**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ**

**«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың**
# «ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»
**XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының**
**БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ**
**XVIII Международной научной конференции**
**студентов и молодых ученых**
# «ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

**PROCEEDINGS**
**of the XVIII International Scientific Conference**
**for students and young scholars**
# «ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

**2023**
**Астана**

**УДК 001+37**
**ББК 72+74**
**G99**

**«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.**

**ISBN 978-601-337-871-8**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001+37**
**ББК 72+74**

**ISBN 978-601-337-871-8**

Мұғалімнің жұмысында сабақта қолайлы жағдай жасау өте маңызды, атап айтқанда, күшті оқушыға көп уақытты қажет ететін және күрделі іс — әрекетте өз мүмкіндіктерін жүзеге асыруға; әлсізге - мүмкін болатын жұмыс көлемін орындауға көмектесу.

Сонымен, үш деңгейлі саралау технологиясымен оқыту келесі жағдайларға мүмкіндік береді:

* Мәжбүрлеу әдістерін қоспағанда, орындалатын тапсырмалардың саны мен күрделілігін еркін таңдауға;

* Жеңілден қиынға дейін дәйекті өту мүмкіндігін қамтамасыз етеді;

* Сабақтарда қажетті микроклимат жасайды, яғни, жақсы эмоциялар, сәттілік жағдайы;

* Оқушыларға баланың әлеуетін ашуға көмектесу арқылы жоғары оқу мақсаттарына жетуге мүмкіндік береді.

**Қолданылған әдебиеттер тізімі**


1. Н. А. Зверева. Білім беру процесінің тиімділігін арттыру факторы ретінде көп деңгейлі және сараланған оқыту. - Мәтін: тікелей / / Педагогикалық шеберлік: VIII халықаралық материалдар. ғылыми. конф. (Мәскеу қ., маусым 2016 ж.). - Мәскеу: Буки-Веди, 2016. — 35-37 б.
2. Бершадский М. Е. Білім беру технологиясының дидактикалық және психологиялық негіздері / М. Е. Бершадский, В. В. Гузеев. - М.: "Педагогикалық іздеу" орталығы, 2003. - 256 с.
3. Бухаркина М. Ю. Көп деңгейлі оқыту технологиясы / / Ғылыми-әдістемелік журнал, 2003 № 3, 11-12 ББ.
4. Гузеев В.В. Оқытудың әдістері мен ұйымдастырушылық формалары М.: халықтық білім, 2001. — 128с.
5. Скаткин м. Н. орта мектептің дидактикасы 2-ші басылым., қайта өңдеу. және қосымша. - М.: ағарту, 1982. — 324 Б.


ӘОЖ 512.541

# ГРАФТЫҢ ҚАҢҚАЛЫҚ АҒАШТАРЫН ТАБУ АЛГОРИТМДЕРІН ЖАСАУ ЖӘНЕ ОҢТАЙЛАНДЫРУ

**Төлеуова Назерке Бөкенбайқызы**
*nazerke_toleuova@mail.ru*
Магистрант, Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана қ.
Ғылыми жетекшісі-А.Р.Джандигулов

**Аннотация**

Зерттеудің алғы шарты және негізгі мақсаты графтың барлық және накты қаңқалық ағаштарын табу алгоритмдерін жасау және оңтайландыру жолдарын қарастыру.

Бұл мақалада графтың қаңқалық ағаштарын табу алгоритмдерін жасау және оңтайландырунұсқаларының бірі ұсынылған.

Ғылыми зерттеу жұмысында теориялық дереккөздерді, отандық және алыс-жақын шетелдік тәжірибелердің нәтижелерін талдау, материалдарды жүйелеу, талдау және жалпылау, сонымен қатар, зерттеу материалдары ретінде графтар теориясының тарихы және оның дамуының мәні мен мазмұнын айқындау әдістері қолданылды.

Ғылыми зерттеу нәтижесінде графтың қаңқалық ағаштарын табу алгоритмдерін жасау және оңтайландыру бойынша әдебиеттер талданды. Бірнеше есеп мысалдары қарастырылды.

Ғылыми зерттеу нәтижелері болашақта интегралдық сызбалар мен басқару сызбаларын жобалауда, логикалық сызбаларды, бағдарламалардың құрылымдық

сызбаларын зерттеуде, экономика мен статистикада, химия мен биологияда, жоспарлау теориясына байланысты есептерді шығару барсында қолданылуы мүмкін.

***Кілт сөздер***: графтар теориясы, алгоритм, оңтайландыру, графтың қаңқалық ағаштарын табу.

**КІРІСПЕ**.

Математикада және сабақтас пәндерде графтар теориясының көмегімен ең қарапайым және түсінікті шешілетін есептер класы бар. Бұл тамаша математикалық объектілердің көмегімен математикалық және логикалық есептерді шешуге болады. Сондай-ақ, графтарды қолдану арқылы әртүрлі жұмбақтарды шешуге және тапсырмалардың шарттарын жеңілдетуге болады.

Графтар әртүрлі жағдайларды немесе күрделі белгілерді визуализациялаудың ыңғайлы тәсілі. Графтар көптеген ғылыми салаларда кең таралған, оларды көбінесе желілер деп атайды. Техникалық тұрғыдан екі термин бір-бірін алмастырады, бірақ, көбінесе әлеуметтік немесе технологиялық байланыстар туралы ойлаған кезде желі термині пайдаланады.

Соңғы төрт онжылдықта графтар теориясы математика ғылымының ең жылдам дамып келе жатқан салаларының бірі. Бұл тез кеңейетін қолданбалы аумақтың талаптарымен негізделеді. Ол интегралдық сызбалар мен басқару сызбаларын жобалауда, логикалық сызбаларды, бағдарламалардың құрылымдық сызбаларын зерттеуде, экономика мен статистикада, химия мен биологияда, жоспарлау теориясында қолданылады. Сондықтан тақырыптың ***өзектілігі***, бір жағынан, графтардың және онымен байланысты зерттеу әдістерінің танымалдылығына, екінші жағынан, оны жүзеге асырудың дамымаған, интегралды жүйесіне байланысты.

Жұмыстың мақсаты – графтың барлық және нақты қаңқалық ағаштарын табу алгоритмдерін жасау және оңтайландыру.

Зерттеу міндеттері:

- графтар теориясы туралы әдебиеттерді талдау;
- графтың барлық және нақты қаңқалық ағаштарын табу алгоритмдерін жасау;
- графтың барлық және нақты қаңқалық ағаштарын табу алгоритмдерін тиімді қолдану.

**ӘДІСТЕМЕЛІК БӨЛІМ**.

Зерттеу нысаны графтар теориясын қолдана отырып есептерді шешу.

Жұмыстағы зерттеу әдістері теориялық дереккөздерді, отандық (Д.С.Ахметбаев, А.Р.Джандигулов, Г. И. Салғараева) және алыс-жақын шетелдік (Д.Кениг, К.Мартин)тәжірибелердің нәтижелерін талдау, материалдарды жүйелеу, талдау және жалпылау, сонымен қатар, зерттеу материалдары ретінде графтар теориясының тарихы және оныңдамуының мәні мен мазмұнын айқындау әдістеріқолданылды.

**НӘТИЖЕЛЕР, ТАЛДАУ ЖӘНЕ ТАЛҚЫЛАУ.**

Графтар теориясы – дискретті математиканың (нақтырақ айтсақ, комбинаторика) бір саласы, оның шығу тегі негізінен Леонард Эйлердің 1736 жылы Конигсберг көпірі мәселесін шешуіне байланысты. Эйлер мұны абстрактілі түрде граф ретінде көрсетті және мұндай жол жоқ екенін қарапайым тәсілдермен дәлелдеген. Жұмысының соңында Эйлер келесі нәтижелерді қорытындылады:

Тақ төбелерінің тақ саны бар графтың болуы мүмкін емес.

Графтың барлық төбелері жұп болған жағдайда, графты қағаздан қарындашты алмай-ақ салуға болады.

Екіден көп тақ төбелері бар графты бір штрихпен көрсету мүмкін емес.

Кенигсберг көпірлерінің графында төрт тақ төбе болды (яғни барлығы), бұл олардың ешқайсысынан екі рет өтпей барлық көпірлерден өту мүмкін емес дегенді білдіреді[1].

«Граф» ұғымының өзі алғашқы рет 1936 жылы венгр математигі Д.Кенигтің қолжазбасында айтылған.

Графтар теориясы туралы Қазақстанда қазіргі таңда Г. И. Салғараеваның «Графтар теориясы» атты қазақ тіліндегі оқулығы бар. Сондай-ақ зерттеу тақырыбы бойынша Д.С.Ахметбаев, А.Р.Джандигулов сынды профессорлардың көлемді еңбектері бар.

Алгоритмді оңтайландыру

n түйіні және m тармағы бар граф болсын. Оңтайландыру процесі бірнеше қадамдардан тұрады.

1-қадам. Шектік шыңдары (түйіндері) бар ілулі бұтақтарды таңдау және «жою», өйткені олар кез келген созылатын ағашқа кіреді.

2-қадам. Жұптасқан бұтақтарды, яғни бірдей түйіндерді қосатын тармақтарды таңдау және «жабыстыру». Ақырында, токтың таралу коэффициенттерін есептегенде, тек тармақтардың күрделі кедергілерінің туындылары қатысатындықтан, жұпталған тармақтардың кедергілері жай ғана қосылады.

3-қадам. $n_1$- қалған түйіндер саны,$m_1$ - қалған тармақтар саны болсын. Біз тек екі тармаққа түсетін $V$ түйіндер жиынтығын бөліп аламыз. $V$ түйіндер жиынына түсетін шеттер жиыны $R$ болсын. Осы жиындардың қуаты $|V| = \alpha$, $|R| = \beta$ болсын. Әлбетте, бұл жағдайда $\alpha \leq 2\beta$ болады.

4-қадам. R жиынынан екі рет «қайталанатын» тармақтарды таңдаңыз. Сондай-ақ, біз қайталанатын тармақ үшбұрышты циклдің бөлігі емес деген шарт қойдық, дегенмен бұл жағдай қажет болған жағдайда аралық ағаштар жиынтығын сыныптарға одан әрі бөлу үшін қарастырылуы мүмкін. Мұндай қайталаулар бірінен соң бірі өтіп, тармақтар тізбегін құрайтын жағдайлар бар. Бұл жағдайда біз осы бұтақтардың біреуін ғана таңдаймыз. $R_1 = \{r_{i,1}, r_{i,2}, \cdots r_{i,k}$ } сәйкесінше таңдалған R жиынының ішкі жиыны болсын. Енді бастапқы графтың орнына көрсетілген $r_{i,j}$, $j$ = 1 тармақтары болатын графтарды қарастырайық. $R_1$ жиынындағы k-нің бар екені анық (оны $r_{i,j}$= 1 деп белгілейміз) немесе ол анық емес ($r_{i,j}$= 0 деп белгілейміз).

Мұндай графтардың $2^к$ болатыны анық.

Нұсқада $k$ бұтақтан $l$- бұтақтар жоқ, бірақ $k$ - $l$- бұтақтар бар кезде, бізде 2 $l$ ілулі бұтақ болады. Ал мұндай графқа *1*-қадамды қолданғаннан кейін түйіндер саны $n_1$ - *2l* - *(k - l)* = $n_1$ - *(k + l)* түйіндер, ал тармақтар саны $m_1$ - 3l - (k - l) = $m_1$ - (k + 2l) болатын графты аламыз.

5-қадам.Егер кейбір графта$v_{j,1}$,$v_{j,2}$,екі түйініне түсетін $r_{i,j}$ тармағы болса, онда бұл графтың орнына дәл осындай екі түйіннің орнына бір түйіні болатын графты және тармақтар санын қарастыруға болады.

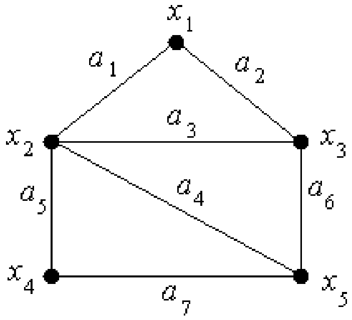
Осындай қадамдарды қолданып графтың ішкі ағаштарын құру нәтижесінде біз мыналарды аламыз:

1. Мұндай графтарды зерттеуге кететін уақытты қысқарту.
2. Графтық есептеулерді параллельдеу мүмкіндігі.
3. Барлық «қашықтағы» тармақтар міндетті түрде бастапқы графтың таралу ағашына қосылады.
4. Түпнұсқа сызбаның ықтимал ағаштарын табу үшін «ұзақтағы» бұтақтарды созылған ағаштарға қосу қажет.
5. Қарастырылып отырған графтарға сәйкес келетін созылған ағаштар жиынтығы қиылыспайды және олардың бірігуі бастапқы графтың барлық мүмкін болатын ағаштарын береді[2].

Графтың барлық және нақты қаңқалық ағаштарын табу алгоритмдерін жасау және оңтайландыруға байланысты бірнеше типтік есептерді қарастырайық.

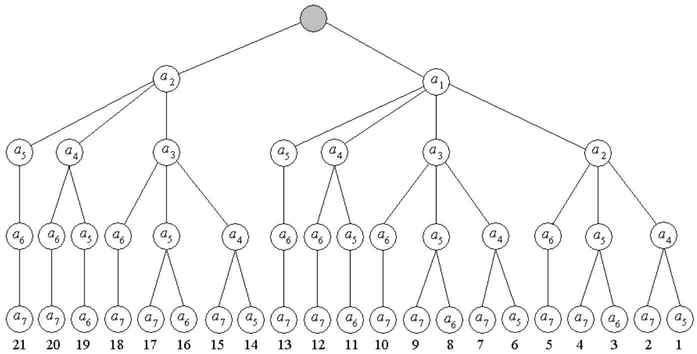
Мысал 1

1-суретте көрсетілген графтың барлық аралық ағаштарын тұрғызайық. $x_1$төбесін x* ретінде таңдайық[3].

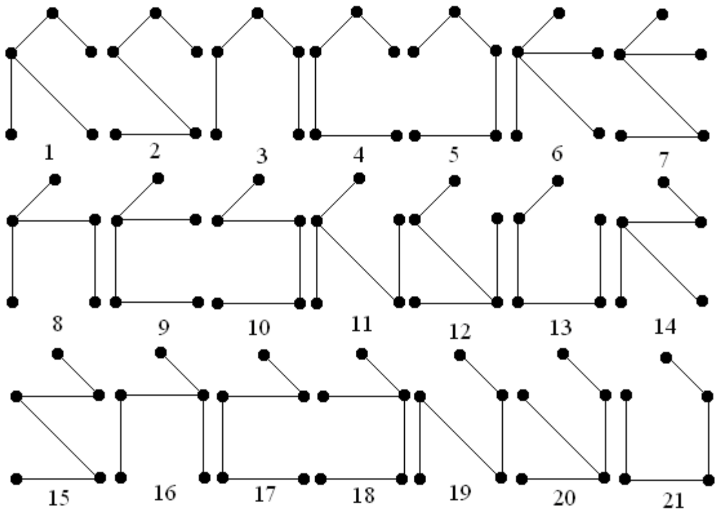



1-сурет.*G*-графы.

2-суретте алгоритмнің жұмысы кезінде түзілетін сәйкес шешім ағашы көрсетілген. Егер осы ағаштың жоғарғы түйінінен шығып, ең төменгі түйінде аяқталатын қандай да бір тізбектің шеңберлерінде көрсетілген шеттерін алсақ, онда олардан берілген графтың қандай да бір қаңқасын тұрғыза аламыз. Бұл қаңқалар 1-ден 21-ге дейін нөмірленген және 3-суретте көрсетілген.




2-сурет. Толық мүмкін болатын ағаштар нұсқасы.



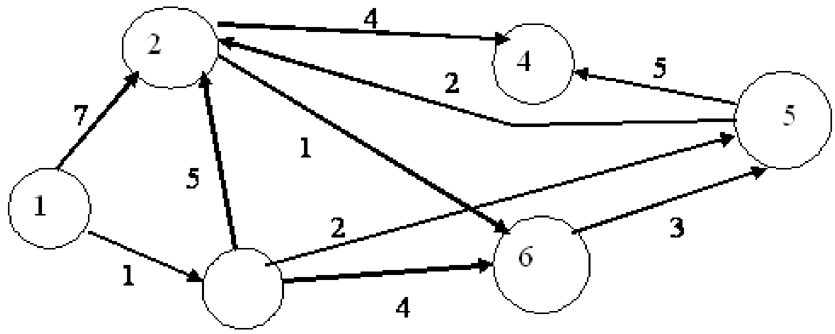

3-сурет. *G* графының барлық қаңқалары.

Экономикалық мазмұндағы көптеген есептер коммивояжер есебіне ұқсас болады. Мысалы:

- объектілердің берілген жиынтығының дұрыс жұмыс істеуіне жауап беретін цехтағы реттеушіні (контроллер, күзетші, полицей) айналып өтудің ең тиімді бағытын жасау (осы объектілердің әрқайсысы графтың жоғарғы жағында модельденеді);

• жұмысшыларға бөлшектерді немесе нанды наубайханадан берілген сандағы наубайханалар мен басқа да сауда орындарына жеткізудің ең тиімді маршрутын құрастыру (наубайханадағы автотұрақ).

Ең қысқа жолды табуға берілген есеп. Графтың бір шыңынан екіншісіне жетудің ең қысқа жолы қандай? Өндірісті басқару тұрғысынан: А нүктесінен В нүктесіне жетудің ең қысқа жолы (демек, отын мен уақытты аз шығындағанда, ең арзан жол) қандай? Бұл мәселені шешу үшін бағытталған графтың әрбір доғасы санмен байланысты болуы керек - бұл доғаның бойымен бастапқы шыңнан соңғыға дейін жылжу үшін кететін уақыт. Мысалды қарастырайық (4-сурет).




4-сурет. Ең қысқа жолды табуға арналған есепте берілген бастапқы деректер.

Жағдайды доғаларға ілінген, бағытталған ғана графпен ғана емес, сонымен қатар кестемен де сипаттауға болады (1-кесте).

Кесте 1. Ең қысқа жол мәселесіне арналған бастапқы деректер.

| Доғаның басталуы | Доғаның соңы | Жолға кеткен уақыты |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 7 |
| 1 | 3 | 1 |
| 2 | 4 | 4 |
| 2 | 6 | 1 |
| 3 | 2 | 5 |
| 3 | 5 | 2 |
| 3 | 6 | 3 |
| 5 | 2 | 2 |
| 5 | 4 | 5 |
| 6 | 5 | 3 |

Сұрақ: 1 шыңынан 4- төбеге жетудің ең қысқа жолы қандай?

Шешім. Белгілеуді енгізейік: C(T) - 1 төбесінен T төбеге дейінгі ең қысқа жолдың ұзындығы. Қарастырылатын мәселе - C(4) есептейміз және осы минимумға жеткен жолды көрсетеміз.

4-суретте және 1-кестеде келтірілген бастапқы деректер үшін тек 1-төбеден 3-төбеге бір ғана көрсеткі кіреді және осы көрсеткінің жанында оның ұзындығы 1-ге тең, сондықтан C(3) = 1. Сонымен қатар, ол C(1) = 0 екені анық.

4-төбеге 4-ке тең жолды жүріп өтіп, 2-төбеден немесе 5-ке тең жолды жүріп өтіп, 5-төбеден шығуға болады. Демек, мынадай өрнек шығады

$$C(4) = \min \{C(2) + 4 ; C(5) + 5\}.$$

Осылайша, мәселені қайта құрылымдау жүзеге асырылды - C(4) табудың орнына C(2) және C(5) табу мәселесі алға шығады.

5-төбеге не 2-ге тең жолды жүріп өтіп, 3-төбеден немесе 3-ке тең жолды жүріп өтіп, 6-төбеден шығуға болады. Демек, мынадай өрнек шығады

$$C(5) = \min \{C(3) + 2 ; C(6) + 3\}.$$

Біз C(3) = 1 екенінбілеміз. Сондықтан

$$C(5) = \min\{3 ; C(6) + 3\}.$$

C(6) оң сан екені анық болғандықтан, соңғы қатынастан C(5) = 3 болатыны шығады.

2-төбеге 1-төбеден 7-ге тең жолды жүріп өтіп немесе 3-төбесінен 5-ке тең жолды жүріп, немесе 5-төбеден 2-ге тең жолды жүріп өтуге болады. Демек, мынадай өрнек шығады

$C(2) = \min\{C(1) + 7 ; C(3) + 5 ; C(5) + 2\}.$

C(1) = 0, C(3) = 1, C(5) = 3 екенін білеміз. Сондықтан

$$C(2) = \min\{0 + 7 ; 1 + 5 ; 3 + 2\} = 5.$$

Енді біз C(4) таба аламыз:

$$C(4) = \min\{C(2) + 4 ; C(5) + 5\} = \min\{5 + 4 ; 3 + 5\} = 8.$$

Сонымен, ең қысқа жолдың ұзындығы 8-ге тең. Соңғы қатынастан 4 төбесіне 5 арқылы шығу керек екені анық. C(5) есебіне оралсақ, біз 5 төбеге 3 төбе арқылы өтуіміз керек екенін көреміз. Ал 3 шыңына тек 1 төбесінен ғана жетуге болады. Сонымен, ең қысқа жол:

$1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4.$

Нақты бастапқы деректер үшін ең қысқа жол мәселесі (4-сурет және 1-кесте) толығымен шешілді.

## ҚОРЫТЫНДЫ.

Графтар теориясының негізін нақты қолданбалы есептерді шешуде қалыптасқан әдістер мен бейнелеулердің жиынтығы құрайды. Көптеген математикалық объектілерде графтар нақты жүйелердің модельдерін қалыптастырудың негізі ретінде жетекші орындардың бірін алады.

Мұндай есептерді шешудің қиындығы жүйенің экономикалық және өнімділік сенімділігімен қатар белгілі бір шектеулерді есте сақтай отырып, математикалық-эматикалық модельдердің сәйкесінше әртүрлілігінде [4].

Әртүрлі қолданбалы оңтайландыру есептері графтардағы кейбір оңтайландыру есептері түрінде тұжырымдалуы мүмкін. Сонымен қатар, графтар теориясында көптеген қызықты есептер оңтайландыру есептерін шешумен байланысты. Графтардағы типтік оңтайландыру есептерінің жеткілікті үлкен санының ішінен негізгілерін атап өтуге болады:

- графтағы ең қысқа жолды табу есебі;
- графтың барлық ағаштарын табу есебі;
- графтағы максималды ағынды табу мәселесі.

Жоғарыда аталған тапсырмалардың барлығы логикалық модель түріндегі есептің математикалық тұжырымына сәйкес жасалған. Сонымен бірге оларды шешудің арнайы алгоритмдері бар, олар осы есептерді құрастырудың ерекше ерекшеліктерін ескереді.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі


1. К.Мартин. Graph Theory and Social Networks.-New York: St. Martin's Press, 2014. – 148 б.
2. А.Р.Джандигулов, Д.С.Ахметбаев, А.Д.Ахметбаев, С.О.Ахметова.Оптимизация алгоритма нахождения остовных деревьев графа. Методические и практические проблемы надежности систем энергетики. В 2-х книгах. - Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2019. - 389 б.
3. М.О.Асанов, В.А.Баранский, В.В.Расин.Дискретная математика: графы матроиды, алгоритмы. - Ижевск: НИЦ "РХД", 2001. - 288 б.
4. Akhmetbayev D., Dzhandigulov A. Development of algorithms for a new topological method for calculating current distribution coefficients in complex electrical networks//Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications ISSN 2306–6172 Volume 7, Issue 3 (2019 ) 4–12