

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**2024
Астана**

УДК 001

ББК 72

G99

«GYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «GYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «GYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001

ББК 72

G99

ISBN 978-601-7697-07-5

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2024**

УДК 517.9

ЕКІНШІ РЕТТІ ВОЛЬТЕРРА ТЕНДЕУДІ ШЕШУДІ НЕЙРОНДЫҚ ЖЕЛІ АРҚЫЛЫ МОДЕЛДЕУ

Сундет Д.А.

dana.sunn@mail.ru

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

«Статистика» мамандығының 4-курс студенті

Ғылыми жетекшісі – К.Б. Нуртазина

Жадылы толқындық теңдеулер көптеген инженерлік есептерде пайда болатын тұтқыр серпімді жүйелерді сипаттайды. Мұндай жүйелердің басқарылуы және кері есептер [1, 4] еңбектерде көрсетілген.

Біз дереккөзді анықтаудың қолданбалы мәселесін қарастырамыз. Атап айтқанда, жадылы серпімді ішекті сипаттайтын бір өлшемді толқындық теңдеудің көзін қалпына келтіру есебінің қойылымын қарастырамыз:

$$\rho(x)u_{tt}(x, t) = (\rho(x)u_x(x, t))_x + \int_0^t N(t-s)(\rho(x)u_x(x, s))_x ds + f(t)g(x),$$

$$0 < x < l, \quad 0 < t < T;$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0, \quad u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0.$$

Коэффициенттер $\rho, p \in C^2[0, l]$ және $N, f \in H^1(0, T)$ белгілі.

Есеп қойылымы бойынша $\mu(t) := u_x(0, t)$, $t \in [0, T]$ қадағалау арқылы $g \in L^2(0, l)$ функциясын қалпына келтіру болып табылады. Сонымен қатар $f(0) \neq 0$ и $N(0) > 0$.

$g \rightarrow u_x(0, \cdot)$ бейнелеуі $L^2(0, l)$ -дан $H^1 := \{\mu \in H^1(0, l), \mu(0) = 0\}$ -ға шектеулі және қайтымды

шектеулі, мұндағы $L = \int_0^l \sqrt{\frac{\rho(x)}{p(x)}} dx$ – ішектің оптикалық ұзындығы.

Екінші ретті Вольтерра интегралдық теңдеуіне әкелетін шекарада қадағалау негізінде көзді анықтау үшін біз құрастырған алгоритм заманауи ақпараттық технологияларды қолдану арқылы компьютерлік енгізуге әкелінді.

$$\tau(x) = \int_0^x \sqrt{\frac{\rho(s)}{p(s)}} ds \text{ функцияны енгіземіз.}$$

Математикалық физиканың классикалық әдістері [3] $x \rightarrow \tau = \tau(x)$ шамасының бейнелеуін пайдаланып, толқындық теңдеуімізді келесі түрдегі теңдеуге дейін тарылтуға мүмкіндік береді:

$$u_{tt}(x, t) = u_{xx}(x, t) + q(x)u(x, t) + \int_0^t N(t-s)[u_{xx}(x, s) + q(x)u(x, s)]ds + f(t)g(x),$$

$$0 < x < L, \quad 0 < t < T.$$

Идентификациялау есебін шешудегі әдісіміздің түйінді мезеті $\mu(t) = u_x(0, t)$ қадағалауды

$$\mu(t) = \int_0^t g(x)\omega(x, t)dx$$

түрінде көрсету болып табылады.

Мұндағы ω келесі бастапқы шекаралық есептің шешімі

$$\omega_{tt}(x, t) = \omega_{xx}(x, t) + q(x)\omega(x, t) + \int_0^t N(t-s)[\omega_{xx}(x, s) + q(x)\omega(x, s)]ds,$$

$$\omega(0, t) = h(t), \quad \omega(L, t) = 0, \quad \omega(x, 0) = \omega_t(x, 0) = 0, \quad 0 < x < L, t > 0,$$

осындағы $h(t) = f(t) + \int_0^t N(t-s)f(s)ds$.

Бұл жағдайда жадысыз толқындық теңдеу үшін [2] алынған нәтиженің жалпылауы болып табылады.

ω функцияны келесі түрде жазуға болады

$$\omega(x, t) = h(t-x) + \int_0^t K(x, s)h(t-s)ds,$$

мұндағы K ядросы q и N арқылы табылады да егер $x \geq s$ болса, онда $K(x, s) = 0$ болады.

Бұл көріністі (1) орнына қойып, аламыз

$$\mu(t) = \int_0^t \left[h(t-s) + \int_-^t K(x, s)h(t-s)ds \right] g(x).$$

Енді бөліктеп интегралдау бойынша:

$$\mu(t) = h(0)G(t) + \int_0^t \left[h(t-x) - \int_0^t K_x(x, s)h(t-s)ds \right] G(x)dx,$$

мұнда $G(x) = \int_0^x g(\xi)d\xi$.

Бұл $G(x)$ функциясына қатысты екінші ретті Вольтерра теңдеуі. Бұл теңдеуді шешіп, біз $G(x)$, содан кейін $g(x)$ табамыз.

Алгоритміміздің басты артықшылығы оның локалдығы болып табылады: функцияны $g(x), x \in [0, a], a \leq l$, қалпына келтіру үшін $t \in [0, L(a)]$ аралықта бақылауды қолданамыз, мұнда $L(a)$ оптикалық ішектің $[0, a]$ -дағы ұзындығы. Әдістің локалдық қасиеті графтағы жадылы толқын теңдеуіне көзқарасымызды кеңейтуге мүмкіндік береді.

Екінші ретті Вольтерра интегралдық теңдеуін (2) машиналық оқыту әдісі арқылы шешеміз.

Коллокация әдісі келесі теңдеуді береді:

$$Ry(x) = y(x) - \lambda \int_a^b K(x, s)y(s)ds - f(x) = 0, \quad x \in [a, b]. \quad (1)$$

Енді осы теңдеудің жуық шешімін келесідей іздейміз:

$$\tilde{y}(x) = \sum_{j=1}^n c_j \varphi_j(x). \quad (2)$$

Мұндағы $c_j, j = 1, 2, \dots, n$, – белгісіз тұрақты сандар, оларды анықтау керек, ал $\varphi_j(x), j = 1, 2, \dots, n$, – берілген сызықтық тәуелсіз (координаталық) функциялар.

Енді (1) сол жағына (2) қойып, жуық шешім үшін келесі қалдықты аламыз:

$$\begin{aligned} R\tilde{y}(x) &= \sum_{j=1}^n c_j \varphi_j(x) - \lambda \int_a^b K(x, s) \sum_{j=1}^n c_j \varphi_j(s) - f(x) = \\ &= \sum_{j=1}^n c_j \left[\varphi_j(x) - \lambda \int_a^b K(x, s) \varphi_j(s) ds \right] - f(x). \\ a &\leq x_1 < x_2 < \dots < x_n \leq b \end{aligned}$$

Енді $c_j, j = 1, 2, \dots, n$ белгісіздер үшін сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\sum_{j=1}^n c_j \left[\varphi_j(x_i) - \lambda \int_a^b K(x_i, s) \varphi_j(s) ds \right] - f(x_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Бұл жүйенің матрицасының элементтерін келесідей белгілейік:

$$\psi_j(x_i, \lambda) = \varphi_j(x_i) - \lambda \int_a^b K(x_i, s) \varphi_j(s) ds, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Содан кейін жүйе (3) түрлендіріледі:

$$\sum_{j=1}^n \psi_j(x_i, \lambda) c_j = f(x_i), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Нақты ядролық функциялар үшін коллокация әдісін қолдану арқылы біз екінші ретті Вольтерра интегралдық теңдеуінің нақты шешімдерін көрсететін сәйкес графиктерді алдық. Олар нейрондық желінің әрекетін және жаттығу деректерін салыстыруды білдіреді. Жаттығу деректері нейрондық желіні оқыту үшін пайдаланылатын белгілі енгізу-шығару жұптары (x, y) болып табылады. Нейрондық желі белгісіз функцияның жақсы жуықтауын береді.

Жалпы біздің зерттеулеріміз нейрондық желі кіріс пен шығыс арасындағы байланысты табуға және оларды жаңа x -терге жалпылауға қабілетті екенін көрсетті. Бұл деректердің белгілі бір функцияға және қисыққа сәйкестігін бағалау әдісін біздің деректерімізді жақсы сипаттайтын теңдеу үшін шешім қисығын тұрғызу үшін, сондай-ақ теориялық моделдердің нақты деректермен сәйкестігін тексеру үшін қолдандық.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Avdonin S., Belinski B. On controllability of a non-homogeneous elastic string with memory // Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2013. Vol. 398, No. 1, P. 254-269.
2. Avdonin S., Nicaise S. Source identification for the wave equation on graphs. C.R.Math.Acad.Sci.Paris, Ser.1 // 2014, Vol.352, P. 907-912.
3. Курант Р. и Гильберт Д. Методы математической физики. Т.1. М.: Высшая школа, 1966.
4. Avdonin S., Murzabekova G., Nurtazina K. Source identification for the differential equation with memory // Trends in Mathematics. Research Perspective, Birkhaeuser / Springer International Publishing Switzerland, 2017, P. 111-120.