ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

2024
Астана

УДК 001
ББК 72
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов имолодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001
ББК 72
G99

ISBN 978-601-7697-07-5

УДК 524.834

НЕМИНИМАЛЬНО СВЯЗАННОЕ СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ И ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА В КОСМОЛОГИИ

Кадыхан Аружан Қайратқызы
Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева
г. Астана , Казахстан
e.mail: kadykhan.aruzhan@gmail.com
Научный руководитель – Мырзакулов К.Р.

В этой статье мы рассматриваем динамическую систему и ее применение в космологии , используя неминимальное связь с гравитацией. Подход динамических систем направлен на сведение уравнений поля к набору обыкновенных дифференциальных уравнений, называемых автономной системой, таким образом, чтобы можно было охарактеризовать всю космическую историю. Обычно это достигается путем определения переменных, связанных со стандартными космологическими параметрами, такими как параметр Хаббла H, и определения их производной относительно некоторого времени подобного параметра. Переменные, используемые для определения системы, включают фазовое пространство, а критические точки - это точки в фазовом пространстве, которые являются стационарными, т.е. с нулевой производной. Такие понятия, как фазовое пространство, критические точки и стабильность, мы будем более формально определить в этой статье . Инструменты динамических систем являются мощным методом изучения космологических модели. Например, если мы определяем автономную систему, описывающую космологическую модель, и соответствующее фазовое пространство демонстрирует единственный аттрактор, мы можем вычислить, представляет ли эта точка ускоренную фазу расширения и, следовательно, является ли она жизнеспособной основой для представления темной энергии. Этот тезис структурирован таким образом, чтобы включить необходимые основы теории динамических систем и ОТО, прежде чем рассматривать более продвинутые темы динамической темной энергии и модифицированной гравитации [1,2].

Динамическая система играют важную роль в космологии, и относится к классу так называемых “автономных систем” . Сперва мы кратко представим некоторые основные определения, относящиеся к динамическим системам . Для простоты мы изучим систему из двух дифференциальных уравнений первого порядка, но анализ может быть расширен до системы из любого числа уравнений. Давайте рассмотрим следующие связанные дифференциальные уравнения для трех переменных x(t) , y(t) :

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y, z), \quad \frac{dy}{dt} = g(x, y, z)$$

где f , g - функции в терминах x, y и t. Формула (11) называется автономной системой , если f , g явно не зависит от времени членов. Динамику автономных систем можно проанализировать следующим образом.

1. Критические точки

Точка (x_c , y_c) называется критической точкой автономной системы, если

$$(f, g)|_{(x_c, y_c)} = 0$$

2. Стабильность

Мы можем определить, приближается ли система к одной из критических точек или нет, изучая устойчивость вокруг критических точек. Для этого нам нужно матрица M . Матрица M зависит от x_c u y_c и задается формулой

$$M=\begin{pmatrix}\frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial e}\\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y}\end{pmatrix}_{(x=x_c,y=y_c)}$$

Используется следующая классификация[3]:

- Стабильная узел : $\mu_1<0$ *и* $\mu_2<0$
- Не стабильная узел : $\mu_1>0$ *и* $\mu_2>0$
- Седловая точка (в математическом анализе — такая точка из области определения функции, которая является стационарной для данной функции, однако не является ее локальным экстремумом) : $\mu_1<0$ *и* $\mu_2>0$ (or $\mu_1>0$ *и* $\mu_2<0$)
- Стабильная спираль: определитель матрицы M отрицателен, а действительные части μ1 и μ2 отрицательны.

Вся эта классификация нам понадобится для расчетов уравнении .

Гравитационная модель f(R) с неминимальной связью представляет собой интересный подход к объяснению позднего временного ускорения Вселенной без введения какого-либо компонента материи в энергетический баланс Вселенной. Выводится ее космологическая динамика и оценивается возможность достижения фазы ускоренного расширения. Для дальнейшего изучения возможных последствий модели устанавливается формулировка[3]

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим систему скалярного поля с неминимальной связью в виде

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[h(\varphi)f(R)-\lambda\left(R-6\frac{\ddot a}{a}-6\frac{\dot a^2}{a^2}\right)+\frac{1}{2}\dot\varphi^2-V(\varphi)\right] \tag{1}$$

где g является детерминантом метрического тензора, R является скалярной тензора Риччи, h(φ) вводит особую форму неминимальной связи с гравитацией. Далее мы ограничимся значением h(φ) вида

$$h(\varphi)=\frac{\lambda}{f_R}$$

Действие (1) будем рассматривать совместно с метрикой ФРУ

$$ds^2=-dt^2+a^2(t)\left(dx^2+dy^2+dz^2\right). \tag{2}$$

Здесь $a(t)$ является масштабным фактором. Для этой метрики имеем слудующие выражения

$$\sqrt{-g}=a^3,\quad R=6\left(\frac{\ddot a}{a}+\frac{\dot a^2}{a^2}\right).$$

Здесь и ниже точка над буквой обозначает производную по времени.

Функцию Лагранжа можно будет записать как

$$L\left(a,\varphi,\dot a,\dot\varphi,t\right)=a^3h\left(\phi\right)f\left(\phi\right)-a^3h\left(\phi\right)f_RR-6a\dot a^2h\left(\phi\right)f_R-$$
$$-6a^2\dot a\dot h f_R-6a^2\dot a h\left(\phi\right)f_{RR}\dot R+\frac{1}{2}a^3\dot\phi^2-a^3V \quad . \tag{3}$$

Чтобы определить уравнение движение для метрики (2), мы должны воспользоваться уравнениями Эйлера Лагранжа и энергитеческим условием

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial a}-\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot a}=0\,.$$

$$3a^2h(\varphi)f(R)-3a^2h(\varphi)f_RR-6\dot a^2h(\varphi)f_R-12a\dot a\dot h f_R-12a\dot a h(\varphi)f_{RR}\dot R+\frac{3}{2}a^2\dot\varphi^2-3a^2V(\varphi)+$$

$$12\dot a^2hf_R+12a\ddot a hf_R+12a\dot a\dot hf_R+12a\dot a hf_{RR}\dot R+12a\dot a\dot hf_R+6a^2\ddot hf_R+6a^2\dot hf_{RR}\dot R+12a\dot a hf_{RR}\dot R+$$

$$6a^2\dot hf_{RR}\dot R+6a^2hf_{RRR}\dot R^2+6a^2hf_{RR}\ddot R=0$$

Если $h=1,\dot h=0,\ddot h=0$

$$\frac{1}{2}\dot\varphi^2-V(\varphi)+f_R\left(2\frac{\dot a^2}{a^2}+4\frac{\ddot a}{a}-R\right)+f+2f_{RRR}\dot R+f_{RR}\left(4\frac{\dot a}{a}\dot R+\ddot R\right)=0$$

$$\frac{\dot a^2}{a^2}+2\frac{\ddot a}{a}=-\frac{1}{2f_R}\left(\frac{1}{2}\dot\varphi^2-V(\varphi)-f_RR+f+2f_{RRR}\dot R+4Hf_{RR}\dot R+f_{RR}\ddot R\right)$$

$$\frac{\dot a^2}{a^2}+2\frac{\dot a^2}{a^2}-2\frac{\dot a^2}{a^2}+2\frac{\ddot a}{a}=-\frac{1}{2f_R}\left(\frac{1}{2}\dot\varphi^2-V(\varphi)-f_RR+f+2f_{RRR}\dot R+4Hf_{RR}\dot R+f_{RR}\ddot R\right)$$

$$3\frac{\dot a^2}{a^2}+2\frac{\ddot a}{a}-2\frac{\dot a^2}{a^2}=-\frac{1}{2f_R}\left(\frac{1}{2}\dot\varphi^2-V(\varphi)-f_RR+f+2f_{RRR}\dot R+4Hf_{RR}\dot R+f_{RR}\ddot R\right)$$

$$3H^2+2\dot H=-\frac{1}{2f_R}\left(\frac{1}{2}\dot\varphi^2-V(\varphi)-f_RR+f+2f_{RRR}\dot R+4Hf_{RR}\dot R+f_{RR}\ddot R\right)$$

Из этого решения вычисляем давлению p:

$$p=-f_R\left(2\frac{\dot a^2}{a^2}+4\frac{\ddot a}{a}-R\right)-f-2f_{RRR}\dot R-f_{RR}\left(4\frac{\dot a}{a}\dot R+\ddot R\right) \tag{5}$$

(5) – уравнение , называется 2 - уравнением Фридмана . Здесь $\frac{\dot{a}}{a} = H$ является параметром Хаббла.

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = 0$$

$$\ddot{\varphi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\varphi} + V'(\varphi) + \left[f_R \left(-6\frac{\dot{a}^2}{a^2}h' - 6\frac{\ddot{a}}{a}h' - 6\frac{\dot{a}}{a}(h')_t + 6\frac{\dot{a}}{a}h''\dot{\varphi} + h'R \right) - h'f \right] = 0$$

Если $h = 1, \dot{h} = 0, \ddot{h} = 0$

$$\ddot{\varphi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\varphi} + V'(\varphi) = 0 \qquad (6)$$

Уравнение (6) является уравнением Клейна-Гордона.

$$H = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}}\dot{a} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\dot{\varphi} - L = 0$$

$$H = -12a\dot{a}^2 h f_R - 6a^2\dot{a}\dot{h} f_R - 6a^2\dot{a}h f_{RR}\dot{R} - 6a^2\dot{a}\dot{\varphi}h' f_R + a^3\dot{\varphi}^2 + a^3 h(\varphi) f(\varphi)$$
$$+ a^3 h(\varphi) f_R R + 6a\dot{a}^2 h(\varphi) f_R + 6a^2\dot{a}\dot{h} f_R + 6a^2\dot{a}h(\varphi) f_{RR}\dot{R} - \frac{1}{2}a^3\dot{\varphi}^2 + a^3 V = 0$$

Если $h = 1, \dot{h} = 0, \ddot{h} = 0$

$$H = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi) - f_R\left(6H^2 - R\right) - f = 0$$

$$3H^2 = \frac{1}{2 f_R}\left(\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi) + f_R R - f\right)$$

$$\rho = f_R(6H^2 - R) + f \qquad (7)$$

ρ являются плотностью энергией некой жидкости во Вселенной.

В следствий лоренц--инвариантности, уравнение сохранения энергии

$$\dot{\rho}_m + 3H\left(\rho_m + p_m\right) = 0. \qquad (8)$$

Система уравнений (4)-(6) являются нелинейными дифференциальными уравнениями второго порядка решение , которых является не простой задачей. Поэтому мы ставим такое условие f(R) = R , чтобы упростить наше уравнение .

$$R = 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right)$$

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[h(\varphi)f(R) - \lambda\left(R - 6\frac{\ddot{a}}{a} - 6\frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi)\right] \quad (10)$$

Тогда фунцию лагранжа можем записать в таком виде ,

$$L = -6a\dot{a}^2h - 6a^2\dot{a}\dot{h} + \frac{1}{2}a^3\dot{\varphi}^2 - a^3V$$

Уравнение движения для метрики (2) найдем определим как

$$3H^2 = \rho, \quad (4)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \quad (5)$$

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V'(\varphi) = 0 \quad (6)$$

Здесь

$$\rho = 6\frac{\dot{a}^2}{a^2},\ p = -4\frac{\ddot{a}}{a} - 2\frac{\dot{a}^2}{a^2}, \quad (7)$$

Уравнение (6) является уравнением Клейна-Гордона. Здесь $H = \dot{a}/a$ является параметром Хаббла.

$$\begin{aligned} 3H^2 &= \frac{1}{2}\left(\rho + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi)\right), \\ 2\dot{H} + 3H^2 &= -\frac{1}{2}\left(p + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi)\right) \end{aligned} \quad (8)$$

где ρ и p, как и прежде, являются плотностью энергии и соответственно давлением некой жидкости. Мы также отмечаем, что изотропное и однородное скалярное поле имеет плотность энергии ρ_φ и

давление p_φ соответственно, определяемые

$$\begin{aligned} \rho_\varphi &= \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \\ p_\varphi &= \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi) \end{aligned} \quad (9)$$

из которого мы можем вывести форму динамического уравнения параметра состояния

$$\omega_\varphi = \frac{p_\varphi}{\rho_\varphi} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi)}{\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi)} \quad (10)$$

Теперь нам надо определить перемены из (8) уравненнии , которые будут представлять нашу динамическую систему .

$$3H^2 = \frac{1}{2}\left(\rho + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi)\right)$$

$$1 = \frac{\rho}{6H^2} + \frac{\dot{\varphi}^2}{12H^2} + \frac{V(\varphi)}{6H^2}$$

$$\frac{\rho}{6H^2} = \Omega, \qquad \frac{\dot{\varphi}^2}{12H^2} = x^2, \qquad \frac{V(\varphi)}{6H^2} = y^2, \qquad \lambda = -\frac{2V'(\varphi)}{V(\varphi)}, \qquad \Gamma = \frac{V(\varphi)V''_{\varphi\varphi}}{V'^2_{\varphi}}$$

Тогда мы можем записать уравнение Фридмана (8) , вот таком виде $1 = \Omega + x + y$, и (8) формулу можно переписать , чтобы получить следующий уравнение ;

$$\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{3}{2}\left[-\omega + \omega x^2 + \omega y^2 - x^2 + y^2\right]$$

Производные переменных ;

$$x' = -3x - \frac{V'_{\varphi}}{2\sqrt{6}H^2} - \frac{3}{2}\left[(\omega-1)x^3 - (\omega+1)(1-y^2)x\right]$$

$$y' = -\frac{3}{2}y\left[(\omega-1)x^2 - (\omega+1)(1-y^2) + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}x\lambda\right]$$

Теперь нам надо найти критические точки , и из критических точек мы проанализируем матрицу М и отсюда определим стабильно ли наша точка или нет . Для этого мы сделаем таблицу

Точка	x	y	Собственные значения матрицы	Стабильность
(a)	0	0	$\left(\frac{3}{2}(\gamma-2)\,,\,\frac{3}{2}\gamma\right)$	Седловая точка
(b1)	1	0	$3(2-\gamma), 3-\frac{\sqrt{6}}{2}\lambda$	Не стабильно
(b2)	-1	0	$3(2-\gamma), 3+\frac{\sqrt{6}}{2}$	Не стабильно
(c)	$\frac{\lambda}{\sqrt{6}}$	$\sqrt{1-\frac{\lambda^2}{6}}$	$-\frac{1}{4}(6-\lambda^2), \frac{1}{2}(\lambda^2-3\gamma)$	стабильно

Таким образом, в данной работе изучаем динамику расширения Вселенной в рамках f(R)-гравитации . Получены соответствующие полевые уравнения и их частные решения, которые не противоречить современным астрономическим данным.

Список использованных источников

1. S. Wiggins. Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos. Texts in Applied Mathematics. Springer New York, 2003. isbn: 9780387001777.
2. A. D. Felice and S. Tsujikawa, Liv. Rev. Rel. 13, 3 (2010)
3. E. J. Copeland, A. R. Liddle and D. Wands, Phys. Rev. D 57, 4686 (1998)..

УДК:535.4

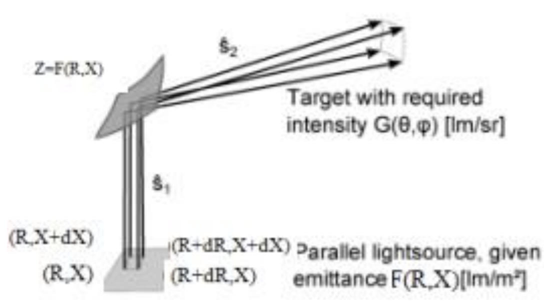
F(R,X,Φ) МОДЕЛІНІҢ КОСМОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛІНІҢ СОЛИТОНДЫ ШЕШІМДЕРІ

Қолдасбай Дана Ерболатқызы
Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің физика мамандығы бойынша 2-ші курс студенті
koldasbay.dana.00@gmail.com
Астана,Қазахстан
Ғылыми жетекші – Ержанов Қ.К

F(R,X,φ) түріндегі функционалдық космологиялық модельдердегі солитон ерітінділері қазіргі гравитация мен космология теориясының қарқынды зерттеу нысанына айналды. Метрикалық тензорға кіретін функциялардың кеңейтілген сипатын және скалярлық өрістің кинетикалық мерзімін ескере отырып, мұндай модельдер әлемнің динамикасын зерттеудің жаңа перспективаларын ашады. Рефлектордың бетінің дифференциалдық теңдеуін жарық ағынының шағылысуы және сақталуы заң арқылы шығаруға болады.Теңдеу рефлектордың бетімен ағынның тығыздығының геометриялық деформациясын сипаттайды. Бұл теңдеу Монж-Ампер типті және тасымалдау деп аталатын әдеттен тыс шекаралық шарты бар..Монж-Ампер теңдеуінің туындысы. біздің мақсатымыз – табу көзден түсетін жарықты көрсететін рефлекторды сипаттайтын бет пішіні 1-суретте көрсетілгендей.

Шағылу заңын пайдаланып шағылыстырғыш беті үшін және жарық ағынының сақталуы дифференциалдық теңдеу шығарайық.Шексіз аз тіктөртбұрыш (R, R + dR) × (X, X + dX) ішінде көз dΦ = F (R, X) dR dX [lm] жарық ағынын шығарады. Беттік туындыларды $p = F_R$ және $q = F_X$ деп белгілейік.[1] Жарық көзіне бағытталған рефлектордың бетіне нормаль бірлігі өрнекпен анықталады:

$$\hat{n} = n/|n|, \quad n = \begin{pmatrix} p \\ q \\ -1 \end{pmatrix} \tag{1}$$



Сурет.1. Кішкентай бастапқы тіктөртбұрышты шағылыстырудан кейін түрлендіру

Шағылған сәуленің бағыты sˆ2 шағылу заңымен анықталады:

$$\hat{s}_2 = \hat{s}_1 - 2(\hat{s}_1 \cdot \hat{n})\hat{n}. \tag{2}$$

$\hat{s}_2$векторы бірлік вектор болып табылады, ол төмендегі формуламен тексеріледі