**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ**

**«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың**
# «ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»
**XIX Халықаралық ғылыми конференциясының**
**БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ**
**XIX Международной научной конференции**
**студентов и молодых ученых**
# «ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

**PROCEEDINGS**
**of the XIX International Scientific Conference**
**for students and young scholars**
# «ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

**2024**
**Астана**

**УДК 001**
**ББК 72**
**G99**

**«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.**

**ISBN 978-601-7697-07-5**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов имолодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001**
**ББК 72**
**G99**

**ISBN 978-601-7697-07-5**

$$\mathrm{Im}q[u] = \int_a^b w_1(x)|u|^2dx = \||w_1|u\|_2^2,$$

онда $W \subset L_2$кеңістіктердің енуіне байланысты

$$\mathrm{Im}q[u] = \||w_1|u\|_2^2 \leq C\|u\|_W^2 = C\mathrm{Re}q[u].$$

Яғни, $q$ формасысекториалды. ■

**Қолданылған әдебиеттер тізімі**


1.https://en.wikipedia.org/wiki/Sectorial_operator

2. Tanabe H. Equations of Evolution: Monographs. – Pitman, 1979. – 260 p.

3. Atsushi Y. Sectorial operators // Abstract Parabolic Evolution Equations and their Applications: Springer Monographs in Mathematics, 2009, P. 55-116.

4.Arlinskii Y., Popov A. On m-sectorial extensions of sectorial operators // Journal of Mathematical Phisics, Analysis Geometry, 2017, Vol. 13, No. 3, P. 205-241.

5. Chill R., Krol S. Note on the Kato property of sectorial forms // Journal of Operator Theory, 2022, 88(1), P. 191-204.

6.Fishbacher C. A Birman-Krein-Vishik-Grubb Theory for Sectorial Operators // Complex Analysis and Operator Theory, 2019, Vol. 13, No. 8, P. 3623-3658.

7. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. – Москва: Мир, 1972. http://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/Kato1972ru.pdf



УДК 517.98


**ВЕЙЛЬ ТИПТЕС ОПЕРАТОРДЫҢ $p \leq q$ЖАҒДАЙЫНДАҒЫ ШЕНЕЛГЕНДІГІ**


**Өтеген Ә.Ш.**

alisher_utegenov01@bk.ru

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан

Жетекші: ф.-м.ғ.к., PhD, доцент Абылаева А.М.


$I = (a, b), 0 \leq a < b \leq \infty, 0 < \alpha < 1$және $u$мен $v$барлық жерде дерлік $I$ – интервалында локальды интегралданатын және оң функциялар болсын. Сондай-ақ, $1 < p < \infty, 0 < q < \infty$және $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$ болсын.

$L_{p,w}$– салмақты Лебег кеңістігінде нормасы ақырлы болатын:

$$\|f\|_{p,w} := \left(\int_a^b |f(x)|^p w(x)dx\right)^{\frac{1}{p}} < \infty.$$

$I$ – интервалында өлшенетін барлық $f: I \to R$– функцияларын белгілейік.

Сонымен қатар, $W: I \to R$– теріс емес, қатаң өсетін және $I$ – интервалында локальды абсолютті үзіліссіз функция болсын. Мұндағы барлық $x \in I$ үшін $\frac{\mathrm{d}W(x)}{dx}$=w$(x)$ болады.

Сәйкесінше, біз $T$ операторын $L_{p,w} = L_{p,w}(I)$ кеңістігінен $L_{q,v} = L_{q,v}(I)$ кеңістігіне бейнелейтіндей:

$$Tf(x) := \int_x^b \frac{\left(ln\left(\frac{W(x)}{W(x)-W(s)}\right)\right)^{\beta} u(s)W^{\gamma}(s)f(s)w(s)ds}{\left(W(s)-W(x)\right)^{1-\alpha}}, \qquad (1)$$

қарасатырамыз, мұндағы $x \in I,\ 0 < \alpha < 1,\ \beta \leq 0,\ \gamma \leq 0$. Осы оператордың $\gamma = 0$жағдайымен $(a, x)$интервалындағы шенелгендігі [1]-ші ғылыми жұмыста қарастырылған.

Егер $u \equiv 1$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$ болғанда $T$ операторымыздың дербес жағдайы $K$ операторы $W$ функциясына қатысты $f$ функциясының бөлшек ретті интегралдық операторына айналады:

$$Kf(x) := \int_x^b \frac{f(s)w(s)ds}{\left(W(x)-W(s)\right)^{1-\alpha}}, \qquad (2)$$

мұндағы $x \in I$. Бұл $K$ оператордың $L_{p,w}$ кеңістігінен $L_{q,v}$ кеңістігіне шенелгендігі [2]-ші ғылыми жұмыста алынған.

Егер (1.2) операторында $W(x) \equiv x$болған жағдайында $K$ операторы Вейл операторына айналады:

$$I_{\alpha}^{*}f(x) := \int_x^b \frac{f(s)ds}{(s-x)^{1-\alpha}}, x \in I$$

бұл оператор

$$I_{\alpha}g(s) := \int_a^s \frac{g(x)dx}{(s-x)^{1-\alpha}}, x \in I$$

Риман-Лиувиль операторына дуальді оператор болады. Риман-Лиувиль операторы [3 - 6]ғылыми жұмыстарда зерттелген.

Енді біз $W$ – функциясын $I$ – интервалында теріс емес (оң) және $\lim\limits_{x \to 0^{+}} W(x) = 0$ деп есептейміз.

Бұл мақалада егер $A \ll B$ және $A \gg B$болса, онда $\mathrm{A} \approx \mathrm{B}$ болады. $\mathbb{Z}$ – деп біз барлық бүтін сандардың жиынын белгілейміз, ал $\chi_E$ – $E$ жиынының сипаттамалық (характеристикалық) функциясын білдіреді.

Сондай-ақ, $T$ операторымен қатар біз келесі $L_{p,w} = L_{p,w}(I)$ кеңістігінен $L_{q,v} = L_{q,v}(I)$ кеңістігіне бейнелейтіндей $H$ - Харди типті операторын қарастырамыз:

$$Hf(x) := \frac{1}{W^{\beta}(x)} \int_x^b u(s)W^{\beta+\gamma+\alpha-1}(s)f(s)w(s)ds, x \in I. \qquad (3)$$

Сәйкесінше, егер$f \geq 0$болса, онда:

$$Tf(x) := \int_x^b \frac{\left(ln\left(\frac{W(x)}{W(x)-W(s)}\right)\right)^{\beta} u(s)W^{\gamma}(s)f(s)w(s)ds}{\left(W(s)-W(x)\right)^{1-\alpha}} \geq$$

$$\geq \frac{1}{W^{\beta}(x)} \int_x^b u(s)W^{\beta+\gamma+\alpha-1}(s)f(s)w(s)ds =: Hf(x), \qquad (4)$$

**Теорема – А.**$1 < p \leq q < \infty$ болсын, онда $H$ Харди типті операторы $L_{p,w}$ кеңістігінен $L_{q,v}$ кеңістігіне шенелген болады, сонда тек сонда ғана егер $A = \sup\limits_{z \epsilon I} A(z) < \infty$, мұндағы:

$$A(z)=\left(\int_a^z W^{-q\beta}(x)v(x)dx\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_z^b u^{p'}(s)W^{p'(\beta+\gamma+\alpha-1)}(s)w(s)ds\right)^{\frac{1}{p'}}.$$

Сонымен қатар, $\|H\|\approx A$болады.

**Теорема – 3.1.**$\frac{1}{\alpha}<p\leq q<\infty, 0<\alpha<1, \beta\leq 0, \gamma\leq 0,$және $u$ – $I$ интервалында кемімейтін (оң) функция болсын. Онда $T$ операторы $L_{p,w}$ кеңістігінен $L_{q,v}$ кеңістігіне шенелген болады, сонда тек сонда ғана егер $A=\sup_{z\epsilon I} A(z)<\infty$,, мұндағы:

$$A(z)=\left(\int_a^z W^{-q\beta}(x)v(x)dx\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_z^b u^{p'}(s)W^{p'(\beta+\gamma+\alpha-1)}(s)w(s)ds\right)^{\frac{1}{p'}}.$$

Сонымен қатар, $\|T\|\approx A$ болады.

Дәлелдеуі: Қажеттілігі: $T$ операторы $L_{p,w}$ кеңістігінен $L_{q,v}$ кеңістігіне шенелген болсын, онда $x>s>0$ үшін $ln\left(\frac{W(x)}{W(x)-W(s)}\right)$ функциясының қасиеттерін қолдана отырып, бізде $\frac{1}{\left(W(x)-W(s)\right)^{1-\alpha}}\geq\frac{1}{W^{1-\alpha}(x)}$–теңсіздігі барлық $x\in I$– үшін орындалады.Сәйкесінше, бізде $f\geq 0$үшін $T$ операторына және $H$ Харди типті операторына қатысты барлық $x\in I$ үшін$Tf(x)\geq Hf(x)$ теңсіздік орындалады, онда$H$ операторы $L_{p,w}$ кеңістігінен $L_{q,v}$ кеңістігіне шенелген және $\|T\|\gg\|H\|$ болады. Демек, Теорема – A бойынша$A=\sup_{z\epsilon I} A(z)<\infty$және $\|T\|\gg A$ болады. Қажеттіліктің орындалатынын көрсеттік.

Жеткіліктілігі: Алдымен, біз $W$ функциясын қарастырамыз, онда $W$ функциясы үзіліссіз, $I$ интервалында қатаң өсетін функция және $W(a)=\lim_{x\to a} W(x)=0$ болады. Ондакез келген $k\in\mathbb{Z}$ үшін $x_k=\sup\{x\in I:\ \ W(x)\leq 2^k\}$ болады. Сондықтан, $\{x_k\}_{k\in\mathbb{Z}}$ нүктелер тізбегінде барлық $k\in\mathbb{Z}$ үшін $0<x_k\leq x_{k+1}$ және $W(x)=\lim_{x_k\to x} W(x_k)\leq 2^k$ болады. Бірақ $x_k<b$ болса, онда $x_k\leq x\leq x_{k+1}$ және $W(x_k)=2^k, 2^k\leq W(x)\leq 2^{k+1}, \int_{x_{k-1}}^{x_k} w(s)ds=2^{k-1}$ болады.Ал егер $x_{k+1}=b$ болса, онда $\int_{x_k}^{x_{k+1}} w(s)ds\leq 2^k$ болады. Егер $k_\infty=\inf\{k\in\mathbb{Z}:\ \ \sup_{x>0} W(x)\leq 2^k\}$ болса, онда $k+1\leq k_\infty$ үшін $0<x_k\leq x_{k+1}$ болады. Сонда, біз жалпылықты жоғалтпай $k_\infty=\infty$ болса, онда$I=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} I_k=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}[x_k,x_{k+1})$болады.

Сәйкесінше, $f\in L_{p,w}$ және $f\geq 0$ болсын, онда $x_k\leq x\leq x_{k+1}, x_{k-1}<x_k$ қатынастары үшін және $(a+b)^q\leq 2^{q-1}(a^q+b^q)$ теңсіздігі арқылы:

$$\|Tf\|_{q,v}^q=\int_a^b v(x)\left|\int_x^b\frac{\left(ln\left(\frac{W(x)}{W(x)-W(s)}\right)\right)^\beta u(s)W^\gamma(s)f(s)w(s)ds}{\left(W(s)-W(x)\right)^{1-\alpha}}\right|^q dx=$$

$$=\sum_k\int_{x_{k-1}}^{x_k} v(x)\left|\int_x^{x_{k+1}}\frac{\left(ln\left(\frac{W(x)}{W(x)-W(s)}\right)\right)^\beta u(s)W^\gamma(s)f(s)w(s)ds}{\left(W(s)-W(x)\right)^{1-\alpha}}+\right.$$

$$\left.+\int_{x_{k+1}}^b\frac{\left(ln\left(\frac{W(x)}{W(x)-W(s)}\right)\right)^\beta u(s)W^\gamma(s)f(s)w(s)ds}{\left(W(s)-W(x)\right)^{1-\alpha}}\right|^q dx\leq 2^{q-1}(J_1+J_2)\ll(J_1+J_2).\ (5)$$

Енді біз$J_1$ және $J_2$ өрнектерін жеке-жеке жоғарыдан бөлек бағалаймыз. Алдымен, біз $u$ теріс емес (оң) функция және $\beta \leq 0, \gamma \leq 0$ екенін ескеріп, $J_1$ өрнегін келесідей түрлендіреміз:

$$J_1 = \sum_k \int_{x_{k-1}}^{x_k} v(x) \left| \int_x^{x_{k+1}} \frac{\left(\frac{W(x)}{W(s)} ln\left(\frac{W(x)}{W(x)-W(s)}\right)\right)^\beta u(s) \frac{W^{\gamma+\beta}(s)}{W^\beta(x)} f(s)w(s)ds}{\left(W(s)-W(x)\right)^{1-\alpha}} \right|^q dx \leq$$

$$\leq \sum_k u^q(x_{k+1}) W^{(\beta+\gamma)q}(x_{k-1}) \int_{x_{k-1}}^{x_k} \frac{v(x)}{W^{q\beta}(x)} \left| \int_x^{x_{k+1}} \frac{\left(\frac{W(x)}{W(s)} ln\left(\frac{W(x)}{W(x)-W(s)}\right)\right)^\beta f(s)w(s)ds}{\left(W(s)-W(x)\right)^{1-\alpha}} \right|^q dx$$

(мұнда $J_1$ өрнегінің ішкі интегралына Гельдер теңсіздігін қолдансақ:)

$$\leq \sum_k u^q(x_{k+1}) \cdot W^{(\beta+\gamma)q}(x_{k-1}) \cdot \left( \int_{x_{k-1}}^{x_{k+1}} |f(s)|^p w(s)ds \right)^{\frac{q}{p}} \cdot \int_{x_{k-1}}^{x_k} v(x) \cdot W^{-q\beta}(x) \cdot$$

$$\cdot \left( \int_x^{x_{k+1}} \frac{\left(\frac{W(x)}{W(s)} ln\left(\frac{W(x)}{W(x)-W(s)}\right)\right)^{p'\beta} w(s)ds}{\left(W(s)-W(x)\right)^{(1-\alpha)p'}} \right)^{\frac{q}{p'}} dx. \qquad (6)$$

Енді (6) түрлендірудің соңғы интегралындағы $W(s) = W(x) \cdot t$ айнымалысын өзгертіп: $\frac{dW(s)}{ds} = w(s), \Rightarrow w(s)ds = dW(s), \Rightarrow dW(s) = d(W(x) \cdot t) = dW(x) \cdot dt$,онда

$$\int_x^{x_{k+1}} \frac{\left(\frac{W(x)}{W(s)} ln\left(\frac{W(x)}{W(x)-W(s)}\right)\right)^{p'\beta} w(s)ds}{\left(W(s)-W(x)\right)^{(1-\alpha)p'}} \leq \int_1^{\frac{W(x_{k+1})}{W(x)}} \frac{\left(\frac{W(x)}{W(x)\cdot t} ln\left(\frac{W(x)}{W(x)-W(x)\cdot t}\right)\right)^{p'\beta}}{(W(x)-W(x)\cdot t)^{p'(1-\alpha)}} \cdot$$

$$\cdot dW(x) \cdot dt \leq W^{p'(\alpha-1)+1}(x) \int_1^{2^{k+1}W^{-1}(x)} \frac{\left(\frac{1}{t} ln\left(\frac{1}{1-t}\right)\right)^{p'\beta}}{(1-t)^{p'(1-\alpha)}} dt \leq 2^{p'\beta} \cdot W(x_{k-1}) \cdot$$

$$\cdot W^{p'(\alpha-1)}(x) \int_1^4 \frac{\left(\frac{1}{t} ln\left(\frac{1}{1-t}\right)\right)^{p'\beta}}{(1-t)^{p'(1-\alpha)}} dt = \gamma 2^{p'\beta} W(x_{k-1}) W^{p'(\alpha-1)}(x), \qquad (7)$$

мұндағы $\gamma$ интегралына$x_k \leq x \leq x_{k+1}$ үшін $\frac{1}{1-t} = e^z$ ауыстыруын қолданамыз, онда $\gamma = \int_1^4 \frac{\left(ln\left(\frac{1}{1-t}\right)\right)^{p'\beta}}{(1-t)^{p'(1-\alpha)}} dt = \int_1^\infty z^{p'\beta} e^{-zp'\left(\alpha-\frac{1}{p}\right)} dz < \infty$ болады. Осы (7) теңсіздікті (6) теңсіздікке апарып қойып, әріқарай, $\beta + \gamma + \alpha - 1 < 0$болғандықтан, біз $u$ және $W$ функцияларға қатысты келесі түрлендіру жасаймыз:

$$u^q(x_{k+1}) W^{(\beta+\gamma+\alpha-1)q+\frac{q}{p'}}(x_{k-1}) = u^q(x_{k+1}) 2^{\left((\beta+\gamma+\alpha-1)q+\frac{q}{p'}\right)(k-1)} = u^q(x_{k+1}) \cdot$$

$$\cdot W^{(\beta+\gamma+\alpha-1)q}(x_{k+1}) \cdot 2^{\frac{q}{p'}(k+1)} \cdot 2^{-2\left((\beta+\gamma+\alpha-1)q+\frac{q}{p'}\right)} \ll u^{\frac{q}{p'}\cdot p'}(x_{k+1}) \cdot$$

$$\cdot W^{(\beta+\gamma+\alpha-1)\cdot\frac{q}{p'}\cdot p'}(x_{k+1}) \cdot \left( \int_{x_k}^{x_{k+1}} w(s)ds \right)^{\frac{q}{p'}} \ll \left( \int_{x_k}^{x_{k+1}} u^{p'}(s) W^{(\beta+\gamma+\alpha-1)p'}(s) w(s)ds \right)^{\frac{q}{p'}}.$$

Алынған, осы $u$ және $W$ функцияларға қатысты нәтижені және мұнда енді біз осы түрлендірудегі екінші көбейткіште интегралдау шектерін кеңейтіп, $z = x_k$ ауыстыруын жасап, sup алып және бірінші көбейткішкер$p \leq q$ жағдайына сәйкес Йенсен теңсіздігін қолдана отырып, $J_1 \ll A^q \|f\|_{p,w}^q$теңсіздігі орындалады. Енді біз $J_2$ өрнегін жоғарыдағы $J_1$-ді бағалағандағыдай, Теорема – А бойынша $\|Hf\|_{q,v}^q \ll A^q \|f\|_{p,w}^q$болады.Демек, $J_2 \ll A^q \|f\|_{p,w}^q$ болады.

$$\|Tf\|_{q,v} \ll A\|f\|_{p,w}$$

Сәйкесінше, біз есептеген интегралымыздан және табылған $J_1$ және $J_2$ теңсіздіктерден біз келесі қорытындыға келеміз:

$$\|Tf\|_{q,v} \ll A\|f\|_{p,w}.$$

*Яғни* $T$ операторы $L_{p,w}$ кеңістігінен $L_{q,v}$ кеңістігіне $p \leq q$ жағдайында шенелген болады. Сонымен қатар, $\|T\| \ll A$және $\|T\| \gg A$ болады, онда $\|T\| \approx A$ және мұндағы $A = \sup_{z \in I} A(z) < \infty$ болады. Жеткіліктілігінің орындалатынын көрсеттік. Теорема толық дәлелденді.

**Пайдаланылған әдебиеттер тізімі**


1. AbylayevaA.M.,OinarovR. and Seilbekov B. Boundedness and compactness of a class of integral operators with power and logarithmic singularity when $p \leq q$. // Journal of Inequalities and Applications – 2022, – №.23.
2. AbylayevaA.M. Boundedness and compactness for a class of fractional integration operators of Weyl type. // Eurasian Mathematical. J. – Volume 7, – 2016, – No.1, – С. 9–27.
3. Andersen K.F. andSawyer E.T. WeightednorminequalitiesfortheRiemann–LiouvilleandWeylfractionalintegraloperators. // Trans. Amer. Math. Soc, – Volume 308, 1988, – С. 547–558.
4. MeskhiA. Solution of some weight problems for the Riemann–Liouville and Weyl operators. // Georgian Math.J. – Volume 5, 1998, – No.6, – С. 565–574. – Volume 106, 1989, – С. 727–733.
5. Prokhorov D.V. On the boundedness and compactness of a class of integral operators. // J. London Math. Soc, – Volume 61, 2000, – No.2, – С. 617–628.
6. Прохоров Д.В. и Степанов В.Д. ВесовыеоценкидляоператоровРимана–Лиувилля и ихприложений. // ТрудыМатематическогоинститута РАН, – Том 243, 2003, – С. 289–312.


УДК 519.1

# КОМБИНАЦИЯЛЫҚ ӘДІСТЕР: РЕКУРСИЯ ЖӘНЕ ДИНАМИКАЛЫҚ БАҒДАРЛАМАЛАР


**Серік Қаратай Бақтыбайұлы**

karatai_serik@mail.com

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ 7М05401 – Математика және статистика мамандығының 2-курс магистранты, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – Канкенова Аягоз Мелисовна


Бүкіл әлемде, атап айтқанда, Қазақстанда бағдарламалау бойынша олимпиадалық қозғалыстың өзектіленуі мен күшеюіне байланысты студенттерді олимпиадаларға қатысуға