ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуы аясында өтетін «МЕХАНИКА ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАНЫҢ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясы

БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

Республиканской научно-методической конференции «АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ И МАТЕМАТИКИ», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева

2016 жыл 14-15 қазан

Астана

ӘОЖ 531:510 (063)
КБЖ 22
М 49

В подготовке Сборника к печати принимали участие:
Джайчибеков Н.Ж., Ибраев А.Г., Бургумбаева С.К., Бостанов Б.О.

«Механика және математиканың өзекті мәселелері» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ. Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуына арналған = «Актуальные вопросы механики и математики», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им.Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилев. СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ Республиканской научно-методической конференции. Қазақша, орысша. – Астана, 2016, 292 б.

ISBN 998-601-301-808-9

Жинаққа студентердің, магистранттардың, докоранттардың және ғалымдардың механика, математика, математикалық және компьютерлік модельдеу, механика және математиканы оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

В Сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и ученых по актуальным вопросам механики, математики, математического и компьютерного моделирования и методика преподавания механики и математики.

Тексты докладов печатаются в авторской редакции

ISBN 998-601-301-808-9 ӘОЖ 531:510 (063)
КБЖ 22

$$a_n = \int_{-1}^{1} f(t)\cos n\pi t dt, \quad n = 1,2,...,$$

– косинус коэффициенты Фурье функции $f(t) \in C[-1,1]$, то $na_n \to 0$ в смысле Чезаро второго порядка.

Доказательство. По теореме Фейера $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ сходится в смысле Чезаро (к f(0)). Поэтому, результат следует из леммы 3.

Заметим, что мы предположили f(t) непрерывной при t=0.

Принцип равномерной ограниченности показывает, что существует $f(t) \in C[-1,1]$, для которой $na_n \not\to 0$ в обычном смысле Чезаро.

Список использованных источников

1. Бари Н.К. Тригонометрические ряды. – М: Физматгиз, 1961. – 936 с.
2. Ready J. On the order of magnitude of Fourier coefficients // SIAM J.Math.Anal. – 1986. – N 17. – P. 469–476.

УДК 517.51

ФУНКЦИИ ОГРАНИЧЕННОЙ СРЕДНЕЙ ОСЦИЛЛЯЦИИ И ПРОСТРАНСТВО БЕСОВА

Муканов Ж.Б., Байсалбаева Л.Е.

lbaisalbayeva@mail.ru

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

В данной работе рассматриваются пространство Бесова для функций многих переменных и класс функций, связанный с функциями ограниченной средней осцилляции.

Приведём необходимые определения и обозначения. Пусть $\{p_{k_j}^{(j)}\}_{k_j=1}^{\infty}$ - последовательности целых чисел $p_{k_j}^{(j)} \geq 2$, j=1, 2, …, n; $k_j = 1,2,...,$ и пусть

$$G^{(j)} = \{x = \{x_{k_j}^{(j)}\}_{k_j=1}^{\infty}, 0 \leq x_{k_j}^{(j)} \leq p_{k_j}^{(j)} - 1\}, j = 1,2,...,n,$$

- соответствующие группы Виленкина целочисленных последовательностей с групповой операцией $(\dot{+})$ покоординатного сложения по модулю $p_{k_j}^{(j)}$; $G^n = \prod_{j=1}^{n} G^{(j)}$ - прямое произведение групп $G^{(j)}$. Множества

$$G_{v_l}^{(j)} = \{x = \{x_{k_j}^{(j)}\}_{k_j=1}^{\infty} \in G^{(j)} : x_{k_j}^{(j)} = 0, 0 \leq k_j < v_l\}, \; j = 1,...,n; v_l = 1,2,...,$$

являются подгруппами группы $G^{(j)}$, и система подгрупп $G(v_l) = \prod_{j=1}^{n} G_{v_l}^{(j)}$ $(v_l = 1,2,...)$ группы G^n задаёт систему окрестностей нуля в G^n. Относительно введённой операции сложения и топологии группа G^n является компактной абелевой нуль-мерной группой (в одномерном случае см. [1]). Положим

$$m_0^{(j)}=1,\ m_r^{(j)}=\prod_{k_j}^{r} p_{k_j}^{(j)},\ j=1,2,...,n;\ r=1,2,....$$

$\varphi_{\bar{k}}(\bar{x})=\varphi_{k_1,...,k_n}(x_{1,...,}x_n)=\varphi_{k_1}(x_1)\varphi_{k_2}(x^{(2)})...\varphi_{k_n}(x^{(n)})$ - кратная система Виленкина-Прайса. Здесь $\bar{x}=(x_1,...,x_n)\in R_n$, $\bar{k}=(k_1,...,k_n)$, $k_j=0,1,...;$ $x_j\in G^{(j)}$, $G^{(j)}$ - группы вышеуказанного вида с образующими последовательностями $\{p_k\}:\overline{G}=\prod_{j=1}^{n}G^{(j)}$,

$G_n=\{x=\{x_k\}_{k=1}^{\infty}\in G: x_k=0, k=1,2,...,n\}$ - подгруппа группы G.

$G_{l,n}=z_{l,n}+G_n$ - множество смежных классов по подгруппе $G_n, z_{l,n}\in G$; $G_{l,n}\cap G_{k,n}=\varnothing$ и $\bigcup_{l=0}^{m_n-1}G_{l,n}=G$.

Пусть $D_{\bar{k}}(\bar{x})=\sum_{j_1}^{k_1-1}...\sum_{j_n}^{k_n-1}\varphi_{j_1}(x_1)...\varphi_{j_n}(x_n)$ ядро Дирихле по системе $\{\varphi_{\bar{j}}(\bar{x})\}$. Положим $\Delta_n(f)=D_{m_n}(f)-D_{m_{n-1}}(f)$, где $g*f-$ свёртка функций g и f. Пусть $\alpha\in[0,\infty)$, $q\in[1,\infty)$, $p\in[1,\infty)$.

Пространство Бесова $B_{p,q}^{\alpha}$ определяется равенством:

$$B_{p,q}^{\alpha}=\{f\in L_p(\overline{G}):\{\sum_{k_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_n=0}^{\infty}\prod_{j=0}^{n}m_{k_j}^{\alpha q}\left\|\Delta_{k_1,...,k_n}(f)\right\|_p^q\}^{\frac{1}{q}}<\infty\}$$

при $1\le q<\infty$,

$$B_{p,\infty}^{\alpha}=\{f\in L_p(\overline{G}):\sup_{k_j}(\prod_{j=1}^{n}m_{k_j}^{\alpha}\left\|\Delta_{k_1,...,k_n}(f)\right\|_p)<\infty\}.$$

Определим класс функций, связанный с функциями ограниченной средней осцилляции.
Пусть $f(\bar{x})\in L_{loc}^p(\overline{G}),\ 0<p\le\infty,\ 0<q\le\infty,\ \alpha\in(0,\infty)$. Положим

$$OSC_p(f,\bar{k})=(\sum_{l_1=0}^{m_{k_1}-1}...\sum_{l_n=0}^{m_{k_n}-1}m_{k_1}...m_{k_n}\int_{G_{l_1,k_1}}...\int_{G_{l_n,k_n}}\left|f(x_1,...,x_n)-f_{G_{l_1,k_1},\ldots,G_{l_n,k_n}}\right|^p dx_1,...,dx_n)^{\frac{1}{p}},$$

$f_{G_{l_1,k_1},\ldots,G_{l_n,k_n}}=m_{k_1}...m_{k_n}\int_{G_{l_1,k_1}}...\int_{G_{l_n,k_n}}f(x_1,...,x_n)dx_1,...,dx_n$ - средние функции $f(\bar{x})$ по множеству $G_{l_1,k_1}...G_{l_n,k_n}$

Будем говорить, что функция $f(\bar{x})\in L_{loc}^p(\overline{G})$ принадлежит классу $MO(\alpha,p,q)$, если

$$MO(\alpha,p,q)(f)=\{\sum_{k_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{k_n=0}^{\infty}((m_{k_1,...,}m_{k_n})^{\alpha}osc_p(f,k_1,\ldots,k_n))^q\}^{\frac{1}{q}}<\infty.$$

Справедливы следующие утверждения.

Теорема 1. Пусть $\alpha>0$, $1\le p\le\infty$, $1\le q\le\infty$ и $f\in L_{loc}^1(G^n)$. Следующие величины эквивалентны между собой:

a) $\|f\|_{B_{p,q}^{\alpha}}$;

b) $\{\sum_{k_1=0}^{\infty}\ldots\sum_{k_n=0}^{\infty}((m_{k_1}...m_{k_n})^{\alpha}\left\|f-f*D_{m_{k_1},...,m_{k_n}}\right\|_p)^q\}^{\frac{1}{q}}$;

c) $\{\int\limits_{G_1} \ldots \int\limits_{G_n} \|f(x_1,\ldots,x_n)-f(x_1-y_1,\ldots,x_n-y_n)\|(y_1\ldots y_n)^{-q\alpha-1}dy_1,\ldots,dy_n\}^{\frac{1}{q}}$

Теорема 1. доказывается стандартным способом с использованием свойств ядра Дирихле вида $D_{m_{k_1},\ldots,m_{k_n}}(\overline{x})$.

Теорема 2. Пусть $1\le p\le\infty$, $1\le q\le\infty$, $\alpha>0$, $f\in B^{\alpha}_{p,q}$. Тогда $f\in MO(\alpha-\frac{1}{p},p,q)$ и имеет место неравенство

$$MO(\alpha,p,q)(f)\le C\|f\|_{B^{\alpha}_{p,q}}.$$

Теорема 3. Пусть $1\le p<\infty$, $1<q\le\infty$, $\alpha>0$, $f\in MO(\alpha-\frac{1}{p},p,q)$ и $\sup\limits_{j} p_{k_j}=C<\infty$. Тогда $f\in B^{\alpha}_{p,q}$ и имеет место неравенство

$$\|f\|_{B^{\alpha}_{p,q}}\le C\cdot MO(\alpha-\frac{1}{p},p,q)(f).$$

Следствие. Если $1\le p<\infty$, $1\le q\le\infty$, $\alpha>0$, то имеет место

$$MO(\alpha-\frac{1}{p},p,q)=B^{\alpha}_{p,q}.$$

Указанные утверждения являются обобщениями на кратный случай соответствующих результатов, известных для одномерного случая из работы [2].
Доказательство теоремы 2. Пусть $1\le p<\infty$. Используя неравенство Гёльдера, имеем

$$OSC_p(f,\overline{k})=m_{k_1}\ldots m_{k_n}\{(\sum_{l_1=0}^{m_{k_1}-1}\ldots\sum_{l_n=0}^{m_{k_n}-1}(\int\limits_{G_{l_1,k_1}}\ldots\int\limits_{G_{l_n,k_n}}\left|f(x_1,\ldots,x_n)-f*\Delta_{k_1,\ldots,k_n}(x_1,\ldots,x_n)\right|^p dx_1,\ldots,dx_n))\}^{\frac{1}{p}}$$

$$\le m_{k_1}\ldots m_{k_n}\{\sum_{l_1=0}^{m_{k_1}-1}\ldots\sum_{l_n=0}^{m_{k_n}-1}\int\limits_{G_{l_1,k_1}}\ldots\int\limits_{G_{l_n,k_n}}\left|f(x_1,\ldots,x_n)-f*\Delta_{k_1,\ldots,k_n}(x_1,\ldots,x_n)\right|^p dx_1,\ldots,dx_n\times$$

$$\times(m_{k_1}\ldots m_{k_n})^{-\frac{p}{p'}}\}^{\frac{1}{p}}=(m_{k_1}\ldots m_{k_n})^{\frac{1}{p}}\{\int\limits_{G^{(1)}}\ldots\int\limits_{G^n}\left|f(x_1,\ldots,x_n)-f*\Delta_n(x_1,\ldots,x_n)\right|^p dx_1,\ldots,dx_n\}^{\frac{1}{p}}$$

Следовательно, для $1\le q<\infty$, согласно теореме 1

$$MO(\alpha-\frac{1}{p},p,q)=\{\sum_{k_1=0}^{\infty}\ldots\sum_{k_n=0}^{\infty}(m_{k_1}\ldots m_{k_n})^{\alpha-\frac{1}{p}}OSC_p(f,k_1,\ldots,k_n)^q\}^{\frac{1}{q}}\le$$

$$\le\{\sum_{k_1=0}^{\infty}\ldots\sum_{k_n=0}^{\infty}(m_{k_1}\ldots m_{k_n})^{\alpha q}\|f-f*\Delta_{k_1,\ldots,k_n}\|_p^q\}^{\frac{1}{q}}\le C\cdot\|f\|_{B^{\alpha}_{p,q}}$$

При $p=\infty$ имеем

$$OSC_{\infty}(f,k_1,\ldots,k_n)=\sup_{l_i\ge 0}(m_{k_1}\ldots m_{k_n}\int\limits_{G_{l_1,k_1}}\ldots\int\limits_{G_{l_n,k_n}}\left|f(x_1,\ldots,x_n)-f_{G_{l_1,k_1},\ldots,G_{l_n,k_n}}\right|dx_1,\ldots,dx_n)$$

$$\le\|f-\Delta_{k_1,\ldots,k_n}*f\|_{\infty}$$

Поэтому для $1 \le q < \infty$ согласно теореме 1

$$MO(\alpha,\infty,q)(f) \le \{\sum_{k_1=0}^{\infty}...\sum_{k_n=0}^{\infty}(m_{k_1}...m_{k_n})^{\alpha}\left\|f - f*\Delta_{k_1,...,k_n}*f\right\|_{\infty})^{q}\}^{\frac{1}{q}} \le C\cdot\|f\|_{B^{\alpha}_{p,q}}$$

Доказательство теоремы 3.

Пусть $1 \le p < \infty$. Учитывая, что $f * D_{m_{k_1},...,m_{k_n}}$ и $f * D_{m_{k_1-1},...,m_{k_n-1}}$ являются постоянными на множествах $G_{l_1,k_1},...,G_{l_n,k_n}$, имеем

$$\left\|f*\Delta_{k_1,...,k_n}\right\|_p^p = \sum_{l_1=0}^{m_{k_1}-1}...\sum_{l_n=0}^{m_{k_n}-1}(\int\limits_{G_{l_1,k_1}}...\int\limits_{G_{l_n,k_n}}\left|f*\Delta_{k_1,...,k_n}(x)\right|^p dx_1,...,dx_n =$$

$$= \sum_{l_1=0}^{m_{k_1}-1}...\sum_{l_n=0}^{m_{k_n}-1}(m_{k_1}...m_{k_n})^{-1}\left|f*D_{m_{k_1},...,m_{k_n}}(z_{l_1,k_1},...,z_{l_n,k_n}) - f*D_{m_{k_1-1},...,m_{k_n-1}}(z_{l_1,k_1},...,z_{l_n,k_n})\right|^p$$

Поэтому

$$\left\|f*\Delta_n\right\|_p^p =$$

$$= \sum_{l_1=0}^{m_{k_1}-1}\ldots\sum_{l_n=0}^{m_{k_n}-1}(m_{k_1}...m_{k_n})^{-1}\left|m_{k_1}...m_{k_n}\int\limits_{G_{l_1,k_1}}...\int\limits_{G_{l_n,k_n}}f(x_1,...,x_n)dx_1...dx_n - f*D_{m_{k_1-1},...,m_{k_n-1}}(z_{l_1,k_1,...,}z_{l_n,k_n})\right|^p \le$$

$$\le \sum_{l_1=0}^{\infty}...\sum_{l_n=0}^{\infty}m_{k_1}^{p-1}...m_{k_n}^{p-1}\int\limits_{G_{l_1,k_1}}...\int\limits_{G_{l_n,k_n}}\left|f(x_1,...,x_n) - f*D_{m_{k_1-1},...,m_{k_n-1}}(z_{l_1,k_1,...,}z_{l_n,k_n})\right|^p dx_1...dx_n .$$

Учитывая, что каждое множество G_{k-1} содержит в себе p_k-множеств вида G_k, имеем

$$\left\|f*\Delta_{k_1,...,k_n}\right\|_p^p \le$$

$$\le \sum_{j_1=0}^{\infty}...\sum_{j_n=0}^{\infty}(m_{k_1}...m_{k_n})^{p-1}\cdot p_{k_1}\ldots p_{k_n}(\int\limits_{z_{j_1,k_1-1}+G_{k_1-1}}...\int\limits_{z_{j_n,k_n-1}+G_{k_n-1}}\left|f(x_{1,...,}x_n) - f*\Delta_{k_1-1,...,k_n-1}\right|dx_1...dx_n)^p =$$

$$= \sum_{j_1=0}^{\infty}...\sum_{j_n=0}^{\infty}(\frac{m_{k_1}...m_{k_n}}{m_{k_1-1}...m_{k_n-1}})^p\cdot\frac{1}{m_{k_1-1}...m_{k_n-1}}\times$$

$$\times(m_{k_1-1}...m_{k_n-1}\int\limits_{G_{j_1,k_1-1}}...\int\limits_{G_{j_n,k_n-1}}\left|f(x_{1,...,}x_n) - f*\Delta_{k_1-1,...,k_n-1}(z_{j_1,k_1-1,...,}z_{j_n,k_n-1})\right|dx_1...dx_n)^p =$$

$$(\frac{m_{k_1}...m_{k_n}}{m_{k_1-1}...m_{k_n-1}})^p\cdot\frac{1}{m_{k_1-1}...m_{k_n-1}}(osc_p(f,k_1,...,k_n))^p$$

Значит, с учётом $\sup\limits_j p_{k_j} = C < \infty$, получаем

$$\left\|f*\Delta_{k_1,...,k_n}\right\|_p \le C(m_{k_1-1}...m_{k_n-1})^{-\frac{1}{p}}osc_p(f,k_1-1,...,k_n-1)$$

Следовательно, для $1 \le q \le \infty$ мы имеем

$$\|f\|_{B^{\alpha}_{p,q}} = \{\sum_{k_1=0}^{\infty}...\sum_{k_n=0}^{\infty}(m_{k_1}...m_{k_n})^{\alpha q}\left\|f*\Delta_{k_1,...,k_n}\right\|_p^q\}^{\frac{1}{q}} \le$$

$$C\{\sum_{k_1=0}^{\infty}...\sum_{k_n=0}^{\infty}((m_{k_1-1})^{\alpha-\frac{1}{p}}...(m_{k_n-1})^{\alpha-\frac{1}{p}}osc_p(f;k_1-1,...,k_n-1))^q\}^{\frac{1}{q}}=$$

$$=C\cdot MO(\alpha-\frac{1}{p},p,q)(f).$$

Теорема доказана.

Отметим, что другие эквивалентные нормы в пространстве Бесова по мультипликативным базисам Прайса были рассмотрены в работе [3].

Список использованных источников

1. Агаев Г. Н., Виленкин И. Я., Джафарли Г. М., Рубинштейн А. И. Мультипликативные системы функций и гармонический анализ на нуль-мерных группах. – Баку: ЭЛМ, 1981, 180 с.
2. Onneweer C. W., Weiyi S. Homogeneous Besov spaces on locally compact Vilencin groups. Studia Math. 1989, T.XCIII. p. 17-39.
3. Смаилов Е. С., Сулейменова З. Р. Теоремы вложения для пространств Бесова по мультипликативным базисам Прайса. Труды МИРАН им. В. А. Стеклова, 2003, т.243, с. 302-308.

ӘОЖ 514.124

ДӨҢЕС КӨПЖАҚТАР МЕН СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢСІЗДІКТЕР ЖҮЙЕЛЕРІ

Мусин А.Т, Бақытбек К.

kalima_bakytbek@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана, Қазақстан

Жұмыста n- өлшемді A_n аффиндік кеңістігіндегі координаталар жүйесіне қатысты сызықтық бейнелер қарастырылады.

$(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0)$ координаталы $x_0 \in A_n$ нүктесі арқылы $\{l_1, l_2, ..., l_n\}$ координаталы $\boldsymbol{l}$ векторы бағытында түзу жүргізілсін. Аналитикалық геометриядан оның параметрлік теңдеулері

$$x_i = x_i + tl_i, \quad (i = 1,..., n; \; -\infty < t < \infty)$$

түрінде жазылатыны белгілі.

Осы түзуде қандай да A және B нүктелері алынсын. Оларға сәйкес t параметрінің мәндерін t_1 және t_2 деп белгілейік. $t_1 < t_2$ деп ұйғарайық.

Анықтама. $t_1 \le t \le t_2$ теңсіздігін қанағаттандыратын түзу нүктелерінің жиынтығы *AB кесіндісі* делінеді.

$(a_1, a_2, ..., a_n)$ және $(b_1, b_2, ..., b_n)$ координаталы A және B нүктесі арқылы өтетін түзудің бағыттаушы векторы ретінде $\boldsymbol{l} = \overline{AB}$ векторын алуға болады. Онда $l_i = b_i - a_i$ және түзудің ағымды нүктесі үшін

$$x_i = a_i + (b_i - a_i)t = (1-t)a_i + t\, b_i,$$

оның өзінде A нүктесінде $t = 0$, B нүктесінде $t = 1$ болады, атап айтқанда AB кесіндісі $0 \le t \le 1$ теңсіздігімен беріледі. $1 - t = \alpha$, $t = \beta$ деп ұйғарайық. Сонда AB кесіндісі нүктелері және тек солар үшін

$$x_i = \alpha a_i + \beta b_i, i = 1,..., n, \quad \alpha \ge 0, \quad \beta \ge 0, \quad \alpha + \beta = 1 \qquad (*)$$

шарттары орындалады.