ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуы аясында өтетін «МЕХАНИКА ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАНЫҢ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясы

БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

Республиканской научно-методической конференции «АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ И МАТЕМАТИКИ», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева

2016 жыл 14-15 қазан

Астана

ӘОЖ 531:510 (063)
КБЖ 22
М 49

В подготовке Сборника к печати принимали участие:
Джайчибеков Н.Ж., Ибраев А.Г., Бургумбаева С.К., Бостанов Б.О.

«Механика және математиканың өзекті мәселелері» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ. Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуына арналған = «Актуальные вопросы механики и математики», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им.Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилев. СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ Республиканской научно-методической конференции. Қазақша, орысша. – Астана, 2016, 292 б.

ISBN 998-601-301-808-9

Жинаққа студентердің, магистранттардың, докоранттардың және ғалымдардың механика, математика, математикалық және компьютерлік модельдеу, механика және математиканы оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

В Сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и ученых по актуальным вопросам механики, математики, математического и компьютерного моделирования и методика преподавания механики и математики.

Тексты докладов печатаются в авторской редакции

ISBN 998-601-301-808-9 ӘОЖ 531:510 (063)
КБЖ 22

СЕКЦИЯ 4

МЕХАНИКА ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

УДК 519.95

ОБ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ПУНКТАМИ

Адамов А.А., Заурбек И.С.
adam1955@mail.ru, Zaurbek_is@enu.kz
ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Абстракт.

В работе разработан алгоритм и составлена программа нахождения оптимального плана транспортной задачи с промежуточными пунктами, которая является обобщением классической транспортной задачи.

Введение.

Классическая транспортная задача известна как задача Монжа-Канторовича. Гаспар Монж [1] сформулировал классическую транспортную задачу в 1781 году. Л.В. Канторович [2] развил теорию и положил начало линейному программированию. Предлагаемый в работе алгоритм основан на возможности сведения поиска оптимального плана обобщенной задачи к решению классической транспортной задачи.

Транспортная задача в классическом понимании является задачей о нахождении оптимального плана перевозок однородных продуктов из источников к стокам. Обозначим через mколичество источников,а через n – количество стоков. Положим, что объем поставок-го источника равна $S_i > 0$ для $i = \overline{1,m}$, а объем потребления j-го стока равна $D_j > 0$ для $j = \overline{1,n}$. Пусть стоимость перевозки каждой единицы продукта от -го источника кj-ому стоку равна c_{ij}. Далее, общий объем поставок всех источников равен общему объему потребления всех стоков. План перевозок обозначим через матрицу $X = \{x_{ij}\}_{i=1,j=1}^{m,n}$, элементы которой обозначают количество продуктов, перевозимых из i -го источника к j-ому стоку. Тогда математическая модель классической транспортной задачи примет вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to min; \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = S_i, i = \overline{1,m}, \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = D_j, j = \overline{1,n}, \\ x_{ij} \geq 0, i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}. \end{cases} \quad (1)$$

Положим источники и стоки транспортной задачи за вершины ориентированного графа, причем вершины буду связаны ребром, если определена возможность перевозки из источника к стоку. Тогда, транспортную задачу можно будет представить в виде ориентированного графа (см. рисунок 1).

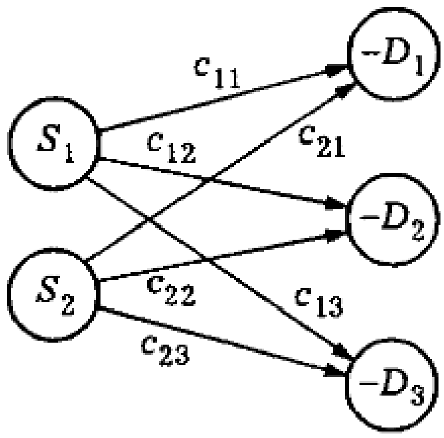

Рисунок 1

Обобщением данной задачи является транспортная задача с промежуточными пунктами [3], где перевозки продуктов могут происходить не только напрямую от источника к стоку, но и через промежуточные пункты, которые, в зависимости от области приложения, могут представлять собой склады товаров, филиалы агентств, дата центры, серверы различного назначения и т.д. В транспортной задаче с промежуточными пунктами перевозки осуществляются от источников в промежуточные пункты или стокам, от промежуточных пунктов к другим промежуточным пунктам или стокам.

Отметим обозначения, используемые в транспортной задаче с промежуточными пунктами. Пусть даны n источников, mпромежуточных пунктов и kстоков. Тогда у нас будет $n+m+k$ пунктов $\{P_i\}_{i=1}^{n+m+k}$, первые n из которых являются источниками, следующие m – этопромежуточные пункты , а последние k являются стоками. Для каждого пункта P_i определим его мощность C_i:

- если P_i является источником, то его мощность C_i равна объему поставок;
- если P_i является стоком, то его мощность C_i равна отрицательному числу, по модулю равному объему потребления;
- если P_i является промежуточным пунктом, то его мощность C_iили равна излишку продукции, или равно отрицательному числу, по модулю равному недостатку продукции;

Рассмотрим особенность определения мощности промежуточного пункта на примере распределительной сети торговой компании, источниками которой являются оптовые базы, промежуточными пунктами – склады, а стоками – отдела продаж.

При росте спроса на продукцию, торговая компания, увеличивая предложение, не только начинает завозить больше продукции в отделы продаж, но и увеличивает запас на складах. В данном случае, на складах перед началом транспортировок будет наблюдаться недостаток продукции и мощность промежуточных пунктов будет отрицательной. При снижении спроса, компания будет стараться распродать продукцию, имеющуюся на складах. В этом случае, на складах перед началом транспортировок будет наблюдаться избыток продукции и мощность промежуточных пунктов будет положительной.

Обозначим стоимости и объемы перевозки из -го источника/промежуточного пункта кj-ому стоку/промежуточному пункту, как и для транспортной задачи, через c_{ij} и x_{ij} соответственно. Математическая модель классической транспортной задачи с промежуточными пунктами имеет вид:

$$
\begin{cases}
\sum_{i=1}^{n+m+k} \sum_{j=1}^{n+m+k} c_{ij} x_{ij} \to min; \\
C_i = \sum_{j=1}^{n+m+k} x_{ji} - \sum_{j=1}^{n+m+k} x_{ij}, i = \overline{1, n+m+k}; \\
x_{ij} \geq 0, i = \overline{1, n+m+k}, j = \overline{1, n+m+k}.
\end{cases} \quad (2)
$$

Транспортную задачу с промежуточными пунктами удобно записать в виде таблицы.

Таблица 1

Пункты отправления перевозок	Пункты назначения перевозок					
	P_{n+1}	…	P_{n+m}	P_{n+m+1}	…	P_{n+m+k}
P_1	$c_{1\ n+1}$		$c_{1\ n+m}$	$c_{1\ n+m+1}$		$c_{1\ n+m+k}$
…						
P_n	$c_{n\ n+1}$		$c_{n\ n+m}$	$c_{n\ n+m+1}$		$c_{n\ n+m+k}$
P_{n+1}	0		$c_{n+1\ n+m}$	$c_{n+1\ n+m+1}$		$c_{n+1\ n+m+k}$
…						
P_{n+m}	$c_{n+m\ n+1}$		0	$c_{n+m\ n+m+1}$		$c_{n+m\ n+m+k}$

Рассмотрим пример транспортной задачи с промежуточными пунктами, граф которой изображён на рисунке 2. Заметим, что внутри вершин графа указан номер пункта.

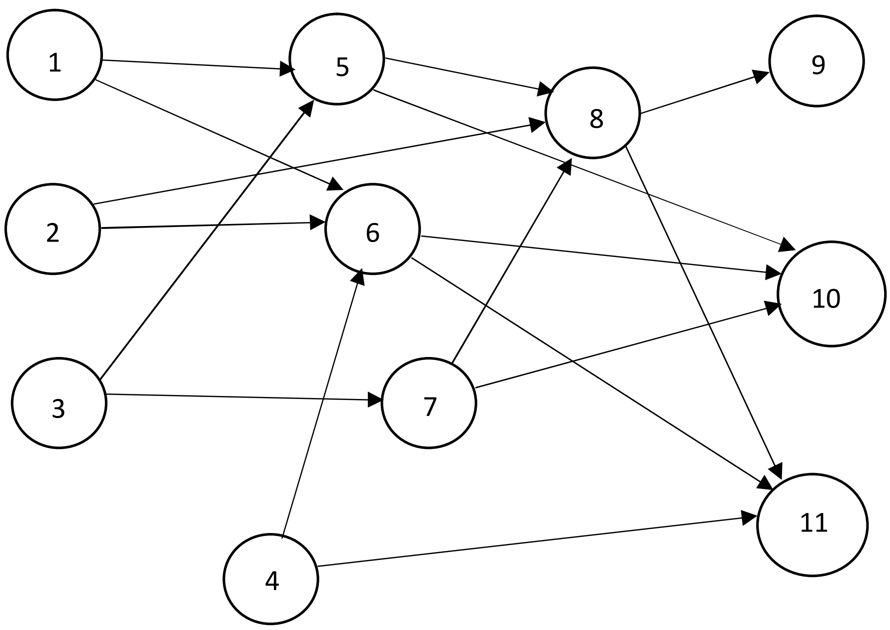

Рисунок 2

В данном примере вершины 1 – 4 являются источниками с мощностями 4, 3, 6, 2, соответственно. Промежуточные пункты обозначены вершинами 5 – 8 и имеют мощности3, 0, 2, -3. Вершины 9, 10, 11 являются стоками с мощностями -6, -7, -4. Стоимости перевозок указаны в таблице 2.

Таблица 2

Пункты отправления перевозок	Пункты назначения перевозок							Поставка
	Пункт 5	Пункт 6	Пункт 7	Пункт 8	Сток 9	Сток 10	Сток 11	
Источник 1	4	3						4
Источник 2		4		6				3
Источник 3	2		1					6
Источник 4		3					7	2
Пункт 5	0			3		5		23
Пункт 6		0				6	9	20
Пункт 7			0	2		4		22
Пункт 8				0	7		12	17
Потребление	20	20	20	20	6	7	4	

В таблице 2 указаны также мощности источников (см. столбец «Поставка») и стоков (см. строку «Потребление»). Пункты 5 – 8 указаны и в строках, и в столбцах согласно тому, что промежуточные пункты могут и принимать перевозки, так и передавать продукты дальше.

Чтобы свести рассматриваемый пример транспортной задачи с промежуточными пунктами, необходимо рассмотреть пункты 5 – 8, указанные в строках, как источники, а пункты, указанные в столбцах – как стоки. Далее надо указать их мощности и доказать эквивалентность решений.

Определим максимум потока продуктов как сумму всех положительных мощностей.

$$M = \sum_{i \in \{i : C_i > 0\}} C_i,$$

где C_i – это мощность -го промежуточного пункта. В обозначениях классической транспортной задачи (1) положим, что

$$D_i = M, S_i = M + C_i, c_{ii} = 0,$$

где индекс i пробегает по всем промежуточным пунктам. Данное определение промежуточных пунктов как источников и стоков позволяет сформулировать классическую транспортную задачу.

Теорема. Транспортная задача (1) и транспортная задача с промежуточными пунктами (2) эквивалентны, т.е. их оптимальные решения совпадают.

Доказательство. Для доказательства эквивалентности рассмотрим следующие равенства:

$$\sum_{i \in I_k} x_{ik} + x_{kk} = M, \tag{3}$$

$$\sum_{j\in J_k} x_{kj} + x_{kk} = C_k + M, \tag{4}$$

где индекс k пробегает по всем промежуточным пунктам, а I_k–это множество индексов пунктов, на которые можно перевезти продукты из k-го промежуточного пункта, аJ_k– это множество индексов пунктов, с которых может осуществляться перевозка на k-ый промежуточный пункт. Вычтем (3) из (4):

$$\sum_{j\in J_k} x_{kj} - \sum_{i\in I_k} x_{ik} = C_k. \tag{5}$$

Уравнение (5) задаёт ограничение для каждого промежуточного пункта, которое и необходимо для доказательства эквивалентности задач. Что и требовалась доказать.

Блок схема алгоритма описанного способа решения транспортной задачи с промежуточными пунктами, указан на рисунке 4.

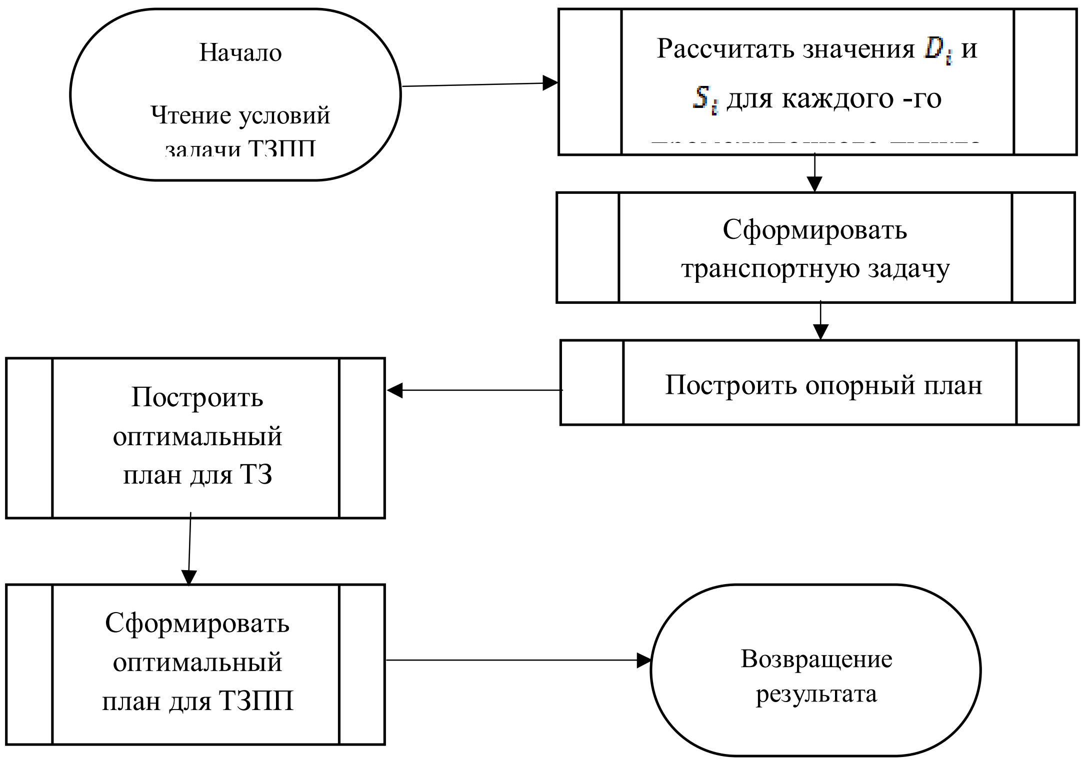

Рисунок 4

Полученный оптимальный план для рассмотренного примера транспортной задачи указан в таблице 3.

Таблица 3

Пункты отправления перевозок	Пункты назначения перевозок						
	Пункт 5	Пункт 6	Пункт 7	Пункт 8	Сток 9	Сток 10	Сток 11
Источник 1	2	2					
Источник 2				3			
Источник 3			6				
Источник 4							2
Пункт 5	18					5	
Пункт 6		18					2
Пункт 7			14	6		2	
Пункт 8				11	6		

Данный оптимальный план был получен программой на Java, реализующей предложенный алгоритм.

Список использованных источников

1.G. Monge. Mémoiresurlathéoriedesdéblaisetdesremblais. Histoiredel'AcadémieRoyale des Sciences de Paris, avec les Mémoires de Mathématique et de Physique pour la même année, 1781
2.Канторович Л. В. О перемещении масс. ДАН СССР, 1942.Т. 37, С. 227–229.
3.Волков И.К., Загоруйко Е.А. Исследование операций. Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана. Москва, 2000, С. 188-238

УДК 378.1:51

КОМПЬЮТЕРИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ: ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Асылхан Т.М.
t.assylkhan@curs.kz
ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

В последние годы все чаще отмечается снижение эффективности традиционного обучения, как на уровне средней школы, так и на уровне вуза, проявляющееся в авторитарности педагогических требований, в учении, слабо связанном с потребностями обучающегося, с его индивидуальными ресурсами. Жесткая регламентация деятельности обучающихся на занятиях, принудительность обучающих процедур, зачастую приводит к непониманию студентами целей своих действий, к отсутствию осознания необходимости изучаемого материала и его практической значимости. В связи с чем, у студентов наблюдается отсутствие учебной мотивации, несформированность навыков планирования своей деятельности.

Неотъемлемой и важной частью этих процессов являются компьютерные технологии в образовании. В настоящее время в Казахстане идет становление новой системы