



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

**«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»**

студенттер мен жас ғалымдардың  
XII Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ**

XII Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
**«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»**

**PROCEEDINGS**

of the XII International Scientific Conference  
for students and young scholars  
**«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»**



14<sup>th</sup> April 2017, Astana



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**«Ғылым және білім - 2017»  
студенттер мен жас ғалымдардың  
XII Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XII Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2017»**

**PROCEEDINGS  
of the XII International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2017»**

**2017 жыл 14 сәуір**

**Астана**

**УДК 378**

**ББК 74.58**

**Ғ 96**

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2017

где  $\bar{f}(t)$  равна  $f(t)$  на  $(x, x + \delta]$  и  $\bar{f}(t) = f(x + 0)$ . Теперь

$$V_H(\bar{f}; [x, x + \delta]) < \varepsilon$$

если  $\delta$  достаточно мало, поскольку  $\bar{f}$  непрерывна справа в точке  $x$  [4]. Если  $f$  непрерывна в каждой точке отрезка  $I$ , то мы можем выбрать такое  $\delta > 0$ , что  $V_H(\bar{f}; [x, x + \delta]) < \varepsilon$  для любого  $x \in I$ . Очевидно, что сумма ограничена числом  $V_H(f; [0, 2\pi])$  для любых  $n$  и  $x$ .

#### Список использованных источников

1. D. Waterman. On convergence of Fourier series of functions of generalized bounded variation // Studia Math. 44, 1972, С. 107-117.
2. D. Waterman. On the summability of Fourier series of functions of  $\Lambda$ -bounded variation // Studia Math. 55, 1976, С. 87-95.
3. А.Зигмунд. Тригонометрические ряды, Том I.- М.:Мир, 1965, С. 254-255.
4. D. Waterman. On  $\Lambda$ -bounded variation // Studia Math. 57, 1976, С. 33-45.

УДК 517

### ОБ ОБРАТИМОСТИ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА НА ПРЯМОЙ

**Бекмырза Г.Ш.**

[bekmyrzagulnur@mail.ru](mailto:bekmyrzagulnur@mail.ru)

Магистрант 2 курса механико-математического факультета  
 ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан  
 Научный руководитель – Кусаинова Л.К.

В работе рассматривается самосопряженный оператор

$$Ly = -\rho(x)y'' + q(x)y$$

в  $L_2 = L_2(R)$ , где  $\rho > 1$ ,  $q > 1$  непрерывные функции в  $R = (-\infty, \infty)$ ,

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \rho(x) = \infty;$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} q\rho^{-1} dt > 0.$$

Через  $L_2$  обозначается пространство суммируемых с квадратом функций  $f: R \rightarrow R$ .

Положим

$$\left(\frac{q}{\rho}\right)^*(x) = \sup \left\{ h > 0: h \int_{x-\frac{h}{2}}^{x+\frac{h}{2}} q\rho^{-1} dt \leq 1 \right\}.$$

Функция  $\left(\frac{q}{\rho}\right)^*(x)$  положительна и конечна для всех  $x \in R$ .

Теорема. Пусть  $\rho$  и  $q$  удовлетворяют следующим условиям. Существуют такие положительная непрерывная в  $R$  функция  $h(\cdot)$  и  $a > 1$ , что для всех  $x \in R$ :

$$i) \quad a^{-1} < \frac{h(t)}{h(x)}, \quad \frac{\rho(t)}{\rho(x)} < a, \quad \text{если } |t - x| < \frac{h(x)}{2};$$

$$ii) \quad 40a^6 h(x)^{-1} \sup_{|t-x| < \frac{h(x)}{2}} \sqrt{\left(\frac{q}{\rho}\right)^*(x)} < 1.$$

Тогда оператор  $L$  имеет обратный.

Следствие. Пусть  $\rho$  и  $q$  удовлетворяют условиям теоремы. Тогда для любого  $f \in L_2$  уравнение

$$-\rho(x)y'' + q(x)y = f$$

имеет решение.

#### Список использованных источников

1. К.Т. Мынбаев, М.О. Отелбаев. Весовые функциональные пространства и спектр дифференциальных операторов. М. «Наука», 1988. 277с.

ОӘК 517

### ТЕГІСТІК МОДУЛІ ЖӘНЕ ЖАЛПЫЛАНҒАН ВЕЙЛ ТУЫНДЫСЫ

Бидірахымова Еркежан Бейбітқызы

[b.yerkezhan@gmail.com](mailto:b.yerkezhan@gmail.com)

Л.Н.Гумилев атындағы механика математика факультетінің студенті Астана, Қазақстан  
Ғылыми жетекшісі – А.А.Джумабаева

Анықтама 1. Коэффициенттері

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx, \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos nx dx, \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin nx dx, \quad n = 1, 2, \dots$$

формулалары арқылы табылатын

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (1)$$

тригонометриялық қатар  $[0, \pi]$  аралығында анықталған, периоды  $T = 2\pi$  тең болатын  $f(x)$  функциясының тригонометриялық Фурье қатары деп аталады. Мұндағы  $a_0, a_n, b_n$  Фурье қатарының коэффициенттері деп аталады.

(1)-дің түрленген Фурье қатары деп келесі қатарды айтамыз:

$$\sigma(f, \lambda, \beta) := \sum_{\nu=1}^{\infty} \lambda_{\nu} \left[ a_{\nu} \cos \left( \nu x + \frac{\pi \beta}{2} \right) + b_{\nu} \sin \left( \nu x + \frac{\pi \beta}{2} \right) \right],$$

мұндағы  $\beta \in R$ ,  $\lambda = \{\lambda_n\}$ -оң анықталған тізбек. Жеке жағдайда Фурье қатарын  $2\pi$  – периодты функциялы Вейл мағынасында түрленген қатар түрінде қарастыруға болады.  $\varphi(x) \sim \sigma(f, \lambda, \beta)$  функциясында  $(\lambda, \beta) - f$  функциясының туындысы деп атайды және  $f^{(\lambda, \beta)}$  түрінде белгілейді немесе жалпыланған Луивиль-Вейл туындысы деп атайды.

Анықтама 2.  $f(x)$  функциясы  $[a, b]$  кесіндісінде анықталсын.  $\forall \delta > 0 \quad \forall x_1, x_2 \in [a, b]$

$|x_1 - x_2| \leq \delta$ ,  $|f(x_1) - f(x_2)|$  төмендегі анықталсын

$$\omega(\delta, a, b, f) = \sup_{|x_1 - x_2| \leq \delta} |f(x_1) - f(x_2)|$$

бұл сан  $f(x)$  функциясының  $[a, b]$  кесіндісіндегі үзіліссіздік модулі деп атайды.

Анықтама 3 Егер  $f(x+h) - f(x)$  - бірінші айырымның орнына  $f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)$  - екінші симметриялық айырымды қарастырсақ, онда

$$\omega_2(\delta, f) = \sup_{0 \leq h \leq \delta} |f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)|$$

тегістік модулі болады.

Қасиеттері:

1.  $\omega_2(\delta)$  - тегістік модулі монотонды кемімейтін.
2.  $\forall \lambda > 0 \quad \omega_2(\lambda\delta) \leq (\lambda + 1)\omega_2(\delta)$

Бөшек ретінің тегістік модулі.

$L_p = L_p(T)$  ( $1 < p < \infty$ ) - бір айнымалы, өлшемді  $2\pi$  - периодты  $f$  функциялардың кеңістігі:

$$\|f\|_p := \|f\|_{L_p(T)} = \left( \int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} < \infty$$

орындалатындай.

Айталық  $f \in L_p$  функциясы үшін  $\Delta_h^\alpha(f)$  бөлшек ретінің айырымын  $h$  қадаммен  $x$  нүктесінде анықтайық:

$$\Delta_h^\alpha(f) = \sum_{\nu=0}^{\infty} (-1)^\nu \binom{\alpha}{\nu} f(x + (\alpha - \nu)h),$$

мұндағы

$$\binom{\alpha}{\nu} = 1, \text{ егер } \nu = 0$$

$$\binom{\alpha}{\nu} = \alpha, \text{ егер } \nu = 1$$

$$\binom{\alpha}{\nu} = \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-\nu+1)}{\nu!}, \text{ егер } \nu \geq 2$$

$\left| \binom{\alpha}{\nu} \right| \leq C(\alpha)\nu^{-\alpha-1}$  болғандықтан,  $C(\alpha) := \sum_{\nu=0}^{\infty} \left| \binom{\alpha}{\nu} \right|$  қатары  $\forall \alpha > 0$  үшін жинақталады.

Сондықтан  $\forall f \in L_p$  үшін  $\Delta_h^\alpha f(x)$  бөлшек айырымы барлық жерде дерлік анықталған және  $L_p$  - да жатады  $\|\Delta_h^\alpha f(x)\|_p \leq C(\alpha)\|f(x)\|_p$ .

Функцияның ең жақын жуықтауы ұғымы 1912 жылы С.Н.Бернштейннің «Үзіліссіз функциялардың көпмүше арқылы ең жақын жуықтауы» атты еңбегінде, 1956 жылы Н.К.Бари, С.Б.Стечкиннің «Екі функцияның ең жақын жуықтауы және дифференциалдық қасиеттері» еңбегінде, 1961 жылы М.Ф.Тиманның «Сан осінде берілген функциялардың ең жақын жуықтауы және тегістік модулі» еңбегінде қарастырылған.

Тегістік модулі ұғымы 1961 жылы М.Ф.Тиманның «Сан осінде берілген функциялардың ең жақын жуықтауы және тегістік модулі» еңбегінде, 1964 жылы В.М.Кокилашвилидің «Түрленген Фурье қатары арқылы алынған периодты функциялардың әр түрлі лебег кеңістіктерде ең жақын жуықтауы және тегістік модулін бағалау», 1977 жылы Л.П. Кагадийдің

«Екі айнымалы функцияларының Фурье коэффициенттері және тегістік модулі туралы», 1979 жылы М.К.Потапов., М.Беришаның «Бір айнымалы функциялардың Фурье коэффициенттері және тегістік модулі» еңбектерінде қарастырылған. Сондай-ақ, 2003 жылы С.Ю.Тихоновтың «Түрленген Фурье қатары арқылы алынған функцияның тегістік модулін бағалау туралы» еңбегінде зерттелген. Келесі нәтижені Джумабаева алған.

Теорема А:

Айталық,  $1 < p < \infty$ ,  $\theta = \min(2, p)$ ,  $\lambda = \{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty} \in GM$ ,  $\alpha \in R_+$ ,  $r \in R_+ \cup \{0\}$ .

Егер  $f \in L_p$  үшін  $\sum_{n=1}^{\infty} |\lambda_{n+1}^{\theta} - \lambda_n^{\theta}| E_n^{\theta}(f)_p$  қатары жинақталса, онда  $\exists \varphi \in L_p$  функциясы және Фурье қатары  $\sigma(f, \lambda, \beta)$  және

$$\begin{aligned} \|\varphi\|_p &\leq C(p, \lambda) \left\{ \lambda_1^{\theta} E_0^{\theta}(f)_p + \sum_{n=1}^{\infty} |\lambda_{n+1}^{\theta} - \lambda_n^{\theta}| E_n^{\theta}(f)_p \right\}^{\frac{1}{\theta}} \\ \omega_{\alpha} \left( \varphi, \frac{1}{n} \right)_p &\leq C(p, \lambda, \alpha, r) \left\{ n^{-\alpha\theta} \sum_{k=1}^n \left| \frac{\lambda_k^{\theta}}{k^{r\theta}} - \frac{\lambda_{k+1}^{\theta}}{(k+1)^{r\theta}} \right| k^{(r+\alpha)\theta} \omega_{\alpha+r}^{\theta} \left( f, \frac{1}{k} \right)_p + \right. \\ &\left. + \sum_{k=n+1}^{\infty} \left| \lambda_{k+1}^{\theta} - \lambda_k^{\theta} \right| \omega_{\alpha+r}^{\theta} \left( f, \frac{1}{k} \right)_p + \lambda_n^{\theta} \omega_{\alpha+r}^{\theta} \left( f, \frac{1}{n} \right)_p \right\}^{\frac{1}{\theta}} \end{aligned}$$

Енді біз осы теореманы келесі тізбектер классы үшін дәлелдейміз

$$NBVS = \left\{ a_n \in R : \sum_{k=n}^{2n-1} |a_n - a_{n+1}| \leq |a_n| + |a_{2n}| \right\}$$

Теорема 1. Айталық,  $1 < p < \infty$ ,  $\theta = \min(2, p)$ ,  $\lambda = \{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty} \in NBVS$ ,  $\alpha \in R_+$ ,  $r \in R_+ \cup \{0\}$ .

Егер  $f \in L_p$  үшін  $\sum_{n=1}^{\infty} |\lambda_{n+1}^{\theta} - \lambda_n^{\theta}| \omega_{\alpha+r}^{\theta} \left( f, \frac{1}{n} \right)_p$  қатары жинақталса, онда  $\sigma(f, \lambda, \beta)$  Фурье қатарына сәйкес  $\exists \varphi \in L_p$ , келесі теңсіздіктер орындалады:

$$\begin{aligned} \|\varphi\|_p &\leq C(p, \lambda) \left\{ \lambda_1^{\theta} \omega_{\alpha+r}^{\theta} (f, 1)_p + \sum_{n=1}^{\infty} |\lambda_{n+1}^{\theta} - \lambda_n^{\theta}| \omega_{\alpha+r}^{\theta} \left( f, \frac{1}{n} \right)_p \right\}^{\frac{1}{\theta}} \\ \omega_{\alpha} \left( \varphi, \frac{1}{n} \right)_p &\leq C(p, \lambda, \alpha, r) \left\{ n^{-\alpha\theta} \sum_{k=1}^n \left| \frac{\lambda_k^{\theta}}{k^{r\theta}} - \frac{\lambda_{k+1}^{\theta}}{(k+1)^{r\theta}} \right| k^{(r+\alpha)\theta} \omega_{\alpha+r}^{\theta} \left( f, \frac{1}{k} \right)_p + \right. \\ &\left. + \sum_{k=n+1}^{\infty} \left| \lambda_{k+1}^{\theta} - \lambda_k^{\theta} \right| \omega_{\alpha+r}^{\theta} \left( f, \frac{1}{k} \right)_p + \lambda_n^{\theta} \omega_{\alpha+r}^{\theta} \left( f, \frac{1}{n} \right)_p \right\}^{\frac{1}{\theta}} \end{aligned}$$

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. R.DeVore and G.G.Lorents, Constructive Approximation, Springer-Verlag(Berlin,1993)
2. S.Tikhanov, Trigonometric series with general coefficients, J.Math.Anal.Appl., 326 (2007),

УДК 517.51

**САНДЫҚ ҚАТАРЛАРДЫҢ ЖИНАҚТЫЛЫҒЫНЫҢ ЖАЛПЫЛАМА БЕЛГІЛЕРІ****Болат Алтынай Қайратқызы**[altusha1307@mail.ru](mailto:altusha1307@mail.ru)

Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды Мемлекеттік Университетінің математика және ақпараттық технологиялар факультетінің 1-ші курс магистранты  
Ғылыми жетекші – Ғ.Ақышев

Мақалада сандық қатарлардың жинақталу белгілері келтірілген. Қатарлар теориясы математикалық талдау курсынан белгілі.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сандық қатары берілсін. Математикалық талдау курсынан қатардың жинақталу белгілері белгілі. Соның бірі Коши теоремасы.

**Теорема Коши 1.** ([1]). Егер  $a_n \downarrow 0, n \rightarrow \infty$  болса, онда,  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{k=1}^{\infty} 2^k a_{2^k}$  қатарлары бірдей жинақты немесе бірдей жинақсыз болады.

Берілген  $\{s(k)\} \subset N, s(k) \uparrow$ , сандық тізбек үшін келесі белгілеуді  $\Delta s(k) = s(k+1) - s(k)$  қарастырамыз,  $S(n) = \#\{k : s(k) \leq n\}$  - жиынның элементтерінің саны.

1-теореманың жалпы түрі Shlomilch теоремасы деп аталады [2].

**Теорема 2 (Shlomilch [2]).** Егер  $a_n \downarrow 0, n \rightarrow \infty$  және  $\{s(k)\} \subset N$  тізбегі үшін  $c$  оң саны табылып,  $\frac{\Delta s(k+1)}{\Delta s(k)} \leq c, k \in N$  теңсіздігі орындалса, онда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  қатары жинақты болуы үшін

$\sum_{k=1}^{\infty} a_{s(k)} \Delta s(k)$  қатары жинақты болуы қажетті және жеткілікті.

**Теорема 3.** ([3]). Егер  $a_n \downarrow 0, n \rightarrow \infty$  және  $\{s(k)\} \subset N$  тізбегі 2-теореманың шарттарын қанағаттандарса, онда  $\sum_{k \geq 1} a_{s(k)}$  қатарының жинақталуы үшін келесі қатардың  $\sum_{n \geq s(1)} \frac{a_n}{\Delta s(S(n))}$  жинақталуы қажетті және жеткілікті.

**Анықтама (RBSVS [3]).**

$\{a_n\} \in RBSVS$  класына тиісті дейміз, егер  $\exists c > 0, \forall n$  үшін келесі теңсіздік орындалса

$$\sum_{k=n}^{\infty} |a_k - a_{k+2}| \leq c \cdot a_n$$

Мақаланың басты мақсаты 2 және 3 теоремалардың жалпы түрлерін дәлелдеу.

**Теорема 4.** (RBSVS класы үшін Shlomilch теоремасы).  $\{a_n\} \in RBSVS$  және  $\{s(k)\} \subset N$  натурал сандардың өспелі тізбегі болсын. Егер  $c > 0$  саны табылып, келесі теңсіздік  $\frac{\Delta s(k+1)}{\Delta s(k)} \leq c,$