EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY

БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

Республикалық ғылыми-практикалық конференция
«Математикалық және компьютерлік модельдеудің заманауи мәселелері Қазақстанның цифрлы индустриясының дамуы жағдайында»
3-5 мамыр 2018 жыл, Астана, Қазақстан

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

Республиканская научно-практическая конференция
«Современные проблемы математического и компьютерного моделирования в условиях развития цифровой индустрии Казахстана»
3-5 мая 2018 года, Астана, Казахстан

ӘОЖ 004+519+316
КБЖ 22
М 49

В подготовке Сборника принимали участие:
Адамов А.А., Нугманова Г.Н., Сергибаев Р.А., Байдавлетов А.Т.

Математикалық және компьютерлік моделдеудің заманауи мәселелері Қазақстанның цифрлы индустриясының дамуы жағдайында: Республикалық ғылыми-практикалық конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ = Современные проблемы математического и компьютерного моделирования в условиях развития цифровой индустрии Казахстана: СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ Республиканской научно-практической конференции. Қазақша, орысша, ағылшынша. – Астана, 2018, 161 б.

ISBN 978-601-337-014-9

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және ғалымдардың механика, математика, математикалық және компьютерлік моделдеу, математиканы оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

В Сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и ученых по актуальным вопросам механики, математики, математического и компьютерного моделирования и методики преподавания математики.

Тексты докладов представлены в авторской редакции

ISBN 978-601-337-014-9 ӘОЖ 004+519+316
КБЖ 22.1

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ СИММЕТРИЧЕСКИХ ЦИРКУЛЯНТНЫХ МАТРИЦ

Калиев П.У.
Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
E-mail: p.kaliyev@gmail.com

Рассмотрим - диагональную симметрическую циркулянтную матрицу порядка $N \geq 2n+1$, $(n \geq 1)$,

$$A_N = \mathrm{circ}(b_n, b_{n+1}, \ldots, b_{2n}, 0, \ldots, , b_0, , \ldots, b_{n-1}), \tag{1}$$

где

$$b_i = \sum_{s=0}^{i} (-1)^s C_{2n+2}^s (1+i-s)^{2n+1}, \; i = 0,1,\ldots,2n. \tag{2}$$

Такие матрицы возникают при построении интерполяционных сплайнов дефекта 1 на равномерной сетке [1]. Для кубических сплайнов используются трехдиагональные циркулянтные матрицы при n=1, некоторые свойства таких матриц приводятся в работе [2]. В данной работе ставится задача нахождения элементов обратной матрицы для (2n+1)- симметрической циркулянтной матрицы, заданной формулами (1), (2) для n>1.

Пусть

$$A_N^{-1} = \mathrm{circ}(a_1^N, a_2^N, \ldots, a_N^N) \tag{3}$$

матрица, обратная циркулянтной матрице A_N. Необходимо получить явные выражения для элементов A_N^{-1}. Из уравнения $A_N^{-1} \cdot A_N = E$, где E - единичная матрица порядка N, имеем систему:

$$\left.\begin{array}{l}
\displaystyle\sum_{i=1}^{n+1} a_i^N b_{n-i+1} + \sum_{i=1}^{n} a_{N-n+i}^N b_{i-1} = 1, \\
\displaystyle\sum_{i=1}^{n+j} a_i^N b_{n-i+j} + \sum_{i=1}^{n-j+1} a_{N-n+i+j-1} b_{i-1} = 1, \; j = 2,3,\ldots,n, \\
\displaystyle\sum_{i=1}^{2n} a_{i+j-n-1}^N b_{2n+1-i} = 0, \; j = n+1, n+2, \ldots, N-n, \\
\displaystyle\sum_{i=1}^{j-N+n} a_i^N b_{j-N+n-i} + \sum_{i=1}^{N+n-j+1} a_{j-n+i-1}^N b_{i-1} = 1, \; j = N-n+1, N-n+2, \ldots, N.
\end{array}\right\} \tag{4}$$

Сопоставим матрице A_N характеристический полином $P_n(x) = \sum_{i=0}^{2n} b_i x^i$,

который известен в литературе как полином Эйлера. Корни w_l, $l=1,2,\ldots,2n$, этих полиномов вещественны, отрицательны и различны [3,4]. Пусть $|w_l| < 1$, $l = 1,2,\ldots,n$ и $-1 < w_n < \ldots < w_1 < 0$, тогда $w_l \bullet w_{2n+1-l} = 1$. С возрастанием n все эти корни сдвигаются влево по направлению к (-1), $\lim\limits_{n \Rightarrow \infty} w_n = -1$, однако всегда $w_n \neq -1$, т.е. $P_n(-1) \neq 0$ [3]. Будем искать a_i^N в виде $a_i^N = \sum_{l=1}^{2n} c_l w_l^{i-1}$, где c_l^N - коэффициенты, которые необходимо определить.

Подставив это выражение в (4) и учитывая, что $P_n(w_l) = 0$, получаем систему из 2n уравнений с 2n неизвестными c_l^N:

$$\sum_{l=1}^{2n} c_i^N \left[\sum_{i=1}^{n+j+1} b_{n-i+j+1} w_i^{i-1} + \sum_{i=1}^{n-j} b_{i-1} w_l^{\,N-n+i+j-1} \right] = 0,\ \mathrm{j = 1,2,...,n\text{-}1},$$

$$\sum_{l=1}^{2n} c_l^N \left[\sum_{i=1}^{j-n+1} b_{j-n-i+1} w_l^{i-1} + \sum_{i=1}^{3n-j} b_{i-1} w_l^{\,N-3n+i+j-1} \right] = 0,\ \mathrm{j=n,n+1,\ldots,2n\text{-}1},$$

$$\sum_{l=1}^{2n} c_l^N \left[\sum_{i=1}^{n+1} b_{n-i+1} w_l^{i-1} + \sum_{i=1}^{n} b_{i-1} w_l^{N-n+i-1} \right] = 1,$$

Далее, учитывая, что $b_{i-1}=b_{2n+1-i}$, i = 1,2,...,n, преобразуем выражения в левой части первых (n-1) уравнений системы к виду:

$$\sum_{l=1}^{2n} c_l^N \left[\sum_{i=-n+j+1}^{n+j+1} b_{n-i+j+1} w_l^{i-1} + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{n-j} b_{i-1} w_l^{N-n+i+j-1} - \sum_{i=1}^{n-j} b_{2n+1-i} w_l^{-n+i+j-1} \right] =$$

$$= \sum_{l=1}^{2n} c_l^N \left[P_n(w_l) - (1-w_l^N) \sum_{i=1}^{n-j} b_{i-1} w_l^{\,i-1} \right] w_l^{j-n}, \quad \mathrm{j=1,2,\ldots,n\text{-}1}.$$

Аналогично

$$\sum_{l=1}^{2n} c_l^N \left[\sum_{i=1}^{j-n+1} b_{j-n-i+1} w_l^{i-1} + \sum_{i=1}^{2n+1} b_{i-1} w_l^{N-3n+j+i-1} - \right.$$

$$\left. - \sum_{i=3n-j+1}^{2n+1} b_{i-1} w_l^{N-3n+j+i-1} \right] = \sum_{l=1}^{2n} c_l^N \left[w_l^{N-3n+j} P_n(w_l) + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=1}^{j-n+1} b_{j-n-i+1} w_l^{i-1} - \sum_{i=1}^{j-n+1} b_{3n+i-j-1} w_l^{N+i-1} \right] =$$

$$= \sum_{l=1}^{2n} c_l^N (1 - w_l^{\,N}) \sum_{i=1}^{j-n} b_{j-n-i+1} w_l^{i-1},\ \mathrm{j = n,n+1,\ldots,2n}.$$

Обозначив $a_l = c_l^N (1 - w_l^N)$, отсюда получаем систему уравнений

$$\sum_{l=1}^{2n} [a_l \sum_{i=1}^{n-j} b_{i-1} w_l^{i-1}] w_l^{j-n} = 0,\ \mathrm{j = 1,2,...,n\text{-}1},$$

$$\sum_{l=1}^{2n} [a_l \sum_{i=1}^{j-n+1} b_{j-n-i+1} w_l^{i-1}] = 0,\ \mathrm{j = n,n+1,...,2n\text{-}1},$$

$$\sum_{l=1}^{2n} [a_l \sum_{i=1}^{n+1} b_{n-i+1} w_l^{i-1}] = 1,$$

которая, как не трудно видеть, эквивалентна системе

$$\sum_{l=1}^{2n} a_l w_l^{j-n} = 0,\ \mathrm{j = 1,2,...,2n\text{-}1},$$

$$\sum_{l=1}^{2n} a_l w_l^{n} = 1. \qquad (5)$$

Определитель полученной системы представляет собой определитель Вандермонда, а ее решение записывается в виде

$$a_l = \frac{w_l^{n-1}}{\prod\limits_{\substack{j=1\\ j\neq 1}}^{2n}(w_l - w_j)}, \ l = 1,2,...,2n.$$

Таким образом,

$$c_l^N = a_l/(1-w_l^N),$$

и поэтому

$$a_i^N = \sum_{l=1}^{2n} \frac{w_l^{n+i-2}}{(1-w_l^N)\prod\limits_{\substack{j=1\\ j\neq l}}^{2n}(w_l - w_j)}, \ i = 1,2,...,N. \quad (6)$$

Учитывая равенство $w_l \bullet w_{2n+1-l} = 1$, нетрудно показать, что

$$a_i^N = \sum_{l=1}^{2n} c_l^N (w_l^{i-1} + w_l^{N-i+1}), \ i = 1,2,...,N. \quad (7)$$

В дальнейшем будет удобно ввести величины a_i^N при i = -n+2,-n+3,...,0,N+1,N+2,...,N+n+1, определяемые также формулой (6). Тогда из (5) и (7) получаем следующие свойства:

$a_i^N = a_{N-i+2}^N$, i = -n+2, -n+3,...,0,...,N+n,

$a_i^N = a_{i+N}^N$, i= -n+2, -n+3,...,0,...,n,

$a_{n+1}^N - a_{n+1+N}^N = 1.$

Полученные явные выражения a_i^N, i=1,2,…,N элементов обратной матрицы симметрической циркулянтной матрицы (2n+1) порядка можно использовать для получения точных поточечных оценок погрешности приближения сплайнами нечетной степени на равномерной сетке.

Список литературы

1. FYFE D.J. Linear dependence relations connecting equal interval N-th degree splines and their derivatives. //J. Inst. Math. Appl. – 1971 – Vol. 7, №3. –P.398-306.
2. Мирошниченко В.Л. Некоторые свойства трехдиагональных матриц и их применение к теории кубической сплайн-интерполяции. //Методы сплайн-функций. – Новосибирск.- 1975. –Вып.65: Вычислительные системы. –С. 29-49.
3. Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. Сплайны в вычислительной математике. – М.: Наука, 1976. –248с.
4. Соболев С.Л. О корнях многочленов Эйлера. //ДАН СССР. – 1977. – Т. 235, №2. –С. 277-280.

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЛОКОМОТИВА В РАМКАХ СИМУЛЯЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СРЕДЫ

Кантарбаев Б.А.

Магистрант 2-ого курса ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

bk.batyrbek@gmail.com

Аннотация

Моделирование и симуляции – методики, которые позволяют искусственно воспроизвести реальные ситуации для обеспечения максимального уровня безопасности и эффективности в процессах обучения. Посредством использования симуляторов возможно облег-