

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**2024
Астана**

УДК 001

ББК 72

G99

«GYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «GYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «GYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001

ББК 72

G99

ISBN 978-601-7697-07-5

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2024**

$$\left| \sum_1^{N-1} h \left(\frac{t + (k+1)\pi}{n} \right) \left[\frac{1}{t + k\pi} - \frac{1}{t + (k+1)\pi} \right] \right| \leq \sum_1^{N-1} \left| f \left(x + \frac{t + (k+1)\pi}{n} \right) - f(x+0) \right| / k^2 = \sum_1^{N_0} + \sum_{N_0+1}^{N-1}$$

и вторая сумма ограничена числом $2\varepsilon \sup |f(x)|$. Первая сумма ограничена числом

$$\sup_{0 < t < (N_0+2)\pi/n} |f(x+t) - f(x+0)| \cdot \sum_1^{N_0} 1/k^2,$$

который равен $o(1)$ при $n \rightarrow \infty$ для любого x , $o(1)$ равномерно по x в любом замкнутом интервале точек непрерывности, и равномерно ограничена по n и x .

Наконец, имеем

$$\left| \sum_1^{N-1} \left[h \left(\frac{t + k\pi}{n} \right) - h \left(\frac{t + (k+1)\pi}{n} \right) \right] \frac{1}{t + k\pi} \right| \leq \sum_1^{N-1} \left| f \left(x + \frac{t + k\pi}{n} \right) - f \left(x + \frac{t + (k+1)\pi}{n} \right) \right| / k \leq V_H(\bar{f}; [x, x + \delta]),$$

где $\bar{f}(t)$ равна $f(t)$ на $(x, x + \delta]$ и $\bar{f}(t) = f(x+0)$. Теперь

$$V_H(\bar{f}; [x, x + \delta]) < \varepsilon$$

если δ достаточно мало, поскольку $\bar{f}$ непрерывна справа в точке x [4]. Если f непрерывна в каждой точке отрезка I , то мы можем выбрать такое $\delta > 0$, что $V_H(\bar{f}; [x, x + \delta]) < \varepsilon$ для любого $x \in I$. Очевидно, что сумма ограничена числом $V_H(f; [0, 2\pi])$ для любых n и x .

Список использованных источников

1. D. Waterman. On convergence of Fourier series of functions of generalized bounded variation // Studia Math. 44, 1972, С. 107-117.
2. D. Waterman. On the summability of Fourier series of functions of Λ -bounded variation // Studia Math. 55, 1976, С. 87-95.
3. А.Зигмунд. Тригонометрические ряды, Том I.- М.:Мир, 1965, С. 254-255.
4. D. Waterman. On Λ -bounded variation, Studia Math. 57, 1976, С. 33-45.

УДК 517.926

АЛТЫНШЫ РЕТТІ ЖАРТЫЛАЙ СЫЗЫҚТЫ КЕШІКТІРУІ БАР ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ ШЕШІМДЕРІНІҢ ТЕРБЕЛІС КРИТЕРИЙЛЕРІ

Қолғанат Ұлжан

ukolganat@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ 7М01509 – Математика білім беру бағдарламаның 2-курс
магистранты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Кошкарлова Б.С.

Кіріспе. Бұл жұмыста біз p -Лаплас операторы бар алтыншы ретті жартылай сызықты кешіктіруі бар дифференциалдық теңдеуді қарастырамыз:

$$\left(r(t) |x^{(v)}(t)|^{p-2} x^{(v)}(t) \right)' + q(t) |x(\tau(t))|^{p-2} x(\tau(t)) = 0, \quad (1)$$

мұндағы $p > 1$ нақты сан,

$$(C1) \ r \in C^1([t_0, \infty), [0, \infty)), r(t) > 0, r'(t) \geq 0, q \in C([t_0, \infty), [0, \infty)), q(t) > 0,$$

$$(C2) \ \tau(t) \in C([t_0, \infty), R), \tau(t) \leq t, \lim_{t \rightarrow \infty} \tau(t) = \infty,$$

$$(C3) \ \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{r^{1/(p-1)}(s)} ds = \infty.$$

Анықтама 1. (1) теңдеулерінің нөлдік емес x шешімі шексіз көп нөлдері бар немесе жоқ болуына байланысты тербелмелі немесе тербелмелі емес деп аталады.

Анықтама 2. (1) теңдеу тербелмелі деп аталады, егер оның барлық шешімдері тербелмелі болса.

Жартылай сызықты кешігуі бар дифференциалдық теңдеулер әртүрлі құбылыстарда, соның ішінде сұйықтықтарды араластыруда, экономика, биология, медицина, физика, инженерия және автоматты басқару мәселелері, ұшудағы тербелмелі қозғалыстар және адамның өзін-өзі теңгеруі және т.б. секілді мәселелерде пайда болады. Атап айтқанда, классикалық жартылай сызықты дифференциалдық теңдеулер немесе Эмден-Фаулер дифференциалдық теңдеулері сияқты p -Лаплас операторлары бар дифференциалдық теңдеулер Ньютондық емес сұйықтықтар, кеуекті орта есептері, химотаксис модельдері және т. б. зерттеуде көптеген қолданыстарға ие. Соңғы жылдары кешіктіруі бар дифференциалды тербелістерді талдау үшін көптеген маңызды нәтижелер алынды.

Чиу мен Ли [1] функционалдық-дифференциалдық теңдеулер теориясын кеңейтетін бөлшектік-тұрақты жалпыланған аргументтермен алға және кешіктірілген дифференциалдық теңдеулердің скаляр класының тербелмелі қозғалысын қарастырды. 2014 жылы Ли және басқалары [2] дифференциалдық теңдеулердің шешімдерінің сапалық қасиеттерін зерттеу үшін бірнеше ашық есептерді ұсынды және авторлар зерттелетін теңдеулердің тербеліс шарттарын табу үшін Риккати әдісін қолданды.

Bazighifan O. және басқалары [3] p -Лаплас операторы бар төртінші ретті жартылай сызықты кешіктіруі бар дифференциалдық теңдеудің Риккати әдісі бойынша тербеліс критерийлерін әртүрлі p_1, p_2 жағдайлары үшін шығарды және маңыздылығын көрсету үшін екі мысал көрсетті. Біз бұл жұмыста Bazighifan O. және басқалары [3] қолданылған әдісті пайдаланып, $p_1 = p_2 = p$ параметрі бар алтыншы ретті дифференциалдық теңдеу үшін тербеліс критерий алдық.

2. Қосымша тұжырымдар.

(1) теңдеунің тербеліс критерийлерді дәлелдеу барысында келесі леммалар қажет болады. Оларды дәлелдеусіз келтіреміз.

Лемма 1 [4]. Айталық, $h \in C^n([t_0, \infty), (0, \infty))$ және оның $h^{(n)}(t)$ туындысы $[t_0, \infty)$ -да тұрақты белгісі болсын. Сонымен қатар, $h^{(n)}(t)$ бірдей нөлге тең емес және $t_1 \geq t_0$ табылып барлық $t \geq t_1$ үшін

$$h^{(n-1)}(t)h^{(n)}(t) \leq 0.$$

Егер $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) \neq 0$ болса, онда $t_\lambda \geq t_0$ бар болып барлық $\lambda \in (0, 1)$ және $t_\lambda \geq t_0$ үшін

$$h(t) \geq \frac{\lambda}{(n-1)!} t^{n-1} |h^{(n-1)}(t)|$$

орынды болады.

Лемма 2[5]. Егер x функциясы $x^{(i)}(t) > 0, i = 0, 1, \dots, n$, және $x^{(n+1)}(t) < 0$ қанағаттандыратын болса, онда

$$\frac{x(t)}{t^n/n!} \geq \frac{x'(t)}{t^{n-1}/(n-1)!}.$$

Лемма 3. Айталық, (C1), (C2), (C3) шарттар орындалсын және функциясы (1) теңдеудің оң шешімі болсын. Онда барлық $t \geq t_0$ үшін немесе

(I) $x > 0, x' > 0, x'' > 0, x''' > 0, x^{(IV)} > 0, x^{(V)} > 0, x^{(VI)} \leq 0$ немесе

(II) $x > 0, x' < 0, x'' > 0, x''' < 0, x^{(IV)} > 0, x^{(V)} < 0, x^{(VI)} \leq 0$ болады.

Дәлелдеуі айқын.

3. Негізгі нәтижелер

Алдымен келесі салыстырмалы тұжырымды дәлелдейік.

Теорема 1. Айталық, (C1), (C2), (C3) шарттар орындалсын. Егер

$$\eta'(t) + \frac{\lambda^{p-1}}{120^{p-1}} \frac{q(t)\tau^{5(p-1)}(t)}{r(\tau(t))} \eta(\tau(t)) = 0 \quad (2)$$

бірінші ретті дифференциалдық теңдеу тербелмелі болса, онда (1) теңдеу де тербелмелі болады

Дәлелдеуі.

Кері жору арқылы дәлелдейміз. Айталық, (1) теңдеудің $t \in [t_0, \infty)$ интервалында тербеліс емес шешімдер болсын. Онда анықтама бойынша $t_1 \geq t_0$ табылып барлық $t \geq t_1$ үшін $x(t) > 0$ және $x(\tau(t)) > 0$ болады. Белгілеу енгізейік:

$$\eta(t) := r(t) \left(x^{(V)}(t) \right)^{p-1}.$$

(1) теңдеуге қойғанда, алатынымыз

$$\eta'(t) + q(t)x^{p-1}(\tau(t)) = 0. \quad (3)$$

x оң және өсіп келе жатқандықтан, біз $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) \neq 0$ көреміз.

Лемма 3 бойынша екі жағдай болуы мүмкін.

(I) жағдай қарастырайық. Онда Лемма 2 негізінде келесі теңсіздік орынды болады:

$$\frac{x(t)}{t} \geq \frac{x'(t)}{5}. \quad (4)$$

Бұдан екі жағын туындылап, аламыз

$$\left(\frac{x(t)}{t} \right)' \geq \frac{x''(t)}{5},$$

немесе (4) ескере отырып, табамыз

$$\frac{x(t)}{t^2} \geq \frac{x''(t)}{20}.$$

Осылай тағы 3 рет біртіндеп туындыларды тауып, (4) бағалауды қолданып, ең соңына мына теңсіздікті аламыз:

$$\frac{x(t)}{t^5} \geq \frac{x^{(V)}(t)}{120}.$$

Олай болса, $\tau(t) > 0$ болғандықтан,

$$\frac{x(\tau(t))}{\tau^5(t)} \geq \frac{x^{(V)}(t)}{120},$$

бұдан

$$x^{p-1}(\tau(t)) \geq \frac{\tau^{5(p-1)}(t)}{120^{p-1}} \left(x^{(V)}(\tau(t)) \right)^{p-1} \quad (5)$$

(II) жағдайда Лемма 1 бойынша барлық $\lambda \in (0,1)$ үшін келесі теңсіздік орынды болады:

$$x^{p-1}(\tau(t)) \geq \frac{\lambda^{p-1}}{120^{p-1}} \tau^{5(p-1)}(t) \left(x^{(V)}(\tau(t)) \right)^{p-1} \quad (6)$$

Сонымен, (5) және (6) салыстырып, екі жағдайда да (6) бағалау орынды болатын көз жеткіземіз.

Әрі қарай, (6) теңсіздікті (3)-ке қолданып, алатынымыз

$$\eta'(t) + \frac{\lambda^{p-1}}{120^{p-1}} q(t) \tau^{5(p-1)}(t) \left(x^{(V)}(\tau(t)) \right)^{p-1} \leq 0.$$

$\eta(t)$ функцияның белгілеуді ескере отырып, табамыз

$$\eta'(t) + \frac{\lambda^{p-1}}{120^{p-1}} \frac{q(t) \tau^{5(p-1)}(t)}{r(\tau(t))} \eta(\tau(t)) \leq 0.$$

[6] жұмысындағы 1-теорема бойынша соңғы теңсіздік орындалғанда (2) теңдеу оң шешіміне ие болады. Бұл теореманың тұжырымына қарама қайшылыққа әкеледі. Яғни, (2) теңдеу тербелмелі болса, онда (1) теңдеуде тербелмелі болады. Сонымен, теорема толық дәлелденген. ■

Теорема 2. Айталық, (C1), (C2), (C3) шарттар орындалсын. Егер

$$\liminf_{t \rightarrow \infty} \int_{\tau(t)}^t \frac{\lambda^{p-1}}{120^{p-1}} \frac{q(s) \tau^{5(p-1)}(s)}{r(\tau(s))} ds > \frac{1}{e}, \lambda \in (0,1), \quad (7)$$

шарт орындалса, онда (1) теңдеу тербелмелі болады.

Дәлелдеуі.

Теорема 1 негізінде берілген (1) теңдеу тербелмелі болады, егер (2) теңдеу тербелмелі болса. Ал (2) теңдеу $\tau(t)$ кешіктіруі бар бірінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеу болып табылады. Олай болса, [7] жұмысындағы 1-теорема бойынша (2) теңдеу тербелмелі болады, егер (7) шарт орындалса. ■

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Chiu, K.-S., Li, T. Oscillatory and periodic solutions of differential equations with piecewise constant generalized mixed arguments // Math. Nachr., Vol. 292(10), 2019, P. 2153–2164.
2. Li T., Baculikova B., Dzurina J., Zhang C. Oscillation of fourth order neutral differential equations with p-Laplacian like operators // Bound. Value Probl., Vol. 56, 2014, P. 41–58.
3. Bazighifan O., Al-Ghafri K., Al-Kandari M., Ghanim F., Mofarreh F. Half-linear differential equation of fourth order: oscillation criteria of solutions // Advances in Continuous and Discrete Models, P. 2-12, 2022, <https://doi.org/10.1186/s13662-022-03699-4>
4. Agarwal R., Grace S., O'Regan D. Oscillation Theory for Difference and Functional Differential Equations. – Dordrecht: Kluwer Academic, 2000, DOI: [10.1007/978-94-015-9401-1](https://doi.org/10.1007/978-94-015-9401-1)
5. Chatzarakis G.E., Grace S.R., Jadlovská I., Li T., Tunc E. Oscillation criteria for third-order Emden–Fowler differential equations with unbounded neutral coefficients // Complexity, Vol. 8, 2019, P. 1-11, DOI: [10.1155/2019/5691758](https://doi.org/10.1155/2019/5691758)
6. Philos C. On the existence of nonoscillatory solution tending to zero at ∞ for differential equations with positive delay // Arch. Math. Basel, 1981, Vol. 36, P. 168–178.
7. Коплатадзе Р.Г., Чантурия Т.А. О колеблющихся и монотонных решениях дифференциальных уравнений первого порядка с отклоняющимся аргументом // Дифференц. уравнения, 1982, 18:8, С. 1463–1465.

УДК 517.52

О ДИСКРЕТНЫХ ПОТЕНЦИАЛАХ РИССА

Кузеубаева Нургуль Касымхановна

nurgul.kuzeubaeva@mail.ru

Докторант механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н.Гумилёва, Астана,
Казахстан

Научный руководитель – Н.А.Бокаев

В современном мире, где технологии играют ключевую роль в различных областях, включая кибербезопасность, обработку сигналов, телекоммуникации и физику полупроводников, понимание и анализ дискретных потенциалов Рисса является актуальной задачей. Дискретные потенциалы Рисса играют важную роль в разработке и анализе различных устройств, таких как полупроводниковые приборы, квантовые компьютеры и дискретные системы связи. Понимание их характеристик и свойств имеет прямое отношение к развитию современных технологий и научных исследований.

Рассмотрим некоторые цели:

1. Исследование свойств дискретных потенциалов Рисса:

Целью является изучение основных свойств дискретных потенциалов Рисса, таких как их форма, амплитуда, глубина и распределение. Это позволит лучше понять их влияние на электронные и квантовые системы.

2. Разработка методов моделирования и анализа:

Важной целью является разработка эффективных методов моделирования и анализа дискретных потенциалов Рисса. Это позволит исследователям и инженерам более точно оценивать их воздействие на различные системы и устройства.

3. Практическое применение в технологиях: