

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ**

**Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**



**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы  
және механика-математика факультеті  
«Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуы аясында өтетін  
«МЕХАНИКА ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАНЫҢ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ» атты  
Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясы**

**БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ**

**Республиканской научно-методической конференции  
«АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ И МАТЕМАТИКИ»,  
посвященной 20-летию Евразийского национального университета  
им. Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика»  
механико-математического факультета  
Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева**

**2016 жыл 14-15 қазан**

**Астана**

ӘОЖ 531:510 (063)

КБЖ 22

М 49

**В подготовке Сборника к печати принимали участие:**

Джайчибеков Н.Ж., Ибраев А.Г., Бургумбаева С.К., Бостанов Б.О.

**«Механика және математиканың өзекті мәселелері» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ. Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуына арналған = «Актуальные вопросы механики и математики», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им.Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилев. СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ Республиканской научно-методической конференции. Қазақша, орысша. – Астана, 2016, 292 б.**

**ISBN 998-601-301-808-9**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және ғалымдардың механика, математика, математикалық және компьютерлік модельдеу, механика және математиканы оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

В Сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и ученых по актуальным вопросам механики, математики, математического и компьютерного моделирования и методика преподавания механики и математики.

**Тексты докладов печатаются в авторской редакции**

ISBN 998-601-301-808-9

ӘОЖ 531:510 (063)

КБЖ 22

дифференцирования на многомерных классах Соболева // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2015 / С.1474-1485.

3 Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М., Численные методы. - Москва: Лаборатория базовых знаний, 2003. - 632 С.

4 Бабенко К.И. Основы численного анализа. - Москва, Ижевск, 2012.

5 Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. Изд. 5-ое. - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. - 709 С.

6 Локуциевский О.В., Гаврилов М.Б. Начала численного анализа. - Москва: ТОО «Янус», 1995.

## ФУНКЦИОНАЛДЫҚ - ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕРДІҢ КЕЛТІРІМДІЛІГІ

**Кенжехан Қ., Ибатов А.И**

*Kenzhekhan\_k@mail.ru*

*Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана, Қазақстан*

Біздің ғылыми жұмысымыз функционалды- дифференциалдық теңдеулердің толығымен үзіліссіз операторлар арқылы анықталатын теңдеулердің келтірімділігіне байланысты туындайтын мәселелерді зерттеуге арналған. Біз бұл мақалада қарапайым мағынадағы келтірімділікті, яғни теңдеудің сызықты бөлігінде компакт болмайтын бейнеде болып, туындыға қатысты шешілетін теңдеулер класын қарастырамыз.

Келесідей теңдеуді қарастырайық,

$$x' = Fx \quad (1)$$

мұндағы  $F - D_p^n$  кеңістігінің қандай да бір ішкі жиынын  $L_p^n$  кеңістігіне бейнелейтін бірмәнді бейнелеу.

$D_p^n - x : [a, b] \rightarrow R^n$  абсолютты үзіліссіз вектор функциялардан тұратын банах кеңістік, ал  $D - D_p^n$  кеңістігінің бос емес ішкі жиыны болсын.

1- анықтама.

Егер  $\Phi : D \rightarrow D_p^n$  толығымен үзіліссіз оператор табылып,

$$x' = \Phi x \quad (2)$$

теңдеуінің шешімдер жиынымен  $D$  жиынындағы қамтитын (1) теңдеуінің шешімдер жиыны беттесетін болса, онда (1) теңдеуін  $D_p^n$  кеңістігінің  $D$  жиынында келтірімді немесе  $D$  жиынында  $D_p^n$  - келтірімді деп атайды.

Енді біздің қарастыратын мәселеміз келесі квазисызықты теңдеу туралы болып отыр,

$$Lx = Fx \quad (3)$$

мұндағы  $L: D_p^n \rightarrow L_p^n$  – бас бөлігі Фредгольмды сызықты шенелген оператор, ал  $F: D_p^n \rightarrow L_p^n$  – толығымен үзіліссіз немесе  $F_c: C_n \rightarrow L_p^n$  үзіліссіз операторға дейін кеңейтуге болатын оператор.

1- теорема.

Егер  $F: D_p^n \rightarrow L_p^n, 1 \leq p \leq \infty$  толығымен үзіліссіз оператор болса, онда (3) теңдеуі  $D_p$  – келтірімді болады.

Дәлелдеуі.  $L$  операторының негізгі бөлігі болатын  $Q$  операторын

$$Q = P + H$$

түрде жазып алуға болады, мұндағы  $P: L_p^n \rightarrow L_p^n$  – қайтымды оператор,  $H: L_p^n \rightarrow L_p^n$  – толығымен үзіліссіз оператор. Онда (3) теңдеуін

$$Px' = Fx - Hx - A(\cdot)x(a)$$

немесе

$$x' = P^{-1}(Fx - Hx - A(\cdot)x(a)) \equiv F_1x$$

түрінде жаза аламыз. Мұндағы  $F_1: D_p^n \rightarrow L_p^n$  – толығымен үзіліссіз оператор. Соңында ақырлы өлшемді (3) теңдеуі  $\Phi: D_p^n \rightarrow D_p^n$  – толығымен үзіліссіз опертаоры бар

$$x = \Phi x = x(a) + VF_1x$$

теңдеуіне эквивалентті екенін көруге болады.

Төменде келтірілетін мысалдар  $D_p^n$  кеңістігін  $L_p^n$  кеңістігіне бейнелейтін толығымен үзіліссіз операторлар класының өте кең екендігін көрсетеді.

1- мысал.

$$(Fx)(t) = f\left(t, \int_a^b d_s R(t,s)x(s)\right) \quad (4)$$

операторын қарастырайық.

Егер  $R(t,s) \in B_r, (1 \leq r < \infty), f: [a,b] \times R^n \rightarrow R^n$  функциясы Каратеодори шартын және

$$|f(t,z)| \leq \rho(t) + \mu|z|^{\frac{r}{p}}, \rho \in L_p^1$$

теңсіздігін қанағаттандыратын болса, онда  $F$  операторы  $D_p^n$  кеңістігін  $L_p^n$  кеңістігіне бейнелейтін толығымен үзіліссіз оператор болады. Өйткені жоғарыда көрсетілген шарттар

орындалған кезде ядросы  $R(t, s)$  функциясы арқылы берілетін  $Bx = \int_a^b d_s R(t, s)x(s)$  ( $B: D_p^n \rightarrow L_p^n$ ) операторы толығымен үзіліссіз, ал  $Nz = f(t, z(t))$  ( $N: L_p^n \rightarrow L_p^n$ ) Немыцкий операторы үзіліссіз болады. Сондықтан осы операторлардың супрпозициясынан тұратын  $Fx = NBx$  толығымен үзіліссіз болады.

2- мысал.

$$(Fx)(t) = \int_a^b K(t, s) f \left( s, \int_r^b d_s R(s, r)x(r), (sx)(s) \right) ds \quad (5)$$

операторын қарастырайық. Мұндағы  $S: L_{r_1}^n \rightarrow L_{r_1}^n$  – әрбір шарда үзіліссіз шенелген оператор.

$F: D_p^n \rightarrow L_p^n$  операторы толығымен үзіліссіз болу үшін келесі шарттар орындалу керек:

1.  $R(t, s) \in B_r$ ;
2.  $f: [a, b] \times R^n \times R^n \rightarrow R^n$  функциясы Каратеодори шартын және

$$|f(t, z_1, z_2)| \leq \rho(t) + \mu |z_1|^{r_1} + \nu |z_2|^{r_2}, \rho \in L_{r_2}^1$$

теңсіздігін қанағаттандырады.

3.  $K(t, s) \in U_{r_2}$ , егер  $1 < r_2 \leq \infty, 1 \leq p < \infty$ ;
4.  $K(t, s) \in K_{r_2}^p$ , егер  $1 < r_2 < \infty, 1 < p < \infty$ ;
5.  $K(t, s) \in K_{p_1}$ , егер  $1 \leq r_2 \leq \infty, 1 \leq p < \infty$ .

1- салдар.

Егер  $p > 1$  және  $F$  операторын  $F_c: C_n \rightarrow L_p^n$  үзіліссіз опертаорына дейін кеңейтуге болатын оператор болса, онда (3) теңдеуі  $D_p$  – келтірімді болады. Бұл салдар толығымен үзіліссіз операторлар кеңістігі  $D_p^n$  ( $p > 1$ ),  $C_n$  кеңістігіне енгізілетінінен шығады, яғни  $D_p^n \subset C_n$ .

3- мысал.

$$(Fx)(t) = f \left( t, \int_a^b d_s R(t, s)x(s) \right) \quad (6)$$

операторын қарастырайық.

Егер  $R(t, s) \in B_\infty$  және  $f: [a, b] \times R^n \rightarrow R^n$  функциясы Каратеодори шартын және кез келген  $r > 0$  үшін  $u_r \in B_\infty$  табылып  $\sup_{|z| \leq r} |f(t, z)| \leq u_r(t)$  теңсіздігін қанағаттандыратын болса, онда

$F$  – операторы  $D_p^n$  кеңістігін  $L_p^n$  кеңістігіне бейнелетін толығымен үзіліссіз оператор болады.

## Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Азбелев Н. В. и Рахматуллина Л. Ф. Функционально-дифференциальные уравнения.- Дифференц.уравнения, 1978, т.14, № 5, с.771-797.
2. Максимов В. П. Вопросы общей теории функционально-дифференциальных уравнений.- Дис.д-ра физ.-мат.наук, Киев, 1984,- 275 с.
3. Треногин В.А. Функциональный анализ: Учебник.- 4-е изд.,испр.-М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
4. Ибатов А. О нормально разрешимых задачах для функционально-дифференциальных уравнений.- В кн.: Тезисы докладе конференции молодых ученых КазГУ им.С.М.Кирова, посвященной 40-летию победы Советского народа в Великой Отечественной войне, 1985, с..241-242.

УДК 512.55

## ПРИЛОЖЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ АЛГЕБР ПУАССОНА

**Козыбаев Д.Х., Жолмаганбет А.А**

*akerke\_17093@mail.ru, kozybayev\_dkh@enu.kz*

*ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан*

Одним из актуальных направлений в современной математике являются приложения пуассоновых структур к различным проблемам математической и теоретической механики. Эти задачи возникают в динамике твердого тела, небесной механике, теории вихрей, космологических моделях. Алгебры Пуассона играют ключевую роль в гамильтоновой механике, симплектической геометрии.

Векторное пространство  $V$  над полем  $k$ , снабженное двумя билинейными операциями  $x \cdot y$  (умножение) и  $\{x, y\}$  (скобка Пуассона), называется алгеброй Пуассона, если  $V$  является ассоциативно-коммутативной алгеброй относительно  $x \cdot y$ , алгеброй Ли относительно  $\{x, y\}$  и  $V$  удовлетворяет тождеству Лейбница:

$$\{x \cdot y, z\} = \{x, z\}y + x\{y, z\}.$$

До последнего времени алгебраическая теория пуассоновых структур была мало изучена. В настоящее время алгебры Пуассона исследуются многими математиками Европы, США и т.д. В работе [1] исследуются полиномиальные алгебры Пуассона с определенными условиями регулярности. Алгебрами такого класса являются, в частности, линейные структуры (структуры Ли–Березина–Кириллова) на дуальных пространствах полупростых алгебр Ли, квадратичные эллиптические алгебры Складина, а также полиномиальные алгебры, недавно описанные Бондалом, Дубровиным и Угальей. Приводятся примеры таких алгебр и показано, что некоторые из них естественным образом возникают в гамильтоновых интегрируемых системах. В [2] рассматриваются примеры эллиптических алгебр, зависящие от двух непрерывных параметров: эллиптической кривой и точки на ней и являющиеся плоской деформацией кольца многочленов от  $n$  переменных. Описываются свойства этих алгебр, а также их связи с интегрируемыми системами, деформационным квантованием, многообразиями модулей и другими направлениями современных исследований. В работе [3] рассмотрены эллиптические алгебры Пуассона.