSVS класы үшін Shlomilch теоремасы). $\{a_n\} \in RBSVS$ және $\{s(k)\} \subset N$ натурал сандардың өспелі тізбегі болсын. Егер $c > 0$ саны табылып, келесі теңсіздік $\frac{\Delta s(k+1)}{\Delta s(k)} \leq c,$

$\forall k \in N$ орындалса, онда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{k=1}^{\infty} a_{s(k)} \Delta s(k)$ қатарлары бірдей жинақты, не бірдей жинақсыз болады.

Дәлелдеуі. Айталық $\{a_n\} \in RBSVS$ болсын. $\exists c > 0$ үшін

$$\sum_{k=n}^{\infty} |a_k - a_{k+2}| \leq c \cdot a_n, \quad n = 1, 2, \dots$$

Енді $\sum_{l=s(k)}^{s(k+1)-1} a_l$ қосындысын бағалау керек.

Абсолют шаманың қасиеті бойынша

$$\begin{aligned} \sum_{k=n}^{\infty} |a_k - a_{k+2}| &\geq \left| \sum_{k=n}^{\infty} (a_k - a_{k+2}) \right| = \left| \lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{k=n}^l (a_k - a_{k+2}) \right| = \left| \lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{k=n}^l (a_k - a_{k+1} + a_{k+1} - a_{k+2}) \right| = \\ &= \left| \lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{k=n}^l (a_k - a_{k+1}) + \lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{k=n}^l (a_{k+1} - a_{k+2}) \right| = a_n + a_{n+1}. \end{aligned}$$

Сондықтан

$$\begin{aligned} \sum_{n=s(k)}^{s(k+1)-1} a_n &\leq \sum_{n=s(k)}^{s(k+1)-1} (a_n + a_{n+1}) \leq \sum_{n=s(k)}^{s(k+1)-1} \sum_{l=n}^{\infty} |a_k - a_{k+2}| \leq \sum_{n=s(k)}^{s(k+1)-1} \sum_{l=s(k)}^{\infty} |a_k - a_{k+2}| = \left(\sum_{l=s(k)}^{\infty} |a_k - a_{k+2}| \right) \sum_{n=s(k)}^{s(k+1)-1} 1 = \\ &= (s(k+1) - s(k)) \sum_{l=s(k)}^{\infty} |a_k - a_{k+2}| = \Delta s(k) \sum_{l=s(k)}^{\infty} |a_k - a_{k+2}|. \end{aligned}$$

Сонымен

$$\sum_{l=s(k)}^{s(k+1)-1} a_l \leq \left(\sum_{l=s(k)}^{\infty} |a_k - a_{k+2}| \right) \cdot \Delta s(k).$$

Теорема шарты бойынша $\{a_n\} \in RBSVS$. Сондықтан

$$\sum_{l=s(k)}^{\infty} |a_l - a_{l+2}| \leq c \cdot a_{s(k)}$$

Яғни

$$\sum_{l=s(k)}^{s(k+1)-1} a_l \leq c \cdot a_{s(k)} \cdot \Delta s(k).$$

Осы теңсіздіктен егер қатар

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_{s(k)} \Delta s(k)$$

жинақты болса, онда

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \tag{1}$$

қатары да жинақты болатыны шығады.

Енді кері тұжырымды дәлелдейміз. Айталық (1) қатары жинақты болсын.

Модульдің қасиеті бойынша

$$a_{s(k)} + a_{s(k)+1} = \left| \sum_{j=s(k)}^{\infty} (a_j - a_{j+2}) \right| \leq \sum_{j=s(k)}^{\infty} |a_j - a_{j+2}|.$$

Сондықтан

$$(a_{s(k)} + a_{s(k)+1}) \cdot \Delta s(k) \leq \Delta s(k) \sum_{j=s(k)}^{\infty} |a_j - a_{j+2}|. \quad (2)$$

Теореманың шарты бойынша

$$\Delta s(k) \leq c \cdot \Delta s(k-1).$$

Сондықтан (2) теңсіздікті келесі түрде жазуға болады:

$$\begin{aligned} (a_{s(k)} + a_{s(k)+1}) \Delta s(k) &\leq c \cdot \Delta s(k-1) \sum_{j=s(k)}^{\infty} |a_j - a_{j+2}| = c \cdot \sum_{l=s(k-1)}^{s(k)-1} \sum_{j=s(k)}^{\infty} |a_j - a_{j+2}| \leq \\ &\leq c \cdot \sum_{l=s(k-1)}^{s(k)-1} \sum_{j=l}^{\infty} |a_j - a_{j+2}|. \end{aligned}$$

Теореманың шарты бойынша $\{a_n\} \in RBSVS$ болғандықтан алдыңғы формуладан келесі теңсіздік шығады:

$$(a_{s(k)} + a_{s(k)+1}) \Delta s(k) \leq c \cdot \sum_{l=s(k-1)}^{s(k)-1} a_l, \forall k = 2, 3, \dots \quad (3)$$

(3) теңсіздігінен келесі теңсіздік шығады:

$$B_j = \sum_{k=2}^j (a_{s(k)} - a_{s(k)+1}) \Delta s(k) \leq c \cdot \sum_{k=2}^j \sum_{l=s(k-1)}^{s(k)-1} a_l = c \cdot S_{s(j)-1} \quad (4)$$

Шарт бойынша (1) оң қатар жинақты, сондықтан $\{S_{s(j)-1}\}$ жоғарыдан шенелген тізбек болады.

Сондықтан (4) бойынша $\{B_j\}$ жоғарыдан шенелген тізбек болады.

Яғни

$$\sum_{k=2}^{\infty} (a_{s(k)} + a_{s(k)+1}) \Delta s(k)$$

жинақты қатар болады. Сондықтан

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_{s(k)} \Delta s(k)$$

қатары да жинақты болады. Теорема дәлелденді.

Теорема 5. Айталық $\{a_n\} \in RBSVS$ және $\{s(k)\} \subset N$ тізбегі 4-теореманың шарттарын қанағаттандырсын. Онда

$$\sum_{k \geq 1} a_{s(k)} \quad (5)$$

қатарының жинақталуы үшін келесі қатардың

$$\sum_{n \geq s(1)} \frac{a_n}{\Delta s(S(n))} \quad (6)$$

жинақталуы қажетті және жеткілікті.

Дәлелдеуі. (3) формуладан және $S(n)=k$, $s(k) \leq n \leq s(k+1)-1$ болғандықтан келесі теңсіздік

$$a_{s(k+1)+1} + a_{s(k+1)} \leq \sum_{n=s(k)}^{s(k+1)-1} \frac{a_n}{\Delta s(S(n))}, k = 1, 2, \dots$$

орындалады. Осы теңсіздік бойынша

$$\sum_{k=1}^{\infty} (a_{s(k)+1} + a_{s(k)}) \leq \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=s(k)}^{s(k+1)-1} \frac{a_n}{\Delta s(S(n))} = \sum_{n \geq s(1)}^{\infty} \frac{a_n}{\Delta s(S(n))}.$$

Яғни егер (6) қатары жинақталса, онда (5) қатары да жинақталады.

Енді кері тұжырымды дәлелдейміз. Шарт бойынша $\{a_n\} \in RBSVS$ болғандықтан

$$\sum_{n=s(k)}^{s(k+1)-1} a_n \leq c \cdot \Delta s(k) \cdot a_{s(k)}$$

Яғни

$$\frac{1}{\Delta s(k)} \sum_{n=s(k)}^{s(k+1)-1} a_n \leq C a_{s(k)}, k = 1, 2, \dots$$

Егер $s(k) \leq n \leq s(k+1) - 1$ болса, онда $S(n) = k$.

Сондықтан

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=s(k)}^{s(k+1)-1} \frac{a_n}{\Delta s(S(n))} \leq c \cdot \sum_{k=1}^{\infty} a_{s(k)}.$$

Яғни (5) қатар жинақты болса, онда (6) қатар да жинақты болады.

Теорема дәлелденді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Темірғалиев Н. Математикалық анализ т.2. – Алматы: «Ана тілі», 1991
2. Leskela L., Stenlund M. A dilution test for the convergence of subseries of a monotone series //Journal of Classical Analysis.2012, Vol.1, p.17-22.
3. Szal B. Generalization of a theorem on Besov-Nikol'skii classes //Acta Math. Hungar. 2009, Vol. 125(1-2), p. 161-188.

УДК 517.97

ОБОБЩЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВНЕШНИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

Данияр Дыйканов

don_940208@listl.ru

студент Математического отделения Кыргызско-Турецкий университет Манас,

Бишкек, Кыргызстан

Научный руководитель – Абдылдаева Э.Ф

Рассмотрим краевую задачу [1,2]

$$v_{tt} = v_{xx} + \lambda \int_0^T K(t, \tau) v(\tau, x) d\tau + g(x) \delta(x - x_0) u(t), \quad (t, x) \in Q \quad (1)$$

$$v(0, x) = \psi_1(x), \quad v_t(0, x) = \psi_2(x), \quad 0 < x < 1, \quad (2)$$

$$v_x(t, 0) = 0, \quad v_x(t, 1) + \alpha v(t, 1) = 0, \quad 0 < t \leq T. \quad (3)$$

где $K(t, \tau)$ – заданная функция, она определена в области $D = \{0 \leq t \leq 1, 0 \leq \tau \leq 1\}$ и