ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XVIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

PROCEEDINGS
of the XVIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

2023
Астана

УДК 001+37
ББК 72+74
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-337-871-8

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001+37
ББК 72+74

ISBN 978-601-337-871-8

кемшіліктері де бар. Әдістің артықшылықтарының бірі оның қарапайымдылығы, бірақ ол басқа әдістерге қарағанда тиімділігі төмен болуы да мүмкін.

Мақалада солитондар теориясында кеңінен қолданылатын бірнеше теңдеу қарастырылып, олардың дискретті түрі жазылған. Сонымен қатар дискретті теңдеулерді шешу әдістерінің бірнеше түрі аталып көрсетілген. Дискретті теңдеулер мен оларды шешу әдістерін зерттеу оптикалық және электронды байланыс жүйелері сияқты жаңа технологияларды дамытудағы маңызды қадам болып табылады, сонымен қатар жаңа материалдар мен құрылғылардың дамуына ықпал етеді. Мұндай есептерді шешу үшін шектік айырымдар, интегралдық және спектрлік тербеліс сияқты әдістер кеңінен қолданылады. Есеп барысында қолданылатын әдісті таңдау нақты есеп пен дискретті теңдеудің ерекшеліктеріне, сондай-ақ есептеулердің дәлдігі мен жылдамдығына байланысты.

Дискретті теңдеулер математика, физика және информатика сияқты іргелі ғылымдарды дамытудың маңызды құралы болып табылады. Олар классикалық дифференциалдық теңдеулермен сипатталмайтын күрделі жүйелерді зерттеуге мүмкіндік береді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Hietarinta J, Joshi N, Nijhoff F, Discrete Systems and Integrability, Cambridge University Press, Cambridge, 2016.
2. Korteweg, D. J. and de Vries, G.: On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves, Philosophical Magazine 39 (1895)
3. Wen XY, Yan Z. Modulational instability and dynamics of multi-rogue wave solutions for the discrete ablowitz-ladik equation. J Math Phys (2018) 59: 073511. doi:10.1063/1.5048512.
4. Li M, Shui JJ, Xu T. Generation mechanism of rogue waves for the discrete nonlinear schrödinger equation.
5. Ankiewicz A, Akhmediev N, Soto-Crespo JM. Discrete rogue waves of the ablowitz-ladik and hirota equations. Phys Rev E (2010) 82(7):026602. doi:10. 1103/PhysRevE.82.026602
6. Yang J, Zhu ZN. Higher-order rogue wave solutions to a spatial discrete hirota equation. Chin Phys Lett (2018) 35:090201. doi:10.1088/0256-307x/35/ 9/090201
7. Lakshmanan M., Myrzakulov R., Vijayalakshmi S., Danlybaeva A. Motion of curves and surfaces and nonlinear evolution equations in (2+1) dimensions. J. Math. Phys. 39 (1998) 3765–3771
8. Lakshmanan M. “Continuum spin system as an exactly solvable dynamical system.” Phys. Lett. A 61 (1977): pp. 53–54

УДК 517.957, 532.5

ЯДЗИМА-ОЙКАВА-НЬЮЭЛЛ ТЕҢДЕУІ ҮШІН САҚТАЛУ ЗАҢДАРЫ

Құдайбергенов Ғазиз Исабекұлы
gaziz.kudaibergenov.01@bk.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ магистранты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі-Г.Н.Шайхова

Сақталу заңдары сызықтық емес теңдеулерді зерттеуде маңызды рөл атқарады, әсіресе интегралдылыққа қатысты. Бұл жұмыста Риккати типті теңдеуінен символдық есептеулер мен Лакс жұбтарын қолдана отырып Ядзима-Ойкава-Ньюэлл теңдеуі үшін сақталу заңдарын аламыз.

Ядзима-Ойкава-Ньюэлл теңдеуі

$$iq_t + q_{xx} + \left(i\alpha\upsilon_x + \alpha^2\upsilon^2 - \beta\upsilon - 2\alpha|q|^2\right)q = 0,\ \ \upsilon_t - 2\left(|q|^2\right)_x = 0, \tag{1}$$

мұндағы α, β параметрлері ерікті нақты тұрақтылар. Бұл параметрлерді ұзын және қысқа толқындардың өзара әрекеттесуін сипаттайтын тәуелсіз тұрақтылар ретінде қарастыруға болады [1]. Бұл жүйе $\alpha = 0$, $\beta = 1$ үшін Ядзима-Ойкава теңдеуімен сәйкес келеді, ал $\alpha = \sigma$, $\beta = 0$ кезінде Ньюэлл теңдеуі ретінде оқылады. Бұл біріктіруші нәтиже ұзын және қысқа толқындардың резонанстық өзара әрекеттесуін модельдеу кезінде үлкен икемділікті қамтамасыз етеді және бір уақытта екі модельдің арнайы шешімдерін құруға және талдауға мүмкіндік береді [2]. Математикалық жағынан, Ядзима-Ойкава-Ньюэлл теңдеуі (1) төрт байланысты дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер жүйесінің қысқаруы болып табылады [3].

Ядзима-Ойкава-Ньюэлл теңдеуінің Лакс жұптары

$$\Phi_x = U\Phi, \tag{2}$$

$$\Phi_t = V\Phi, \tag{3}$$

мұндағы U және V 3×3күрделі матрицалар, $\Phi = (\phi_1, \phi_2, \phi_3)^T$ күрделі векторлық меншікті функция, T жоғарғы индексі векторлық орын ауыстыруды білдіреді, ϕ_1, ϕ_2 жәнеϕ_3 x және t-ға тәуелді күрделі скалярлық функциялар

$$U = i\lambda\Sigma + Q,$$

$$V = -\lambda^2 B_2 + i\lambda B_1 + B_0,$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 0 & q & i\upsilon \\ \alpha\bar{q} & 0 & \bar{q} \\ i(\alpha^2\upsilon - \beta) & \alpha q & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_2 = \frac{i}{3}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 & iq & 0 \\ i\alpha q & 0 & -i\bar{q} \\ 0 & -i\alpha q & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_0 = \begin{pmatrix} -i\alpha|q|^2 & -\alpha\upsilon q + iq_x & i|q|^2 \\ -\alpha^2\upsilon\bar{q} + \beta\bar{q} - i\alpha\bar{q}_x & 2i\alpha|q|^2 & -\alpha\upsilon\bar{q} - i\bar{q}_x \\ i\alpha^2|q|^2 & -\alpha^2\upsilon q + \beta q + i\alpha q_x & -i\alpha|q|^2 \end{pmatrix}.$$

Ядзима-Ойкава-Ньюэлл теңдеуі (1) үшін шексіз көп сақталу заңдарын шығару үшін Лакс жұбын (2) және $\Phi = (\phi_1, \phi_2, \phi_3)^T$ қолдана отырып келесідей жаза аламыз

$$\phi_{1x} = i\lambda\phi_1 + q\phi_2 + i\upsilon\phi_3, \tag{4}$$

$$\phi_{2x} = \alpha\bar{q}\phi_1 + \bar{q}\phi_3, \tag{5}$$

$$\phi_{3x} = i(\alpha^2\upsilon - \beta)\phi_1 + \alpha q\phi_2 - i\lambda\phi_3. \tag{6}$$

[4] сілтемені басшылыққа ала отырып, біз $\Gamma_1 = \dfrac{\phi_2}{\phi_1}$ және $\Gamma_2 = \dfrac{\phi_3}{\phi_1}$ өрнектерін қолданамыз. Осы өрнектердің туындылары келесідей

$$\Gamma_{1x} = \frac{\phi_{2x}}{\phi_1} - \Gamma_1 \frac{\phi_{1x}}{\phi_1}, \tag{7}$$

$$\Gamma_{2x} = \frac{\phi_{3x}}{\phi_1} - \Gamma_2 \frac{\phi_{1x}}{\phi_1}. \tag{8}$$

Рикати типті теңдеулерді алу үшін (4)-(6) теңдеулерін (7)-(8) өрнектеріне апарып қоямыз. Сонда екі Рикати типті теңдеу аламыз

$$\Gamma_{1x} = \alpha\bar{q} + \bar{q}\Gamma_2 - i\lambda\Gamma_1 - q\Gamma_1^2 - i\upsilon\Gamma_1\Gamma_2, \tag{9}$$

$$\Gamma_{2x} = i\alpha^2\upsilon - i\beta + \alpha q\Gamma_1 - 2i\lambda\Gamma_2 - q\Gamma_1\Gamma_2 - i\upsilon\Gamma_2^2. \tag{10}$$

Алынған теңдеулерге келесі ауыстыруларды қолданамыз

$$\Gamma_1 = \sum_{n=1}^{\infty} F_n^{(1)}\lambda^{-n} / q,\ \Gamma_2 = \sum_{n=1}^{\infty} F_n^{(2)}\lambda^{-n} / q, \tag{11}$$

мұндағы $F_n^{(1)}$ және $F_n^{(2)}$ $(n = 1,2,3,...)$ x және t-ға тәуелді күрделі функциялар. (11) өрнекті (9), (10) Рикати типті теңдеулеріне апарып қойып, λ-ның бірдей дәрежесі бойынша нөлге теңестіреміз.

$$F_1^{(1)} = -i\alpha|q|^2, \tag{12}$$

$$F_2^{(1)} = iF_{1x}^{(1)} - i\frac{F_1^{(1)}q_x}{q} - i\bar{q}F_1^{(2)}, \tag{13}$$

$$F_3^{(1)} = iF_{2x}^{(1)} - i\frac{F_2^{(1)}q_x}{q} - i\bar{q}F_2^{(2)} + i\left(F_1^{(1)}\right)^2 - \upsilon\frac{F_1^{(1)}F_2^{(2)}}{q}, \tag{14}$$

$$F_1^{(2)} = \frac{q}{2}\left(\alpha^2\upsilon - \beta\right), \tag{15}$$

$$F_2^{(2)} = i\frac{F_{1x}^{(2)}}{2} - i\frac{F_1^{(2)}q_x}{2q} - i\frac{\alpha q}{2}F_1^{(1)}, \tag{16}$$

$$F_3^{(2)} = \frac{i}{2}F_{2x}^{(2)} - \frac{iq_x}{2q}F_2^{(2)} - \frac{i\alpha q}{2}F_2^{(1)} + \frac{i}{2}F_1^{(1)}F_2^{(1)} - \frac{\upsilon}{2q}\left(F_1^{(2)}\right)^2, \tag{17}$$

Сәйкестік шарты бойынша $\left(\ln\phi_1\right)_{xt} = \left(\ln\phi_1\right)_{tx}$, біз (1) теңдеу үшін (3) шектеулермен келесі сақталу теңдеуін шығара аламыз:

$$\left(i\lambda + q\Gamma_1 + i\upsilon\Gamma_2\right)_t = \left(-\frac{i}{3}\lambda^2 - i\alpha|q|^2 + \left(-\lambda d - \alpha\upsilon q + iq_x\right)\Gamma_1 + i|q|^2\Gamma_2\right)_x . \tag{18}$$

(18) теңдеуге (11)-(17) өрнектерін қойып, сақталу заңдарын шығарамыз

$$\frac{\partial R_l}{\partial t} = \frac{\partial J_l}{\partial x},\ (l = 1,2,3...) \tag{19}$$

мұндағы R_l және J_l сәйкесінше сақталған тығыздықтармен сақталған ағындарды білдіреді [5].

$$R_1 = F_1^{(1)} + \frac{i\upsilon}{q}F_1^{(2)} = -i\alpha|q|^2 + \frac{i\upsilon}{2}\left(\alpha^2\upsilon - \beta\right), \tag{20}$$

$$J_1 = -F_2^{(1)} - \alpha\upsilon F_1^{(1)} + \frac{iq_x}{q}F_1^{(1)} + i\bar{q}F_1^{(2)} = \alpha q_x\bar{q} - \alpha q\bar{q} + i|q|^2\left(\alpha^2\upsilon - \beta\right) + i\alpha^2\upsilon|q|^2, \tag{21}$$

$$R_2 = F_2^{(1)} + \frac{i\upsilon}{q}F_2^{(2)} = \alpha q\bar{q}_x - i|q|^2\alpha^2\upsilon + \frac{i}{2}\beta|q|^2 - \frac{\alpha^2}{4}\upsilon\upsilon_x, \tag{22}$$

$$\begin{aligned} J_2 = -F_3^{(1)} - \alpha\upsilon F_2^{(1)} + \frac{iq_x}{q}F_2^{(1)} + i\bar{q}F_2^{(2)} = -\alpha^2\upsilon q\bar{q}_x + \frac{\alpha^2\upsilon}{2}q_x\bar{q} - \frac{\beta}{2}q_x\bar{q} + \\ + i\frac{\alpha^2}{2}|q|^4 - \alpha^2|q|^2\upsilon_x - i\alpha q\bar{q}_{xx} - \frac{\alpha^2}{2}\upsilon\bar{q}_x q + \frac{\beta}{2}\bar{q}_x q + i\alpha q_x\bar{q}_x - \frac{\alpha^2}{2}|q|^4. \end{aligned} \tag{23}$$

Бұл жұмыста екі ұзын және қысқа толқындардың өзара әрекеттесу шарттарын біріктіретін Ядзима-Ойкава-Ньюелл (1) теңдеуі қарастырылған. Ядзима-Ойкава-Ньюелл (1) теңдеуі үшін сақтау заңдары Риккати теңдеуінен және Лакс жұптарынан құрылды.

Зерттеу жұмысы Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігі Ғылым комитетінің жобасы аясында дайындалған (ЖТН жобасы: AP09057947).

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. J. Chen, Y. Chen, B. Feng, K. Maruno, Y. Ohta General high-order rogue waves of the (1+1)-dimensional Yajima-Oikawa system. J. Phys. Soc. Jpn. 2018 P. 87
2. R. Li, X. Geng Periodic-background solutions for the Yajima-Oikawa long-wave-short-wave equation. Nonlinear Dyn. 2022 P. 94.
3. S. Anco, G. Bluman Direct construction of conservation laws from field equations. Phys. Rev. Lett. 1997 P. 78
4. S. Anco, G. Bluman Direct construction method for conservation laws of partial differential equations. I: Examples of conservation law classifications. Eur. J. Appl. Math. 2002 P. 13
5. L. Xing, P. Mingshu Systematic construction of infinitely many conservation laws for certain nonlinear evolution equations in mathematical physics. Commun Nonlinear Sci Numer Simulat. 2013 2304-2312