ЕУРАЗИЯ
ҰЛТТЫҚ
УНИВЕРСИТЕТІ

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»

14th April 2017, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

«Ғылым және білім - 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XII Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017»

PROCEEDINGS of the XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017»

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

УДК 524.5; 524.37.;524.1

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУР ТУМАННОСТЕЙ МЕТОДОМ МФА (МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ)

Кусаинова Мадина Маратовна, Сарсенова Самал Максатовна
Студент Физико-технического факультета, ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана
Преподаватель Физико-технического факультета, ЕНУ им.Л.Н.Гумилева, Астана

Известно, что мультифрактальный анализ (далее МФА) получения изображения фракталов предназначен для твердых тел. Структура твердых тел в отличие от газовых образований имеют определенную форму. Частицы газа находятся гораздо дальше друг от друга, чем в твердом состоянии. Переход из одного фазового состояния в другое сопровождается скачкообразным изменением свободной энергии, энтропии, плотности и других физических свойств. На этой основе было проведено исследование методом МФА для космических структур. В качестве космических объектов были выбраны туманности.

МФА – это своеобразный подход к оценке свойств туманностей, включающий фрактальный анализ, для которого структура газа является множеством однородных фракталов, и их статистическую обработку, что дает возможность провести сравнение с результатами, полученными классическими методами исследования.

МФА — вариант применения информационных технологий в обработке изображений структур. В его основе лежит статистически-вероятностный способ использования модельных геометрических самоподобных фигур (фракталов) с дробной (нецелой) размерностью. В общем случае метод позволяет обнаруживать особенности распределений свойств объекта на носителях меры, которые вводятся из геометрических, информационных или других соображений[1].

Обобщенные фрактальные размерности D_q

Дадим общее определение мультифрактала. Рассмотрим фрактальный объект, занимающий некую ограниченную область $\Im$ размера L в Евклидовом пространстве с размерностью d. Пусть на каком-то этапе его построения он представляет собой множество из $N \succ\succ 1$ точек, как-то распределенных в этой области. Мы будем предполагать, что в конце концов $N \to \infty$. Примером такого множества может служить треугольник Серпинского, построенный методом случайных итераций. Каждый шаг итерационной процедуры добавляет к этому множеству одну новую точку.

Разобьем всю область $\Im$ на кубические ячейки со стороной $\varepsilon \prec\prec \mathrm{L}$ и объемом ε^d. Далее нас будут интересовать только занятые ячейки, в которых содержится хотя бы одна точка. Пусть номер занятых ячеек i изменяется в пределах $i = 1,2,\dots N(\varepsilon)$, где $N(\varepsilon)$— суммарное количество занятых ячеек, которое, конечно, зависит от размера ячейки ε.

Пусть $n_i(\varepsilon)$ представляет собой количество точек в ячейке с номером, тогда величина

$$p_i(\varepsilon) = \lim_{N\to\infty} \frac{n_i}{N} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(1)$$

представляет собой вероятность того, что наугад взятая точка из нашего множества находится в ячейке i. Другими словами, вероятности p_i характеризуют относительную заселенность ячеек. Из условия нормировки вероятности следует, что

$$\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i(\varepsilon) = 1 \qquad (2)$$

Введем теперь в рассмотрение обобщенную статистическую сумму $Z(q,\varepsilon)$, характеризуемую показателем степени q, который может принимать любые значения в интервале —

$-\infty \prec q \prec +\infty$

$$Z(q,\varepsilon) = \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon). \tag{3}$$

Спектр обобщенных фрактальных размерностей D_q, характеризующих данное распределение точек в области $\Im$, определяется с помощью соотношения

$$D_q = \frac{\tau(q)}{q-1}, \tag{4}$$

где функция $\tau(q)$ имеет вид

$$\tau(q) = \lim_{\varepsilon\to\infty} \frac{\ln Z(q,\varepsilon)}{\ln\varepsilon}. \tag{5}$$

Как мы покажем ниже, если $D_q = D = const$, т. е. не зависит от (q, то данное множество точек представляет собой обычный, регулярный фрактал, который характеризуется всего лишь одной величиной — фрактальной размерностью D. Напротив, если функция D_q как-то меняется с q, то рассматриваемое множество точек является мультифракталом.

Таким образом, мультифрактал в общем случае характеризуется некоторой нелинейной функцией $\tau(q)$, определяющей поведение статистической суммы $Z(q,\varepsilon)$ при $\varepsilon \to 0$

$$Z(q,\varepsilon) = \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon) \approx \varepsilon^{\tau(q)}. \tag{6}$$

Фрактальная размерность D_0 и информационная размерность D_1

Выясним теперь, какой физический смысл имеют обобщенные фрактальные размерности D_q для некоторых конкретных значений q. Так, при $q=0$ из выражения (3) следует, что

$$Z(0,\varepsilon) = N(\varepsilon) \tag{7}$$

С другой стороны, согласно формулам (6) и (4),

$$Z(0,\varepsilon) \approx \varepsilon^{\tau(0)} = \varepsilon^{-D_0}. \tag{8}$$

Сопоставляя эти два равенства, мы приходим к соотношению $N(\varepsilon) = \varepsilon^{-D_0}$. Это означает, что величина D_0 представляет собой обычную хаусдорфову размерность множества $\Im$. Она является наиболее грубой характеристикой мультифрактала и не несет информации о его статистических свойствах.

Выясним теперь смысл величины D_1. Поскольку при $q=1$, в силу условия нормировки вероятности (2), статистическая сумма равна

$$Z(1,\varepsilon) = 1, \tag{9}$$

то $\tau(1) = 0.$. Таким образом, мы имеем неопределенность в выражении (4) для D_1. Раскроем эту неопределенность с помощью очевидного равенства

$$Z(q,\varepsilon) = \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q = \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i \exp\left[(q-1)\ln p_i\right] \tag{10}$$

Теперь, устремляя $q \to 1$, раскладывая экспоненту и учитывая условие нормировки (2), получаем

$$Z(q \to 1,\varepsilon) \approx \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \left[p_i + (q-1)p_i \ln p_i\right] = 1 + (q-1)\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i \ln p_i. \tag{11}$$

В результате мы приходим к следующему выражению

$$D_1 = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i \ln p_i}{\ln \varepsilon} \tag{12}$$

С точностью до знака числитель в этой формуле представляет собой энтропию фрактального множества $S(\varepsilon)$:

$$S(\varepsilon) = -\sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i \ln p_i \tag{13}$$

Такое определение энтропии множества полностью идентично используемому в термодинамике, где под p; понимается вероятность обнаружить систему в квантовом состоянии i. В результате величина обобщенной фрактальной размерности D1 связана с энтропией S(E) соотношением

$$D_1 = -\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{S(\varepsilon)}{\ln \varepsilon}. \tag{14}$$

Корреляционная размерность D_2

Рассмотрим еще один частный случай, $q = 2,$ и покажем, какой физический смысл имеет обобщенная фрактальная размерность D_2. Для нее справедливо следующее выражение

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^2}{\ln \varepsilon}. \tag{15}$$

Определим парный корреляционный интеграл

$$I(\varepsilon) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{n,m} \theta(\varepsilon - |r_n - r_m|), \tag{16}$$

где суммирование проводится по всем парам точек нашего фрактального множества с радиус-векторами r_n и r_m; $\theta(x)$ ступенчатая функция Хевисайда, $\theta(x) = 1$, если $x \geq 0$ и

$\theta(x)=0$, если $x \prec 0$. Сумма в выражении (2.26) определяет число пар точек n,m, для которых расстояние между ними меньше, чем ε. Поэтому, поделенная на N^2, она определяет вероятность того, что две наугад взятые точки12 разделены расстоянием меньшим, чем ε^{12}. На самом деле надо делить на число пар, равное N(N — 1)/2, но мы здесь не интересуемся численными коэффициентами, а только зависимостью от ε..

Эту же вероятность можно определить и по-другому. Величина p_i, согласно своему определению (1), представляет собой вероятность попадания точки в i-ю ячейку с размером ε. Следовательно, величина p_i^2 представляет собой вероятность попадания в эту ячейку двух точек. Суммируя p_i^2 по всем занятым ячейкам, мы получаем вероятность того, что две произвольно выбранные точки из множества $\Im$ лежат внутри одной ячейки с размером ε. Следовательно, расстояние между этими точками будет меньше или порядка ε. Таким образом, с точностью до численных коэффициентов, принимая во внимание равенство (15), получаем

$$I(\varepsilon) \approx \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^2 \approx \varepsilon^{D_2}. \qquad (17)$$

Мы приходим к выводу, что обобщенная размерность D_2 определяет зависимость корреляционного интеграла $I(\varepsilon)$ от ε в пределе $\varepsilon \to 0$. По этой причине величину D_2 в литературе называют корреляционной размерностью[2].

Целью данной работы является исследование структур туманностей методом МФА. Метод МФА широко применяется в исследовании пространственно-временных структур, сформированных радиационным воздействием.Наша задача – показать, что метод МФА может быть универсальным и применяться в исследовании подобных структур.

Теперь рассмотрим одну из подобных структур в космическом пространстве. Ранее под определением «туманность» подразумевали всякое статичное явление в космосе, имеющее протяженную форму.

Туманность — главный строительный материал Вселенной, который состоит из пыли, плазмы и газа. Можно смело сказать, что это один из самых красивых и поразительных космических объектов с богатой палитрой красок. Туманность является газовым облаком, внутри которого располагается огромное количество звезд. Через специальные телескопы такие космические образования выглядят своеобразными пятнами с яркой основой.

Некоторые межзвездные участки имеют довольно четкие контуры. Множество же известных газовых скоплений — это клочкообразный туман, который растекается в разные стороны струями и имеет диффузную форму происхождения.

При исследовании методом МФА были получены расчеты для пяти туманностей. Туманности: NGC-7000, NGC-6618, NGC-2563, NGC-2237, NGC-6523[3]. Были получены данные: число разбиения, размер клетки, обратный размер, число заполненных клеток, энтропия, энтропия фрактала, энтропия хаоса, вероятность, фрактальная, информационная и корреляционная размерности.

В таблице 1 рассмотрены данные для туманности NGC-7000, которая была выбрана в качестве примера.

Таблица 1

r, размер клетки:	500	125	40	10	1
1/r, обратный размер:	0,002	0,008	0,025	0,1	1
N, число заполн. клеток:	4	64	621	5668	74439
S, энтропия:	0,987956	3,468566	5,561054	8,039355	11,21774
I, корр.интеграл:	0,470841	0,046375	0,006015	0,000456	1,34E-05

P, вероятность:	1	1	1	1	1
Do:	2	2	1,998005	1,876715	1,623934
D1:	1,42532	1,668028	1,727638	1,745724	1,623934
D2:	1,086687	1,476839	1,588598	1,670624	1,623934
dS/dr:	-0,00145	-0,01406	-0,04817	-0,17299	-0,93011
dI/dr:	0,001278	0,000582	0,000279	8,23E-05	1,7E-05

Полученные данные изображены на рисунках 1-4.

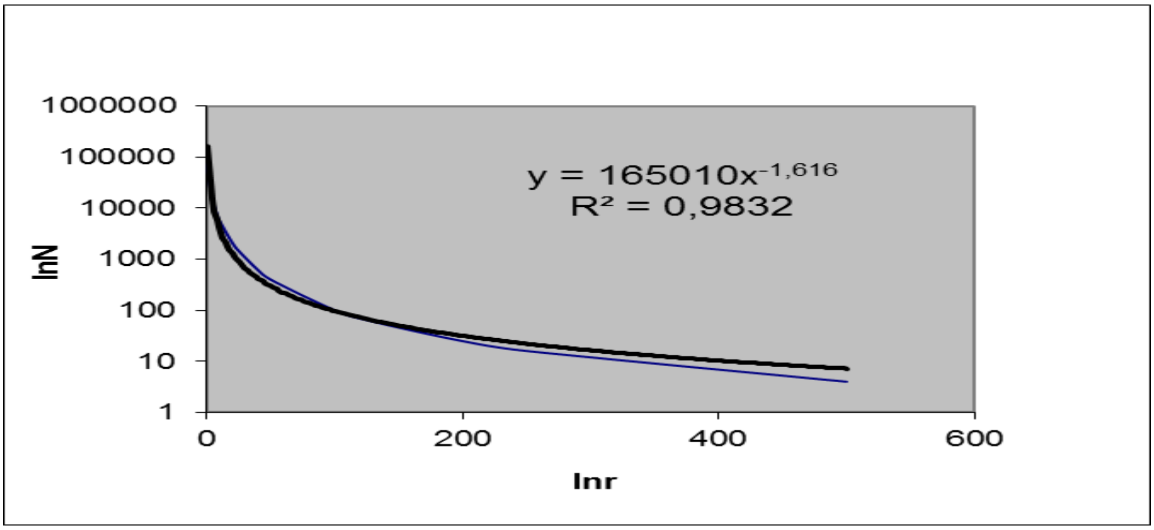

Рисунок 1. Зависимость числа заполненных клеток от размера клетки.

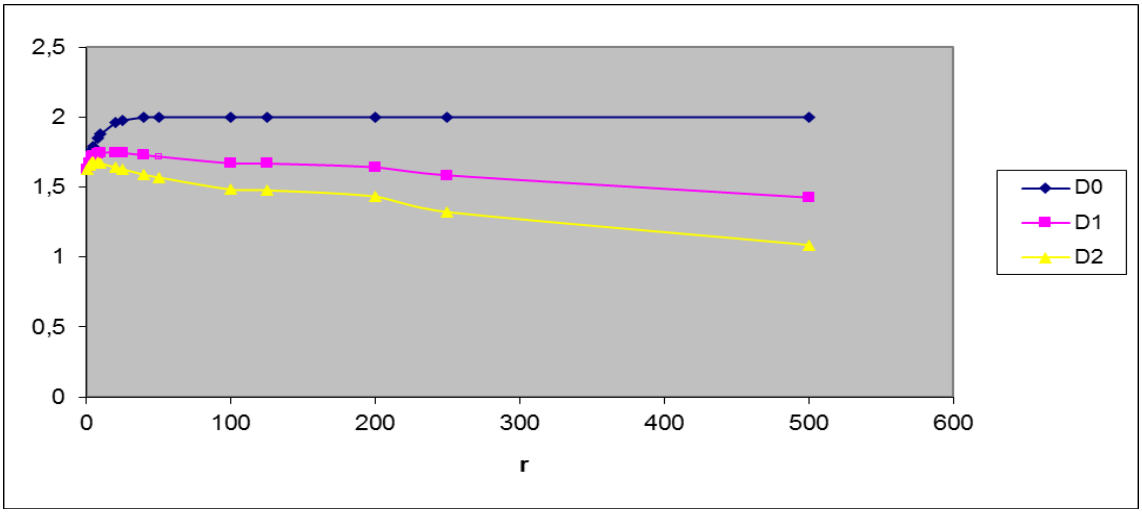

Рисунок 2. Зависимость фрактальной, информационной и корреляционной размерностей от размера клетки.

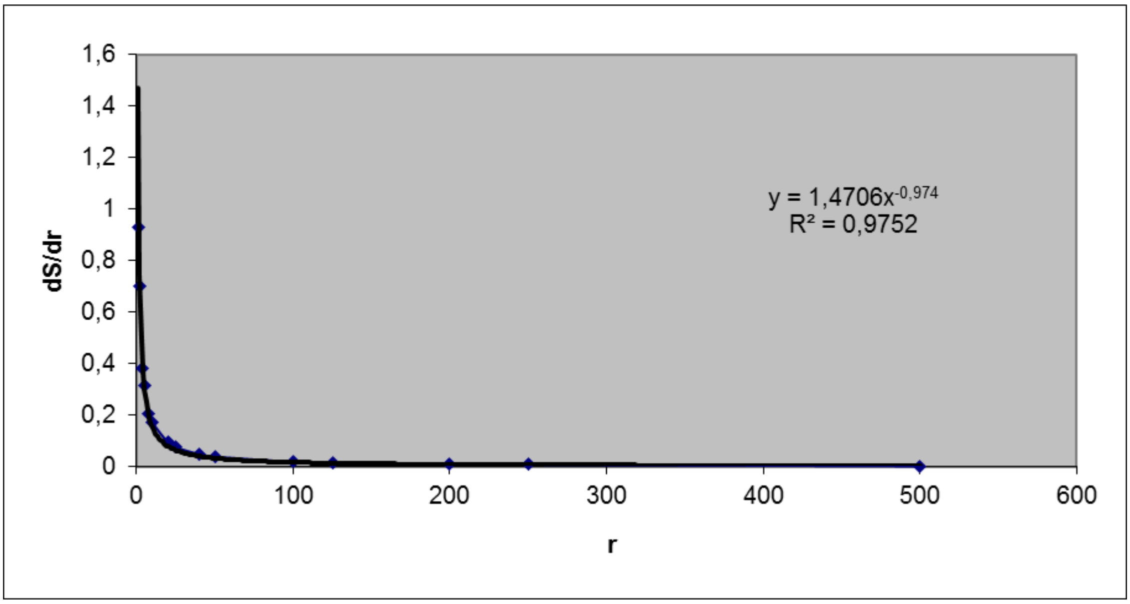

Рисунок 3. Зависимость изменения энтропии от размера клеток.

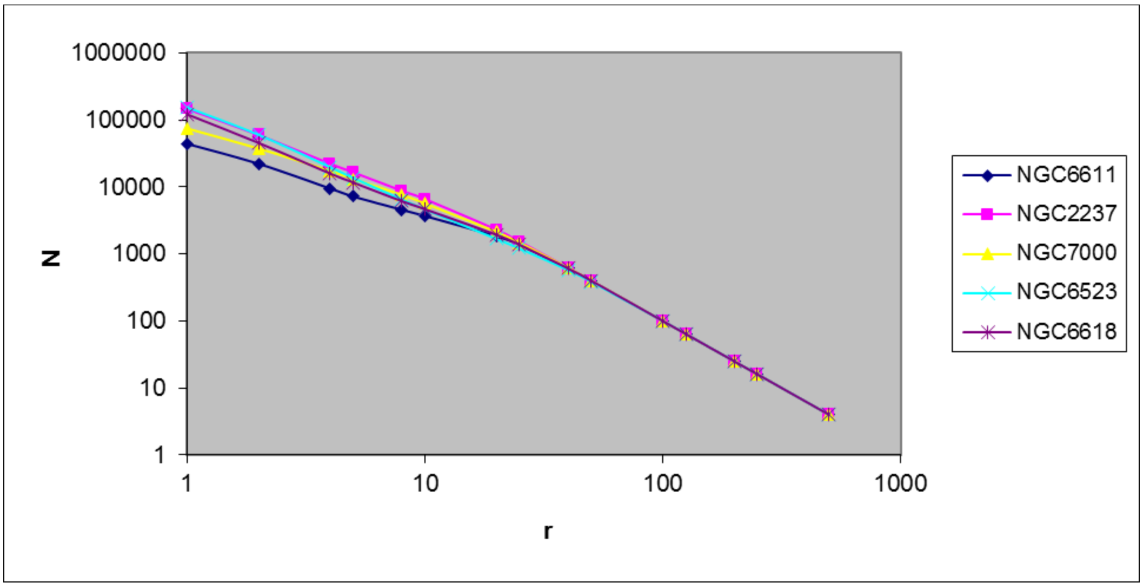

Рисунок 4. Сравнение зависимости числа заполненных клеток от размера клетки для 5 туманностей.

В результате исследовательской работы были сделаны следующие выводы: некоторые параметры в исследовании пространственно-временных структур, сформированных радиационным воздействием, подходят также для исследования статичных явлений в космосе, имеющих протяженную форму.

Список использованных источников

1. Третьяков Ю.Д. Дендриты, фракталы и материалы // Соросовский образовательный журнал. 1998. №11. 96-102с.
2. С.В. Божокин, Д.А. Паршин Фракталы и мультифракталы // НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика» – И.: 2001, 128 с.
3. Каталог туманностей Месье.