РУХАНИ ЖАҢҒЫРУ

20 АСТАНА

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»

12th April 2018, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2018»
атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2018»

PROCEEDINGS
of the XIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2018»

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

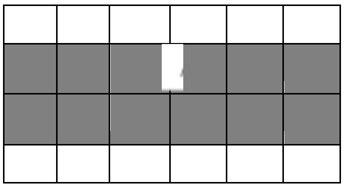
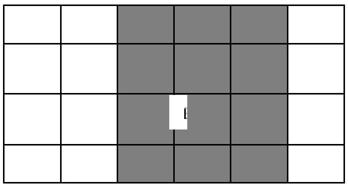
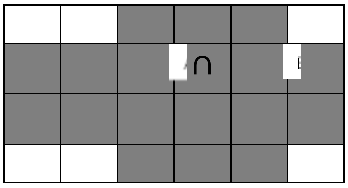
The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

10а-сурет 10б-сурет 10в-сурет

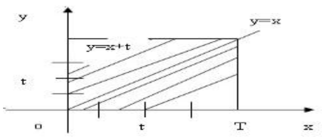
Жоғарыда көрсетілген формулалардың қорытындылары оқушылар үшін қолжетімді, олардың мағынасын түсіну қиындық тудырмайды және бұл оқушыға әр түрлі есептерді шығаруға мүмкіндік береді.

Есеп. Егер дабылқақыш белгілі бір орталықта t уақыт ішінде сәйкес екі радиолакаторлы бекеттен дабыл алса ғана автодиспетчер орталығының дабылқақышы ұшақтың жақындауын жариялайды.Егер кез келген Т уақыт аралығында орталық бірінші және екінші бекеттен дабыл алса, онда ұщақтың жақындауын Т уақытта анықталуының ықтималдығы қандай ?

Шешуі. Бірінші бекеттен түсу ықтималдығын х деп, ал екінші бекеттен түсу ықтималдығын у деп белгілейміз. Әрине $0 \leq x \leq T$, $0 \leq xy \leq T$ болады. $y > x$ және $y - x < t$ немесе $x > y$ және $x - y < t$ болғанда ғана авидиспетчер орталығының дабылы ұшақтың жақындауын жариялайды. Геометриялық түрде теңсіздіктер жүйесін шешудегі жиындардың бірігуін білдіреді. (11-сурет)

Ұшақтың жақындауын анықтау ықтималдығы 11- суретте боялған фигураның ауданының Т жағындағы шаршының ауданына қатынасымен есептеледі:

$$P = \frac{t(2T - t)}{T^2}$$



11- сурет

Ықтималдықтар теориясының заңдарын дәлелдеуге, ықтималдықты есептерді шығаруда көрнекіліктің қолданылуы оқушылардың қызығушылығын оятып, кездейсоқ оқиғалардағы заңдылықтарды іздестіруге ықпалын тигізеді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. А.И.Волковец, А.Б.Гуринович. Теория вероятностей и математическая статистика, 2003
2. А.В. Печинкин, О.И. Тескин, Г.М. Цветкова и др. Теория вероятностей, 2004
3. В.А. Колемаев, В.Н. Калинина, В.И. Соловьев, В.И. Малыхин, А.П. Курочкин. Теория вероятностей в примерах и задачах, 2001

ӘОЖ 372.851

ПАРАМЕТРГЕ БАЙЛАНЫСТЫ ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ШЕШУ ТУРАЛЫ

Налибекова Фариза
Fara_100nu@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті магистранты
Ғылыми жетекшісі - Тілеулесова Ағила Балтабайқызы

Теңсіздіктердің математика ғылымында алатын орны ерекше. Заттарды санауға байланысты және әртүрлі шамаларды салыстыру қажеттілігінен теңдік ұғымы пайда болды. Бұл ұғыммен қатар «артық» және «кем» ұғымы шыққан. Теңсіздіктердің қазіргі кездегі таңбалары тек XVII-XVIII ғасырларда ғана пайда болды. Ежелгі гректер теңсіздік ұғымын пайдалана білген. Ағылшын математигі Т.Гарриот (1560-1621) және француз математигі П.Буге (1698-1758) «және» таңбаларын енгізді ([1-3]).

Бұл теорияның негізі мектеп математикасынан басталады. Санды теңсіздік пен бір айнымалысы бар сызықты теңсіздіктер, бір айнымалысы бар екінші дәрежелі теңсіздіктер, иррационал теңсіздіктер, одан кейін логарифмдік, көрсеткіштік және тригонометриялық теңсіздіктерді оқытады. Расында да теңсіздіктер арқылы шама, санның модулі, шек және тағы басқа математикалық ұғымдар енгізіледі.

Мысалы, бастапқы жылдамдығы v_0 м\с болатын дене жоғарыға тік лақтырылған болсын. Қанша секундтан кейін ол h метр биіктікте болады?

Жоғарыға тік лақтырылған дененің t уақыттан кейін қандай биіктікте болатындығы $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ формуламен есептелетіндігі мектептегі физика пәнінен белгілі. Мұнда есептің мағынасына сәйкес $v_0 \geq 0, h \geq 0, t \geq 0.$ Сонда t -ға қарағанда келесі квадрат теңдеуді аламыз:

$gt^2 - 2v_0 t + 2h = 0$

Бұл теңдеудің шешімі $D/4 = v_0{}^2 - 2gh$ дискриминантының таңбасына байланысты.

Егер $0 \leq v_0 \leq \sqrt{2gh}$ теңсіздігі орындалса, онда $D \leq 0$ болады. Бұл жағдайда есептің шешімі болмайды. Себебі бастапқы жылдамдық денені h метр биіктікке көтеру жеткіліксіз болады.

Егер $v_0 = \sqrt{2gh}$ орындалса онда $D = 0$ болады, яғни теңдеудің бір шешімі болады: $t = v_0 / g$. Бұл жағдайда дене $t = v_0 / g$ уақыттан кейін h метр биіктікке көтеріледі де, бірден құлай бастайды.

Егер $v_0 \geq \sqrt{2gh}$ орындалса, онда $D \geq 0$ болады. Олай болса есептің екі шешімі $t_1 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0{}^2 - 2gh}}{g}$, $t_2 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0{}^2 - 2gh}}{g}$ болады, себебі Виет теоремасына сәйкес. $t_1 + t_2 = \frac{2v_0}{g} > 0$, $t_1 \cdot t_2 = \frac{2h}{g} > 0$.

Бұл жағдайда дене көтерілген кезде және құлай бастағанда h метр биіктікте екі рет болып өтеді. Қарастырылып отырған есепте v_0 және h шамалары параметр ретінде қарастырылды. Ол параметрдің өзгеру облысы оң нақты сандар жиыны болды.

Олай болса параметрі бар теңсіздіктерді шығару және зерттеу практикалық қажеттіліктен туындайды.

Егер кейбір параметрлі (мысалы, $ax > b$, $ax < b$, $ax^2 + bx + c > 0$ немесе $ax^2 + bx + c < 0$ мұндағы x -айнымалы және a, b, c -сандар, $a \neq 0$) теңсіздіктерді еске түсірсек, онда оның түбірлерін іздегенде теңсіздікке қатысатын басқа айнымалылар берілген және белгілі деп есептейміз. Түрлі әдебиеттерде осы айтылған басқа айнымалылардың белгіленген және берілген деген мәндері қандай болуы мүмкін деген сұрақ қарастырылады. Орта мектепке арналған математика оқулықтарында параметрдің анықтамасы берілмеген, сондықтан оның мына қарапайым анықтамасын беруді жөн көрдік.

Анықтама 1. Параметр деп қарастырылатын есепте мәні белгіленген немесе кез келген нақты сан болатын, не берілген жиында жататын тәуелсіз айнымалыны атайды. Мұндағы параметрдің тәуелсіздігі есеп шартынан шығатын қасиеттерге бағынбайтындықтан көрсетеді.

Анықтама 2. ([5], 16-17 бет) Теңсіздікті шешу кезінде кейбір коэффиценттер нақты сандармен берілмей, $a,b,c,...,k$ әріптерімен берілсе, онда теңсіздік *параметрлі* деп аталады.

Ал кейбір Ресей оқулықтарында ([6], 160 бет) параметрлі теңсіздіктің анықтамасы мына түрде беріледі:

Анықтама 3. Егер a -ның әрбір нақты мәні үшін $f(x,a)>0$ ($f(x,a)\geq 0$) немесе $f(x,a)<0$ ($f(x,a)\leq 0$) теңсіздігін x айнымалысына байланысты шешу есебі қойылса, онда мұндай теңсіздікті *параметрлі теңсіздік* деп атайды.

Мұндай теңсіздікті шешу дегеніміз a параметрінің әрбір мәні үшін теңсіздікті қанағаттандыратын x айнымалысының мәнін табу деген сөз. Басқаша айтқанда,

1. Параметрдің қандай мәнінде теңсіздіктің түбірлері бар және параметрдің мәндеріне байланысты оның түбірлерінің жиынын анықтау;
2. Теңсіздіктің барлық түбірлерін айқын түрде көрсету және олардың әрқайсысы үшін параметрдің мәндерін көрсетіп, дәл осы параметрдің мәндері үшін теңсіздіктің түбірі болатынын көрсету.

Жалпы параметрлі есептерді шешу қарастырылатын есептерде қойылған сұрақтарға байланысты. Мысалы: параметрлі теңсіздікті не теңдеуді шешу мәселесін қарастырғанда параметрдің кез келген мәні үшін немесе параметрдің белгілі бір дербес мәні үшін, тіпті кейде параметрдің берілген жиындағы мәндері үшін дәлелді шешімін көрсету керек.

Егер теңсіздікті шешу есебінде параметрдің берілген шартқа бағынатын мәндерін табу керек болса, онда тек қана сондай мәндерін ғана табу есептің шешімі болады. Параметрлі теңсіздіктердің негізгі типтері орта мектеп бағдарламасында негізінен бір параметрге тәуелді теңсіздіктер қарастырылады, сондықтан біз сондай теңсіздіктердің классификациясын қарастырамыз. Мектеп математикасындағы ең күрделі де, қиын тараулардың бірі болғандықтан, параметрлі теңсіздіктерді шешуді әдістемелік жағынан жеңілдету үшін оны қиындығы өсу бағытында сатылай үйретуге немесе оларды алдын-ала белгілі бір (есептің берілуіне байланысты) түрлерге бөлу арқылы үйретуге болады деп есептейміз. Сонымен, жалпы параметрлі теңсіздіктердің негізгі түрлері қандай болады деген сұраққа жауап берейік.

1. Параметрдің кез келген мәндері үшін немесе алдын-ала белгілі жиынға жататын мәндері үшін шешілетін теңдеулер, теңсіздіктер және олардың жүйелері. Теңсіздіктің бұл түрі «Параметрлі есептерді шешу» тақырыбының негізі болып табылады.

Мысал 1. Параметрдің кез келген мәні үшін $3(2a-x)<ax+1$ теңсіздігін шешу керек.

Шешуі. Берілген теңсіздікті келесі түрге келтірейік. $(6a-1)-x(a+3)<0$.

Мұнда $a=-3$ параметрдің сезікті мәні. Олай болса, келесі 1) $a<-3$, 2) $a=-3$, 3) $a>-3$ жағдайларын қарастырайық.

1) Егер $a+3<0$ немесе $a<-3$ болса, онда $x<\dfrac{6a-1}{a+3}$;
2) Егер $a+3=0$ немесе $a=-3$ болса, онда $x\in R$;
3) Егер $a+3>0$ немесе $a>-3$ болса, онда $x>\dfrac{6a-1}{a+3}$;

Жауабы. $a<-3$, $x<\dfrac{6a-1}{a+3}$; $a=-3$, $x\in R$; $a>-3$, $x>\dfrac{6a-1}{a+3}$.

2. Параметрдің мәніне байланысты теңдеулер, теңсіздіктер және олардың жүйелерінің шешімдерінің санын анықтауға берілген есептер.

Мысал 2. a параметрінің қандай мәнінде $(x-a)(x-2)\leq 0$ теңсіздігінің жалғыз шешімі болады?

Шешуі. $x = a;\ x = 2$. Яғни $a = x = 2,\ a = 2$. Мұнда $a = 2$ параметрдің сезікті мәні. Олай болса, келесі 1) $a < 2$, 2) $a = 2$, 3) $a > 2$ жағдайларын қарастырайық.

1) Егер $a < 2$ болса, онда $x \in [a; 2]$;
2) Егер $a = 2$ болса, онда $x = 2$;
3) Егер $a > 2$ болса, онда $x \in [2; a]$;

Жауабы. $a = 2$.

3. Параметрдің ізделінді мәні үшін теңдеулер, теңсіздіктер және олардың жүйелерінің шешімдері белгілі бір шарттарды қанағаттандыратын теңдеулер, теңсіздіктер және олардың жүйелерін шешу.

Мысал 3. $(x - 3a)(x - a - 3) < 0$ теңсіздіктің шешімі $1 \le x \le 3$ аралығында $x-$ тың мәндерін қамтитын a параметрінің мәнін анықтаңыз.

Шешуі. Берілген теңсіздіктің шешімі $(3a; a+3)$ немесе $(a+3; 3a)$ аралығының бірінде жатады. Есептің шарты бойынша бұл аралықтардың әрқайсысы $[1;3]$ кесіндісін қамту керек. Сондықтан параметрдің ізделетін мәні келесі жиынның шешімі болады.

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}3a < 1,\\ 3 < a+3,\end{cases}\\ \begin{cases}a+3 < 1,\\ 3 < 3a.\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a < \dfrac{1}{3},\\ a > 0,\end{cases}\\ \begin{cases}a < -2,\\ a > 1.\end{cases}\end{array}\right.$$

Жауабы. Бұл жиынның шешімі келесідей болады: $0 < a < \dfrac{1}{3}$.

Бұл тәсіл параметрден тәуелсіз стандартты теңсіздіктерді шешу жолдары арқылы шешу болып табылады. Аналитикалық тәсіл ең қиын да, күрделі болғандықтан оны меңгеру үшін оқушыдан жоғары математикалық сауаттылықты талап етеді, себебі бұл әдісті қолданғанда параметрдің барлық мүмкін болатын мәндерін зерттеу қажет. Егер параметрге белгілі бір шарт қойылса, онда оның берілген шартты ғана қанағаттандыратын мәндері үшін теңсіздікті шешеміз.

Мысал 4. a параметрінің $-1; 0; 1; 2; 3$ мәндері үшін $2a(a-2)x \ge a-2$ теңсіздігін шешу қажет болса, онда ол мына теңсіздіктер үйірін $6x \ge -3$, егер $a = -1$; $0 \cdot x \ge -2$, егер $a = 0$; $-2x \ge -1$, егер $a = 1$; $0 \cdot x \ge 0$, егер $a = 2$ $6x \ge 1$, егер $a = 3$ шешумен бірдей.

Егер параметрге белгілі бір шарт қойылса, онда ол параметрдің қабылдайтын мәндерінің жиыны деп барлық нақты сандар жиынын қарастырамыз.

Сонымен, параметрі $2a(a-2)x \ge a-2$ түріндегі теңсіздікті шешу дегеніміз теңсіздіктен параметрдің нақты сандар жиынынан алынған әрбір мәні үшін теңсіздікті шешу деген сөз. Параметрдің барлық мұндай мәндері (шексіз көп болғандықтан) үшін шексіз көп теңсіздіктер үйірін жазу мүмкін емес. Бірақ параметрдің мәндерін белгілі бір қасиеттеріне байланысты жиыншаларға бөлу арқылы, теңсіздікті әрбір осындай жиыншаларда шешуге болады. Енді параметрдің мәндерін қандай белгілерге қарап, жоғарыда айтылған жиындарға бөлуге болады?

Параметрдің қандай мәнінде берілген теңсіздік сапалық өзгеріске ұшырайды, соны тексеру қажет. Параметрдің мұндай мәндерін шартты түрде *«сезікті»* мәндер деп атайық. Бұл ұғымға ешқандай оқулықтарда анықтама берілмегендіктен, оны қалай анықтауға болады және ол арқылы параметрдің мәндерінің жиынын қалай жиыншаларға бөлуге болады деген сұраққа жауап беру үшін келесі мысалды қарастырайық.

Мысал 5. $2a(a-2)x \ge a-2$ теңсіздігін шешу керек.

Шешуі. Бұл теңсіздікте параметрдің сезікті мәні ретінде, x-тің коэффициентін нөлге айналдыратын мәндерін алуға болады. Себебі, $a=0$ және $a=2$ болғанда, кәдімгі бірінші дәрежелі теңсіздік шешкендей x-ті табу үшін теңсіздіктің оң жағындағы өрнекті $2a(a-2)$–ге бөлуге болмайды. Ал, егер $a \neq 0, a \neq 2$ болса, онда мұндай бөлу амалы орындалады. Сондықтан параметрдің барлық мәндерін мынадай $A_1 = \{0\}$, $A_2 = \{2\}$ және $A_3 = (-\infty; 0) \cup (0; 2) \cup (2, +\infty)$ жиындарына бөлуге болады. Сосын осы жиындардың әрқайсысында берілген теңсіздікті шешеміз.

Мұнда $a=0$ және $a=2$ параметрдің сезікті мәндері. Олай болса, келесі 1) $a<0$, 2) $a=0$, 3) $0<a<2$, 4) $a=2$, 5) $a>2$ жағдайларын қарастырайық.

1) Егер $a<0$ болса, онда $2ax \le 1 \Rightarrow x \ge \dfrac{1}{2a}$;
2) Егер $a=0$ болса, онда $0 \ge -2 \Rightarrow x \in R$;
3) Егер $0<a<2$ болса, онда $2ax \le 1 \Rightarrow x \le \dfrac{1}{2a}$;
4) Егер $a=2$ болса, онда $0 \ge 0 \Rightarrow x \in R$;
5) Егер $a>2$ болса, онда $2ax \ge 1 \Rightarrow x \ge \dfrac{1}{2a}$;

Жауабы. $a \in (0;2)$, $x \ge \dfrac{1}{2a}$; $a=0$ немесе $a=2$, $x \in R$; $a \notin (0;2)$, $x \le \dfrac{1}{2a}$.

Жалпы алғанда теңсіздіктер математикада аса зор роль атқарады. Теңдеулерді зерттеу, жуық есептеулер, үздіксіз бөлшектер, иррационал сандар теориясы, сандар теориясы, сан қатарлары т.б. теңсіздіктің қасиетіне сүйенеді. Жоғары мектептегі математикалық анализ курсында функциялардың максимумы мен минимумы яғни экстремал есептерді шешуде теңсіздіктер кең түрде қолданылады.

Теңсіздіктер теориясы оқушылардың логикалық ойлау қабілетін дамыта алатындай өз алдына ғылыми- педагогикалық маңызы бар орта мектептегі негізгі оқу материалы болып табылады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Колмогоров А. Н. және т. б. Алгебра және анализ бастамасы. 9 және 10 сыныптарға арналған қосымша оқулық. – М.: « Просвещение », 1984
2. Алгебра : учеб. для 9 кл. с углуб. изуч. матем. Под ред. Н.Я.Виленкина – М.: « Просвещение », 2003
3. Алгебра: учеб. для 11 кл. с углуб. изуч. матем. Под ред. Н. Я.Виленкина – М.: « Просвещение », 2004
4. Темірғалиев Н., Әубәкір Б., Баилов Е., Потапов М.К., Шерниязов Қ. Алгебра және анализ бастамалары, 10-11 кл. – Алматы: « Жазушы », 2002
5. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе. – М.: « Просвещение », 2002