

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**2024
Астана**

УДК 001

ББК 72

G99

«GYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «GYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «GYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001

ББК 72

G99

ISBN 978-601-7697-07-5

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2024**

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Отелбаев М. О коэргитивных оценках решения разностных уравнений// Труды математического института Академии наук СССР. -1988. -Т.181. -С. 241-249.

УДК 517.9

ЦИЛИНДРЛІК ЕМЕС ОБЛЫСТА ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ЗЕРТТЕУДІҢ БІР ӘДІСІ ТУРАЛЫ

Мерзетхан Акерке

Akerkemerzetkhan@gmail.com

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 2-курс докторанты, Астана,
Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – ф.-м.ғ.к., доцент Оспанов М.Н.

Цилиндрлік емес $\Omega = [0, \varphi(x)] \times [0, \omega]$ облысында келесі есепті қарастырайық:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} &= A(t, x)V(t, x) + \Phi(t, x), \quad t \in [0, \varphi(x)], \quad x \in [0, \omega] \quad (1) \\ V(0, x) &= V(\varphi(x), x) \quad (2) \end{aligned}$$

мұндағы $A(t, x) = [a_{ij}(t, x)]_{i,j=1}^n$ ($n \times n$) – матрицасы Ω облысында үзіліссіз және келесі шартты қанағаттандырады:

$$|a_{ii}(t, x)| \geq \sum_{i \neq j}^n |a_{ij}(t, x)| + \theta(t, x) \quad (3)$$

мұндағы $\theta(t, x) \geq \theta_0 > 0$ үзіліссіз, θ_0 – тұрақты, ал $\Phi(t, x)$ Ω облысында үзіліссіз n -өлшемді вектор функция.

(1) теңдеу үшін түрлі есептер шектелген және шектелмеген облыстарда көптеген авторлармен қарастырылған. Бұл жұмыста (1) теңдеу цилиндрлік емес облыста қарастырылды. Д. С. Джумабаевтің параметрлеу әдісі арқылы келесі тероема дәлелденді.

Теорема. $A(t, x)$ матрицасы (3) шартты қанағаттандырсын және $\varphi(x)$ функциясы Ω облысында үзіліссіз болсын. Онда (1), (2) есебінің шешімі бар, жалғыз және ол үшін келесі бағалау орындалады

$$\|V(t, x)\| \leq \left\| \frac{F(t, x)}{\theta(t, x)} \right\|, \quad x \in [0, \omega],$$

мұндағы $\|V(t, x)\| = \max_{(t,x) \in \Omega} |V(t, x)|$.

Дәлелдеуі. (1), (2) есебіне $\tau(t, x) = \frac{t}{\varphi(x)}$ алмастыруын жасасақ, келесі есепке келеміз:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = A_1(\tau, x) \cdot \varphi(x) \cdot U + \varphi(x) \cdot F(\tau, x) \quad (4)$$

$$U(0, x) = U(1, x) \quad (5)$$

(4), (5) есебін параметрлеу әдісі арқылы зерттеуге болады. Ол үшін $h > 0$: $Nh=1$ қадамымен $\bar{\Omega}_r = [0, 1] \times [(r-1)h, rh]$ облысын N бөліктерге бөлеміз де, әрбір облыстағы $U(\tau, x)$ функцияларын $U_r(\tau, x)$, $(\tau, x) \in \bar{\Omega}_r$, $r = \overline{1, N}$ арқылы белгілейміз. Нәтижесінде (4), (5) есебі келесі есепке айналады.

$$\frac{\partial U_r}{\partial \tau} = A_1(\tau, x) \cdot \varphi(x) \cdot U_r + \varphi(x) \cdot F(\tau, x), \quad (\tau, x) \in \bar{\Omega}_r, \quad r = \overline{1, N} \quad (6)$$

$$U_r(0, x) = \lim_{\tau \rightarrow 1-0} U_N(1, x), x \in [0, 1] \quad (7)$$

$$\lim_{\tau \rightarrow sh-0} U_s(\tau, x) = U_{s+1}(sh, x), x \in [0, 1], s = \overline{1, N-1} \quad (8)$$

Енді $U_r(\tau, x)$ функциясының $\tau = (r-1)h$ – тағы мәнін $\lambda_r(x)$ арқылы белгілейік және $\bar{U}_r(\tau, x) = U_r(\tau, x) - \lambda_r(x)$ алмастыруын енгізейік. Сонда (6)-(8) есебі келесі бастапқы шарты бар есепке айналады.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial \tau} &= A_1(\tau, x) \cdot \varphi(x) \cdot \bar{U}_r + A_1(\tau, x) \cdot \varphi(x) \cdot \lambda_r(x) + \varphi(x) \cdot F(\tau, x), \\ \bar{U}_r((r-1)h, x) &= 0, (\tau, x) \in \bar{\Omega}_r, r = \overline{1, N} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\lambda_1(x) = \lambda_N(x) + \lim_{\tau \rightarrow 1-0} \bar{U}_N(\tau, x), x \in [0, 1] \quad (10)$$

$$\lambda_s(x) + \lim_{\tau \rightarrow sh-0} \bar{U}_s(\tau, x) = \lambda_{s+1}(x), s = \overline{1, N-1} \quad (11)$$

Егер $(\lambda^*(x), u^*(\tau, x))$ жұптары (9)-(11) есебінің шешімі болса, онда

$$\bar{U}(\tau, x) = \begin{cases} \lambda_r^*(x) + u_r^*(\tau, x), & \text{егер } (\tau, x) \in \Omega_r, r = \overline{1, N} \\ \lambda_{N+1}^*(x) & \text{егер } x \in [0, \omega], \quad \tau = 1 \end{cases}$$

(6)-(8) шекаралық есебінің шешімі болады.

(6)-(8) есебімен салыстырғанда (9)-(11) есебінде Коши шарты бар және оның шешімі келесі интегралдық теңдеулер жүйесіне пара-пар.

$$\bar{U}_r(\tau, x) = \int_{(r-1)h}^{\tau} [A_1(\eta, x) \varphi(x) \bar{U}_r(\eta, x) + A_1(\eta, x) \varphi(x) \lambda_r(x) + \varphi(x) \cdot F(\eta, x)] d\eta \quad (12)$$

Осыдан, сәйкес $\lim_{\tau \rightarrow rh-0} \bar{U}_r(\tau, x)$ анықтап, (10)-(11) шарттарға қойып және

$D_r(x) = \int_{(r-1)h}^{rh} A_1(\eta, x) d\eta, r = \overline{1, N}$ белгілеуін енгізу арқылы $\lambda_r(x)$ –ке қатысты келесі алгебралық теңдеулер жүйесін аламыз.

$$Q(x, h) \cdot \lambda(x) = -F_1(x, h) - G_1(x, h, \bar{U}) \quad (13)$$

Мұндағы,

$$Q(x, h) = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 & -[I + \varphi(x)D_N(x)] \\ [I + \varphi(x)D_1(x)] & -I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & [I + \varphi(x)D_2(x)] & -I & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & [I + \varphi(x)D_{N-1}(x)] & -I \end{pmatrix}$$

$$F_1(\tau, x) = \begin{pmatrix} -\varphi(x) \int_{(N-1)h}^1 F(\eta, x) d\eta \\ \varphi(x) \int_0^h F(\eta, x) d\eta \\ \varphi(x) \int_h^{2h} F(\eta, x) d\eta \\ \dots \\ \varphi(x) \int_{(N-2)h}^{(N-1)h} F(\eta, x) d\eta \end{pmatrix} \quad F_1(\tau, x) = \begin{pmatrix} -\varphi(x) \int_{(N-1)h}^1 A_1(\eta, x) \bar{U}_N(\eta, x) d\eta \\ \varphi(x) \int_0^h A_1(\eta, x) \bar{U}_1(\eta, x) d\eta \\ \varphi(x) \int_h^{2h} A_1(\eta, x) \bar{U}_2(\eta, x) d\eta \\ \dots \\ \varphi(x) \int_{(N-2)h}^{(N-1)h} A_1(\eta, x) \bar{U}_{N-1}(\eta, x) d\eta \end{pmatrix}$$

(13) жүйесіне келесі түрлендірулерді жасаймыз. Біріншіден, әр жолды сәйкес интегралдық шекаралармен $\varphi(x) \int_{(r-1)h}^{rh} \theta(\eta, x) d\eta$ өрнегіне бөлеміз. Екіншіден, $Q(x, h)$ матрицасында

диагоналды басымдық болатындай етіп оны алмастыру матрицасына көбейтеміз. Нәтижесінде диагоналды басымдық ие $\hat{Q}(x, h) = P \cdot Q(x, h)$ матрицасын аламыз. Бұл матрицаның нормасы $\|\hat{Q}(x, h)^{-1}\| \leq 1$ болады. Нәтижесінде (13) өрнек келесі өрнекке түрленеді:

$$\hat{Q}(x, h) \cdot \lambda(x) = -\hat{F}_1(x, h) - \hat{G}_1(x, h, \bar{U}) \quad (13a)$$

(13a) – өрнегіндігі $\hat{Q}(x, h)$ матрицасы диагоналды басымдыққа ие болғандықтан, (13a) көпнүктелі алгебралық теңдеулер жүйесінің шешімі бар және оны келесі алгоритм бойынша табамыз.

0 – кадам. $\lambda_r^{(0)}(x)$ параметрінің бастапқы жуықтауын $\hat{Q}(x, h) \cdot \lambda(x) = -\hat{F}_1(x, h)$ теңдеуінен анықтаймыз. $[(r-1)h, rh]$ аралықтарында $\lambda^{(0)}(x)$ параметрін қолданып (9) Коши есебін шешу арқылы $\bar{U}_r^{(0)}(\tau, x)$ анықтаймыз.

1 – кадам. Анықталған $\bar{U}_r^{(0)}(\tau, x)$ мәнін (13a) теңдеуінің оң жағына қойып $\hat{Q}(x, h) \cdot \lambda(x) = -\hat{F}_1(x, h) - \hat{G}_1(x, h, \bar{U}^{(0)})$ теңдеуінен $\lambda_r^{(1)}(x)$ мәнін анықтаймыз. Табылған $\lambda_r^{(1)}(x)$ арқылы (9) Коши есебінен $\bar{U}_r^{(1)}(\tau, x)$ параметрін анықтаймыз.

Енді, шешімнің жинақталатындығын және бағалануын көрсетейік.

$\hat{Q}(x, h)$ матрицасының қайтымдылығынан $\lambda^{(0)}(x)$ бар болуы және келесі бағалау орынды болады:

$$\|\lambda^{(0)}(x)\| \leq \|\hat{Q}(x, h)^{-1}\| \|\hat{F}_1(x, h)\| \leq \|\hat{F}_1(x, h)\| \quad (14)$$

(9) Коши есебіне Гронуолла-Беллман теңсіздігін қолдансақ:

$$\|\bar{U}_r^{(0)}(\tau, x)\| \leq |\exp(\alpha \|\varphi(x)\| h) - 1| \|\lambda_r^{(0)}(x)\| + |\exp(\alpha \|\varphi(x)\| h)| \cdot \sup_{\tau \in [(r-1)h, rh]} \|F(\tau, x)\| h,$$

$r = \overline{1, N}, (\tau, x) \in \Omega_r$.

Мұндағы $\alpha - A(\tau, x)$ матрицасын жоғарыдан шектейтін сан.

(14) ескерсек келесі өрнекті аламыз

$$\sup_{\tau \in [(r-1)h, rh]} \|\bar{U}_r^{(0)}(\tau, x)\| \leq |\exp(\alpha \|\varphi(x)\| h) - 1| \|\hat{F}_1(x, h)\| + |\exp(\alpha \|\varphi(x)\| h)| \cdot \sup_{\tau \in [(r-1)h, rh]} \|F(\tau, x)\| h = M(h), (\tau, x) \in \Omega_r.$$

Алгоритм бойынша $\lambda^{(1)}$ анықтап, $\|\lambda^{(1)}(x) - \lambda^{(0)}(x)\|$ айырмасын бағалаймыз:

$$\|\lambda^{(1)}(x) - \lambda^{(0)}(x)\| \leq \|\hat{G}_1(x, h, \bar{U}^{(0)})\| \leq \alpha h \|\bar{U}^{(0)}\| \leq \alpha h M(h)$$

Итерациялық процесті жалғастырып $(\lambda^{(k)}(x), u^{(k)}(\tau, x))$ жұбын анықтаймыз. (12) өрнекке Гронуолла-Беллман теңсіздігін қолданып $\|\bar{U}_r^{(k)}(\tau, x) - \bar{U}_r^{(k-1)}(\tau, x)\|$ параметрлер айырмасын бағалаймыз:

$$\|\bar{U}_r^{(k)}(\tau, x) - \bar{U}_r^{(k-1)}(\tau, x)\| \leq (\exp(\alpha \|\varphi(x)\| h) - 1) \cdot \|\lambda^{(k)}(x) - \lambda^{(k-1)}(x)\| \quad (15)$$

(13a) өрнегінен:

$$\begin{aligned} \|\lambda^{(k+1)}(x) - \lambda^{(k)}(x)\| &= \|\left[\hat{Q}(x, h)\right]^{-1} \left(\hat{G}_1(x, h, \bar{U}^{(k)}) - \hat{G}_1(x, h, \bar{U}^{(k-1)})\right)\| \leq \\ &\leq \alpha h \cdot \|\bar{U}_r^{(k)}(\tau, x) - \bar{U}_r^{(k-1)}(\tau, x)\| \end{aligned}$$

Осы өрнекті (15)-ке қойсақ:

$$\|\lambda^{(k+1)}(x) - \lambda^{(k)}(x)\| \leq \alpha h (\exp(\alpha \|\varphi(x)\| h) - 1) \|\lambda^{(k)}(x) - \lambda^{(k-1)}(x)\| \quad (16)$$

$$\text{Қадамды } h \leq \begin{cases} \frac{1}{2\alpha \|\varphi(x)\|}, & \text{егер } \|\varphi(x)\| > 1 \\ \frac{1}{2\alpha}, & \text{егер } \|\varphi(x)\| \leq 1 \end{cases} \text{ түрінде таңдап алсақ } (\lambda^{(k)}(x), u^{(k)}(\tau, x))$$

тізбегінің $k \rightarrow \infty$ ұмтылғанда $(\lambda^*(x), u^*(\tau, x))$ шешімге жинақтылығын аламыз. (12)- теңдеуге (14)-(16) теңсіздіктерін және Гронуолла-Беллман леммасын қолданып $\|\bar{U}_r^*(\tau, x)\| \leq ch$ бағалауын аламыз. Мұндағы $c - h$ – тан тәуелді емес. Ал $\|\lambda^*\|$ үшін келесі бағалау орынды:

$$\|\lambda^*\| = \left\| [\hat{Q}(x, h)]^{-1} (\hat{F}_1(x, h) + \hat{G}_1(x, h, \bar{U}^{(k-1)})) \right\| \leq \max_{i=1, N} \frac{F_i(\tau, x)}{\theta(\tau, x)} + \frac{\alpha ch}{\theta_0}$$

Осыдан $h \rightarrow 0$ келесі бағалауды шығады:

$$\|U(\tau, x)\| \leq \left\| \frac{F(\tau, x)}{\theta(\tau, x)} \right\|$$

Бастапқы $\tau(t, x) = \frac{t}{\varphi(x)}$ алмастыруды кері қолданып, теоремадағы $\|V(t, x)\| \leq \left\| \frac{F(t, x)}{\theta(t, x)} \right\|, x \in [0, \omega]$ бағалануын аламыз. Теорема дәлелденді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Джумабаев

Д.С.

Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения, Ж. Вычисл. матем. и матем. Физ., 1989.-Т.29 №1. -,С. 50-66.

УДК 517.98

ӨРТУРЛІ АРАЛАС МЕТРИКАДАҒЫ ДЕРБЕС ТЕГІСТІК МОДУЛДЕРІНІҢ ӨЗАРА БАЙЛАНЫСЫ

Наурызбаев Мұрат Әділбайұлы

m-nauryzbaev@mail.ru

7М05401 – Математика БББ магистранты, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – Іргелі математика кафедрасының доцент м.а.,

PhD: Джумабаева Айнура Амангельдыевна

Айталық L_p , $1 \leq p \leq \infty$, кеңістігі $\|f\|_p^{(1)} < \infty$ 2π - периодты өлшенетін функциялар кеңістігі болсын. Мұндағы $\|f\|_p^{(1)} = \left(\int_0^{2\pi} |f(x)|^p dx \right)^{1/2}$, $1 \leq p < \infty$, және $\|f\|_p^{(1)} = \sup_{0 \leq p \leq 2\pi} |f(x)|$, егер $p = \infty$. Айталық $L_p^{(0,1)}$, $f \in L_p^{(1)}$ функциялар жиынтығы болуы керек мына түрде $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 0$.

$\omega_\alpha(f, \delta)_p^{(1)}$ - α бөлшек ретті тегістік модулы арқылы белгілеңіз $f \in L_p^{(1)}$ яғни

$$\omega_\alpha(f, t)_p^{(1)} = \sup_{|h| \leq t} \|\Delta_h^\alpha(f)\|_p^{(1)},$$

мұндағы $\Delta_h^\alpha f(x) = \sum_{v=0}^{\infty} (-1)^n \binom{\alpha}{v} f(x + (\alpha - v)h)$, x нүктесіндегі h қадамымен f функциясының α -ші айырмасы.