ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

2024
Астана

УДК 001
ББК 72
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов имолодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001
ББК 72
G99

ISBN 978-601-7697-07-5

UDK 524.834

GENERALIZED $F(R, X, \varphi)$ COSMOLOGY

Bibulatova Aziza
azizabibulatova10@gmail.com
Researcher at the Institute of Theoretical Physics ENU named after L.N. Gumilyov
Astana, Kazakhstan
Scientific supervisor: Yerzhanov K.K

Bauyrzhan Gulnur
bauyrzhangb@enu.kz
ENU named after L.N. Gumilyov
Astana, Kazakhstan

Introduction

In this model, we start with a generalized form of gravity, where the action is described by a function F that depends on three main components: the Ricci curvature (R), the kinetic term of the scalar field (X), and the scalar field itself (φ). This approach allows for a broader range of physical phenomena to be considered than the standard Einstein action.

The next step is to consider the model as a generalization of the Starobinsky model. The Starobinsky model is one of the most well-known inflationary models proposed in the early 1980s. It is based on adding an additional term to the Einstein action proportional to the square of the Ricci curvature. This additional term plays an important role in generating the inflationary period in the early universe.

A detailed study of this model may lead to new predictions about the early universe, the structure of cosmic time, and other important aspects of cosmology. Confirming or refuting such predictions requires comparison with observations and analysis of experimental data.

Lagrangian have the next form:

$$L = (C_3R + C_4X)^2 + C_1R + C_2X - V(\varphi);$$

or

$$L = C_1R + C_3^2R^2 + C_2X + 2C_3C_4RX + C_4^2x^2 - V(\varphi);$$

Here C_1, C_2, C_3, C_4 – constants, R – curvature scalar, X – kinetic term of the scalar field, φ – scalar field.

This Lagrangian we rewrite in next form [1]:

$$L = a^3F - a^3F_RR - a^3F_Ru - 6F_R\dot{a}^2a - 6\dot{F}_R\dot{a}a^2 - a^3F_X\left(X - v - \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2\right). \tag{1}$$

We can find the effective speed of sound c_s^2 for this case [2,3]:

$$c_s^2 = \frac{\overline{Fx}}{\overline{Kx}};$$

$$c_s^2 = \frac{C_2 + 2\, C_3C_4R + 2C_4^2X}{C_2 + 2\, C_3C_4R + 6C_4^2X}.$$

The Friedmann equation for this case:

$$H_2 = \frac{k^2}{3}(\rho_r + \rho_m + \frac{C_2+2\, C_3C_4R+6C_4^2X+R+R^2+X}{4M^4(C_2+2\, C_3C_4R+2C_4^2X)}(\varphi)^4 + V(\varphi)); \tag{2}$$

while the fluid and scalar field equations of motion are [4]:

$$\dot{\rho}_r = -3H\gamma_r\rho_r;$$
$$\dot{\rho}_m = -3H\gamma_m\rho_m;$$
$$F = (C_3R + C_4X)^2 + C_1R + C_2X - V(\varphi).$$

Here and after denote F(R, X, φ) as F, and F_R, F_X, F_φ is derivations of F function by R and X respectively. If we consider that *u* depends linearly on a, $\dot{a}$, $\ddot{a}$ and R, then we can write the Lagrangian this way [1]:

$$L = a^3\,[(C_3R + C_4X)^2 + C_1R + C_2X - V(\varphi) - b_1R(2C_3^2R + 2\,C_3C_4X + C_1)] - 6a\dot{a}^2\,(b_1(2C_3^2R + 2\,C_3C_4X + C_1)) - 6a^2\dot{a}[\dot{R}(2C_3^2 + \dot{X}(2\,C_3C_4)] - a^3(2C_3C_4R + 2C_4^2X + C_2); \tag{3}$$

Here b_1, b_2- some constants. A similar result is obtained for *u*(a, $\dot{a}$). So there is no big difference between is linearly depends on R, T or only a, $\dot{a}$. After, we use poin-like Lagrangian, where *u* is some functions of a, $\dot{a}$ only as

$$F\varphi - 3HF_x\dot{\varphi} - [\dot{R}F_{XR} + \dot{X}F_{XX} + \dot{\varphi}F_{X\varphi}]\dot{\varphi} - F_X\ddot{\varphi} = 0;$$
$$V(\varphi)'_\varphi - 3H(2C_3C_4R + 2C_4^2X + C_2)\dot{\varphi} - \left[R(2\,C_3\dot{C_4})] + \dot{X}(2C_4^2)\right]\dot{\varphi} - (2C_3C_4R + 2C_4^2X + C_2)\ddot{\varphi} = 0. \tag{4}$$

And kinetic term of scalar field as

$$X = -\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2.$$

Find the scalar field φ, potential V from (4):

$$V'_\varphi - 3\dot{H}(2C_4^2X + C_2)\dot{\varphi} - 2C_4^2\dot{\varphi}^2\ddot{\varphi} - C_4^2\dot{\varphi}^2\ddot{\varphi} = 0.$$

Here we use exact form as

$$a = a_0t^n;$$
$$V'_\varphi = V_0\varphi^n;$$
$$V_0\varphi^n - 3\varphi_0^3C_2^4m^3(n + m + 1)t^{3m-4} - 3nC_2\varphi_0mt^{m-2} = 0.$$

From here scalar field φ and potential *V*:

$$\varphi = \varphi_{01}t^{\frac{3m-4}{n}} + \varphi_{02}t^{\frac{m-2}{n}}; \tag{5}$$

$$V = V_{01}t^{3m-4} + V_{02}t^{m-2}. \tag{6}$$

For this most general form of the cosmological model with a scalar field the Euler Lagrange equations will have the following very complex form:

$$F - AF_R - (u\dot{a}\frac{a}{3} - 4H)\cdot\dot{F}_R - 2\ddot{F}_R - F_X(X - \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2) = 0.$$

Here

$$A = R - u - \frac{a}{3}u_a + u_{\dot{a}}\dot{a} + u_{\dot{a}a}\dot{a}\frac{a}{3} + u_{\dot{a}\dot{a}}\ddot{a}\frac{a}{3} - 4H + 6H^2;$$
$$F - (R - u - \frac{a}{3}u_a + u_{\dot{a}}\dot{a} + u_{\dot{a}a}\dot{a}\frac{a}{3} + u_{\dot{a}\dot{a}}\ddot{a}\frac{a}{3} - 4H + 6H^2)F_R - (u\dot{a}\frac{a}{3} - 4H)\cdot\dot{F}_R - 2\ddot{F}_R - F_X(X - \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2) = 0.$$

Here:

$$u = u_0a^m\cdot\dot{a}^l.$$

For FRW we can write Ricci scalar as

$$R = u + 6(\dot{H} + 2H^2).$$

We can take

$$F=C_1R + C_2X + (C_3R + C_4X)^2 - V.$$

Scale factor

$$a = a_0t^n;$$

and Hubble parameter as

$$H=\frac{\dot{a}}{a} = \frac{n}{t}.$$

So we have Euler-Lagrange equation as:

$$\begin{gathered}
t^{2mn-m}u_0a_0^{m+l}n^l(C_1+C_3C_4(\varphi_{01}(\frac{3m}{n}-1)t^{\frac{3m}{n}-2} + \varphi_{02}(\frac{m-2}{n})t^{\frac{m-2}{n}-1})^2 - 4C_3^2) + t^{-2}n(12C_1n - 6C_1 + \\
\frac{1}{2}C_2n(\varphi_{01}(\frac{3m}{n}-1)t^{\frac{3m}{n}-2} + \varphi_{02}(\frac{m-2}{n})t^{\frac{m-2}{n}-1})^2 + 6nC_3C_4(\varphi_{01}(\frac{3m}{n}-1)t^{\frac{3m}{n}-2} + \varphi_{02}(\frac{m-2}{n})t^{\frac{m-2}{n}-1})^2) - \\
3t^{4mn-2m}C_3^2u_0^2a_0^{2(m+l)}n^{2l} + 12t^{-4}C_3n(23C_3n - 12C_3n^3 - 6n^2 + 12n^3 + 16n^2C_3 + \\
12C_3) + \frac{1}{4}C_4^2(\varphi_{01}(\frac{3m}{n}-1)t^{\frac{3m}{n}-2} + \varphi_{02}(\frac{m-2}{n})t^{\frac{m-2}{n}-1})^4 - V_{01}t^{3m-4} - V_{02}t^{m-2} + \\
4t^{2m-n-2}u_0a_0^{m+l}n^lC_3(2nC_3 - 12n^2C_3^2 + 3n^2) + \frac{2}{3}t^{3mn+ln-l-m}u_0^2a_0^{2(m+l)}n^2C_3^2(n^{l-1}(l^2 - \\
l)[a_0n(n-1)]a_0^{-1} - ln^l - 1) + 2t^{3m+n-m}u_0^2a_0^{2(m+l)}ln^{2l-1}C_3^2 + t^{mn+ln}u_0a_0^{m+l}ln^l(24C_3^2nt^{-1-l} - \\
12C_3^2t^{-1-l-n} + t^{-l+1}C_3C_4(\varphi_{01}(\frac{3m}{n}-1)t^{\frac{3m}{n}-2} + \varphi_{02}(\frac{m-2}{n})t^{\frac{m-2}{n}-1})^2 + \frac{2}{3}u_0ma_0^{m+l}C_3^2n^lt^{2mn-2n-l+1-m} - \\
4C_3^2(l-1)a_0^{-1}n^{-1}t^{-l-2}[a_0n(n-1)]) + \frac{1}{3}t^{mn+ln-l}a_0^{m+l}n^lC_3C_4(\varphi_{01}(\frac{3m}{n}-1)t^{\frac{3m}{n}-2} + \\
\varphi_{02}(\frac{m-2}{n})t^{\frac{m-2}{n}-1})^2((l^2-l)n^{-2}a_0^{-1}[a_0n(n-1)] - 1) + 48t^{-3}n^2C_3^2(1-2n) - 4t^{-1}nC_3C_4((\varphi_{01}(\frac{3m}{n} - \\
1)t^{\frac{3m}{n}-2} + \varphi_{02}(\frac{m-2}{n})t^{\frac{m-2}{n}-1})^2 + 2(\varphi_{01}(\frac{3m}{n}-1)t^{\frac{3m}{n}-2} + \varphi_{02}(\frac{m-2}{n})t^{\frac{m-2}{n}-1})(\varphi_{01}(\frac{3m}{n}-1)(\frac{3m}{n}-2)t^{\frac{3m}{n}-3} + \\
\varphi_{02}(\frac{m-2}{n})(\frac{m-2}{n}-1)t^{\frac{m-2}{n}-2})) + 8t^{-3+mn+ln-l}u_0a_0^{m+l}C_3^2n^{l+1}l(2n-1) - 4C_3C_4((\varphi_{01}(\frac{3m}{n}-1)(\frac{3m}{n} - \\
2)t^{\frac{3m}{n}-3} + \varphi_{02}(\frac{m-2}{n})(\frac{m-2}{n}-1)t^{\frac{m-2}{n}-2})^2 + (\varphi_{01}(\frac{3m}{n}-1)t^{\frac{3m}{n}-2} + \varphi_{02}(\frac{m-2}{n})t^{\frac{m-2}{n}-1})(\varphi_{01}(\frac{3m}{n}-1)(\frac{3m}{n} - \\
2)\left(\frac{3m}{n}-3\right)t^{\frac{3m}{n}-4} + \varphi_{02}(\frac{m-2}{n})(\frac{m-2}{n}-1)(\frac{m-2}{n}-2)t^{\frac{m-2}{n}-3})) = 0.
\end{gathered} \tag{7}$$

Conclusion

In this paper, we have considered extended modified gravity with curvature, scalar and their kinetic terms. This is a modification of Starobinsky gravity. We have shown that here exists solution and find the Euler-Lagrange equation for power-law model.

This research has been funded by AP19175860 «Исследование уравнения Монжа-Ампера геометрическими методами теории солитонов и его применение к решению физических задач»

Bibliography

1. Inflation from the Symmetry of the Generalized Cosmological Model. - K. Yerzhanov, G. Bauyrzhan, A. Altaibayeva, R. Myrzakulov, Autumn – 2021, p. 5 – 9.

2. Models of coupled dark matter to dark energy. - A. Pourtsidou, C. Skordis and E. J. Copeland, 2013, p. 6-7, (arXiv:1307.0458v2)

3. The Parameterized Post-Friedmannian Framework for Interacting Dark Energy Theories. - C. Skordis, A. Pourtsidou, E. J. Copeland, 2015, p. 5-7, (arXiv:1502.07297v2)

4. Scaling solutions as Early Dark Energy resolutions to the Hubble tension. - Edmund J. Copeland, Adam Moss, Sergio Sevillano Munoz, Jade M. M. White, 2023, p. 3, p. 13, (arXiv:2309.15295v1)

УДК 524.834

РЕКОНСТРУКЦИЯ И ИЗУЧЕНИЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В МУЛЬТИПОЛЕВЫХ ТЕОРИЯХ ГРАВИТАЦИИ

Даулетова Аяжан Даулетовна
Ay.zh.an.daulet@gmail.com
Студент бакалавриата4 курса кафедры <<Релятивистская космология>>
Евразийского национального университета Им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель - Цыба П.Ю.

Модель, расматриваемая в этой работе, излагается действием фермионного поля, которое неминимально связано со скаляром вращения

$$L=\int d^4x\sqrt{-g}\left\{F(\Psi)T+\frac{i}{2}\left[\bar{\psi}\Gamma^{\mu}\left(\overrightarrow{\partial_{\mu}}-\Omega_{\mu}\right)\psi-\bar{\psi}\left(\overleftarrow{\partial_{\mu}}+\Omega_{\mu}\right)\Gamma^{\mu}\psi\right]-V(\Psi)\right\} \quad (1)$$

где T - скаляр вращения, ψ и $\bar{\psi}=\psi^{+}\gamma^{0}$обозначают спинорное поле и сопряженное с ним, причем крестик представляет комплексное сопряжение. F(Ψ) и V (Ψ) являются общими функциями, представляющими связь с гравитацией и потенциал самовзаимодействия фермионного поля соответственно. В этом исследовании, поскольку мы фокусируемся на эффекте фермионного поля в контекстем телепараллельной гравитации, мы можем пренебречь вкладом обычной материи. Отметим, что действие в (1) полностью эквивалентно стандартной общей теории относительности с фермионным полем, где минимально связано со скаляром Риччи. В нашей работе для простоты мы предполагаем, что F и V зависят только от функций билинейного $\Psi=\bar{\psi}\psi$. Кроме того, в описанном выше действии Ωμ является спиновым соединением $\Omega_{\mu}=-\frac{1}{4}g_{\sigma\nu}\left[\Gamma^{\nu}_{\mu\lambda}-e^{\nu}_{b}\partial_{\mu}e^{b}_{\lambda}\right]\Gamma^{\sigma}\Gamma^{\lambda}$ с $\Gamma^{\nu}_{\mu\lambda}$ обозначает стандартную связь Леви-Чивиты $\Gamma^{\mu}=e^{\mu}_{a}\gamma^{a}.\gamma^{\mu}$ являются матрицами Дирака.

Здесь мы рассмотрим простейшую однородную и изотропную космологическую модель ФРУ, пространственно плоская метрика которой задается формулой

$$ds^2=dt^2-a^2(t)[dx^2+dy^2+dz^2] \quad (2)$$

где a(t) - масштабный коэффициент Вселенной. В телепараллельной гравитации скаляр кручения, соответствующий метрике ФРУ (2), принимает форму $T=-\frac{6\dot{a}^2}{a^2}$, где точка представляет дифференциацию по отношению к космическому времени t ([1]). Учитывая уравнении (2), получим точечный лагранжиан из действия (1)

$$L=6Fa\dot{a}^2-\frac{ia^3}{2}\left(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi}-\dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi\right)+a^3V \quad (3)$$

здесь из-за однородности и изотропии метрики предполагается, что спинорное поле зависит только от времени, т.е. $\psi=\psi(t)$. Уравнения Дирака для спинорного поля ψ и сопряженного с