

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ**

**«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»  
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XVIII Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**PROCEEDINGS  
of the XVIII International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**2023  
Астана**

**УДК 001+37**  
**ББК 72+74**  
**G99**

**«GYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың  
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII  
Международная научная конференция студентов и молодых  
ученых «GYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International  
Scientific Conference for students and young scholars «GYLYM JÁNE  
BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.**

**ISBN 978-601-337-871-8**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001+37**  
**ББК 72+74**

**ISBN 978-601-337-871-8**

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2023**

ӘОЖ 524.834

**СИММЕТРИЯЛЫ ТЕЛЕПАРАЛЛЕЛЬДІ ГРАВИТАЦИЯДАҒЫ  
КОСМОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРДІ ЗЕРТТЕУ**

**Абылкаирова Гульалда Раббатовна**

*gulalda.abulkairova@mail.ru*

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, физика-техникалық факультетінің магистранты

Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – Н.А.Мырзакулов

Әдеттегі материя Әлемдегі бақыланатын қисықтарын түсіндіре алмайтыны белгілі. Сондықтан бізге материяның басқа түрі қажет болады. Бірқатар зерттеулер мен бақылаулар нәтижесінде үш түрлі түсініктеме берді. Бұл Эйнштейннің гравитация теориясының бұрыннан бері жоққа шығарылған нұсқасының нәтижесі болуы мүмкін, оның құрамында «космологиялық тұрақты» деп аталатын нәрсе бар[1]. Мүмкін кеңістікті толтыратын өзгеше энергия сұйықтығы бар шығар. Мүмкін Эйнштейннің гравитация теориясында бірдеңе дұрыс емес шығар және жаңа теория осы космологиялық үдету тудыратын өрістің қандай да бір түрін қамтуы мүмкін. Және белгісіз шаманы қараңғы энергия деп атады[2].

Эйнштейннің гравитация теориясы дұрыс емес деген тұжырым Ғаламның кеңеюіне ғана әсер етіп қоймайды, сонымен қатар галактикалар мен галактикалар кластерлеріндегі қалыпты материяның әрекетіне де әсер етеді[3]. Бұл факт қара энергия мәселесінің шешімі жаңа гравитация теориясы болып табылады ма, жоқ па, соны шешуге мүмкіндік береді: біз галактикалардың кластерлерде қалай біріктірілетінін бақылай аламыз. Бірақ егер гравитацияның жаңа теориясы қажет екені анықталса, ол қандай теория болар еді? Ол Эйнштейннің теориясы белгілі болғандай Күн жүйесіндегі денелердің қозғалысын қалай дұрыс сипаттай алады және әлі де бізге қажет ғалам туралы әртүрлі болжамды бере алады?

Бұл мақалада  $F(R, Q)$  гравитациясы қарастырылатын болады. Мұндағы  $R$  қисықтық скаляр,  $Q$  метрикалық емес скаляр.  $F(R)$  Эйнштейннің жалпы салыстырмалылық теориясын қорытындылайтын өзгертілген ауырлық теориясының бір түрі. ауырлық күші  $F(R)$  шын мәнінде теориялар тобы болып табылады, олардың әрқайсысы  $R$  Риччи скалярының жеке  $f$  функциясымен анықталады[4]. Дербес функцияны енгізу нәтижесінде қараңғы энергияның немесе қараңғы материяның белгісіз формаларын қоспай, ғаламның үдетілген кеңеюі мен құрылымын түсіндіру еркіндігі пайда болуы мүмкін. Кейбір функционалды формалар ауырлық күшінің кванттық теориясынан туындайтын түзетулерден туындауы мүмкін[5].

Алайда теориялық физикада қараңғы энергияның эволюциясының негізгі табиғаты мен механизмі әлі де ашық сұрақ болып табылады. Жалпы салыстырмалылықта қараңғы энергияның ең қарапайым түсіндірмесі космологиялық тұрақты болып табылады[6]. Модификацияланған симметриялы телепараллель ауырлық күші немесе  $F(Q)$  гравитация-гравитациялық өзара әрекеттесу метрикалық емес терминмен анықталатын жаңадан ұсынылған гравитация теориясы[7][8]. Содан кейін біз космографиялық параметрлердің бақыланатын мәніне сәйкес келетін модель параметрлерінің мәндерін табамыз. Біз әртүрлі космологиялық параметрлердің мінез-құлқын талдаймыз, мысалы,

масштабты параметрі, тығыздық және біздің космологиялық модель үшін энергия жағдайлары мен қозғалыс теңдеуі.

Бұл мақалада  $F(R, Q)$  теориясы үшін әсер келесі түрде беріледі:

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x [F(R, Q) + L_m]. \quad (1)$$

мұндағы  $L_m$  - материялық Лагранжиан. Фридманн-Робертсон-Уолкер (ФРУ) метрикасында қарастырамыз

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (2)$$

ФРУ метрикасы үшін

$$\begin{aligned} R &= 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right), \\ Q &= 6\frac{\dot{a}^2}{a^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

Сәйкес Лагранж мүшесін таңдап, бөлшектеп интегралдау бойынша  $L$  Лагранжианы канондық болады. Біздің жағдайымызда

$$S = \int d^4x a^3 [F(R, Q) - \lambda_1 (R - 6(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2})) - \lambda_2 (Q - 6\frac{\dot{a}^2}{a^2}) - \frac{\rho_{m0}}{a^3}]. \quad (4)$$

Әсерді  $R, Q$  бойынша вариациялау, сәйкесінше,  $\lambda_1 = F_R, \lambda_2 = F_Q$  мәндерін береді. Алынған нәтижені әсерге қою арқылы келесі өрнекті аламыз:

$$S = \int d^4x a^3 [F - F_R (R - 6(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2})) - F_Q (Q - 6\frac{\dot{a}^2}{a^2}) - \frac{\rho_{m0}}{a^3}], \quad (5)$$

Лагранжиан мәні

$$L = a^3 F - a^3 F_R R - 6\dot{a}^2 a F_R - 6\dot{a} a^2 F_{RR} \dot{R} - 6\dot{a} a^2 F_{RQ} \dot{Q} - a^3 F_Q Q + 6\dot{a}^2 a F_Q - \rho_{m0} \quad (6)$$

Бірінші Фридманн теңдеуі

$$2\dot{H} + 3H^2 = \frac{\rho_{eff}}{6(F_R - F_Q)}, \quad (6)$$

мұндағы эффективті тығыздық

$$\begin{aligned} \rho_{eff} &= 3F_R R - 3F + 3F_Q Q - 12HF_{RR} \dot{R} - 6F_{RRR} \dot{R}^2 - 6F_{RRQ} \dot{R} \dot{Q} - 6F_{RR} \ddot{R} - 12HF_{RQ} Q \\ &- 6F_{RQR} \dot{R} \dot{Q} - 6F_{RQQ} \dot{Q}^2 - 6F_{RQ} \ddot{Q} + 12HF_{QR} \dot{R} + 12HF_{QQ} \dot{Q}. \end{aligned} \quad (7)$$

Скаляр қисықтық  $R$  үшін қозғалыс теңдеуі

$$F_{RR} R + 6HF_{RQR} \dot{Q} + F_{QR} Q - 6H^2 F_{QR} - 6\dot{H} F_{RR} - 12H^2 F_{RR} - 6HF_{RRQ} \dot{Q} = 0, \quad (8)$$

Метрикалық емес скаляр  $Q$  үшін қозғалыс теңдеуі

$$F_{RQ} R + 6HF_{RRQ} \dot{R} + F_{QQ} Q - 6H^2 F_{QQ} - 6\dot{H} F_{RQ} - 12H^2 F_{RQ} - 6HF_{RQR} \dot{R} = 0, \quad (9)$$

Лагранжиан арқылы алынған толық энергия (Гамильтониан)

$$3H^2 = \frac{P_{eff}}{2(F_R - F_Q)}, \quad (10)$$

мұндағы эффективті қысым

$$p_{eff} = F_R R + F_Q Q - F - 6HF_{RR} \dot{R} - 6HF_{RQ} \dot{Q} + \rho_m. \quad (11)$$

Әлем тек қысымы жоқ материялардан тұратын болғандықтан, әдетте  $p = p_m = 0$  және  $\rho = \rho_m = \rho_{m0} a^{-3}$  өрнектері орындалады, бұл жердегі «0» тиісті шаманың ағымдағы өлшемін көрсетеді

Енді Нетер теоремасының симметриялық шарты

$$L_x \mathbf{L} = X\mathbf{L} = 0, \quad (13)$$

орындалса,  $L=L(q_i, \dot{q}_i)$  түрдегі Лагранжиан үшін Нетер симметриясы бар болады.

Сондай-ақ,  $X$  векторлық өрісі бар нүктелі Лагранжиан қолданылады. Біздің есебімізде мына формула беріледі:

$$X = \alpha \frac{\partial}{\partial a} + \beta \frac{\partial}{\partial R} + \gamma \frac{\partial}{\partial Q} + \dot{\alpha} \frac{\partial}{\partial \dot{a}} + \dot{\beta} \frac{\partial}{\partial \dot{R}} + \dot{\gamma} \frac{\partial}{\partial \dot{Q}}, \quad (14)$$

мұндағы  $\alpha$ ,  $\beta$  және  $\gamma$  шамалары  $(a, R, Q)$  тәуелді функциялар.

$$\dot{\alpha} = \frac{\partial \alpha}{\partial a} \dot{a} + \frac{\partial \alpha}{\partial R} \dot{R} + \frac{\partial \alpha}{\partial Q} \dot{Q}, \quad (15)$$

$$\dot{\beta} = \frac{\partial \beta}{\partial a} \dot{a} + \frac{\partial \beta}{\partial R} \dot{R} + \frac{\partial \beta}{\partial Q} \dot{Q}, \quad (16)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial \gamma}{\partial a} \dot{a} + \frac{\partial \gamma}{\partial R} \dot{R} + \frac{\partial \gamma}{\partial Q} \dot{Q}, \quad (17)$$

Бұл жағдайда біз  $\dot{a}^2, \dot{a}\dot{R}, \dot{a}\dot{Q}, \dot{R}^2, \dot{Q}^2$  бойынша жинақтап, келесідей дифференциалдық теңдеулердің байланысқан жүйесін аламыз:

$$\begin{aligned} \dot{a}^2 : & 6\alpha F_Q - 6\alpha F_R - 6\beta a F_{RR} + 6\beta a F_{QR} - 6\gamma a F_{RQ} + 6\gamma a F_{QQ} - 12 \frac{\partial \alpha}{\partial a} a F_R \\ & + 12 \frac{\partial \alpha}{\partial a} a F_Q - 6 \frac{\partial \beta}{\partial a} a^2 F_{RR} - 6 \frac{\partial \gamma}{\partial a} a^2 F_{RQ} = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \dot{a}\dot{R} : & -12\alpha a F_{RR} - 6\beta a^2 F_{RRR} - 6\gamma F_{RRQ} - 6 \frac{\partial \alpha}{\partial a} a^2 F_{RR} - 12 \frac{\partial \alpha}{\partial R} a F_R + 12 \frac{\partial \alpha}{\partial R} a F_Q \\ & - 6 \frac{\partial \beta}{\partial R} a^2 F_{RR} - 6 \frac{\partial \gamma}{\partial R} a^2 F_{RQ} = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{a}\dot{Q} : & -12\alpha a F_{RQ} - 6\beta a^2 F_{RQR} - 6\gamma a^2 F_{RQQ} - 6 \frac{\partial \alpha}{\partial a} a^2 F_{RQ} - 12 \frac{\partial \alpha}{\partial Q} a F_R + 12 \frac{\partial \alpha}{\partial Q} a F_Q \\ & - 6 \frac{\partial \beta}{\partial Q} a^2 F_{RR} - 6 \frac{\partial \gamma}{\partial Q} a^2 F_{RQ} = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\dot{R}^2 : -\frac{\partial \alpha}{\partial R} a^2 F_{RR} = 0, \quad (21)$$

$$\dot{Q}^2 : -\frac{\partial \alpha}{\partial Q} a^2 F_{RQ} = 0, \quad (22)$$

$$3\alpha a^2 F - 3\alpha a^2 F_R R - 3\alpha a^2 F_Q Q - a^3 \beta F_{RR} R - a^3 \beta F_{QR} Q - a^3 \gamma F_{RQ} R - a^3 \gamma F_{QQ} Q = 0. \quad (23)$$

Фридманның екі қозғалыс теңдеуі және екі скаляр өріс үшін қозғалыс теңдеулері қорытылып шығарылды. Сонымен қатар, Нетер теоремасы арқылы қолданылып Лагранжиандағы барлық белгісіз шамалардың түрлері алынды.

$$\begin{cases} F - F_Q Q - F_R R = 0, \\ F_{RQ} Q + F_{RR} R = 0, \\ F_{QQ} Q + F_{RQ} R = 0, \end{cases} \quad (24)$$

$$F(R, Q) = f(R) + f(Q), \quad (25)$$

$$F(R, Q) = f(R)f(Q), \quad (26)$$

$$F(R, Q) = F_0R + F_1Q, \quad (27)$$

$$F(R, Q) = F_0R^n Q^{1-n}. \quad (28)$$

Жоғарыдағы теңдеулерге қарап,  $n \neq 1$  жағдайы орын алмайтындығын білеміз.

Ендеше  $n = 2$  жағдайын қарастырамыз

$$L = 6a^2\dot{a}\left(\frac{2\dot{R}}{Q} - \frac{2R\dot{Q}}{Q^2}\right) + 6a\dot{a}^2\left(\frac{R^2}{Q^2} + \frac{2R}{Q}\right), \quad (30)$$

Бұл теңдеудегі  $\frac{R}{Q} = \zeta$  теңестіріп, Лагранжианды қайтадан жазып аламыз.

$$L = 2a^2\dot{a}\dot{\zeta} + 2a\dot{a}^2\zeta + a\dot{a}^2\zeta^2, \quad (31)$$

Энергия күйі, Фридманн теңдеулеріне әкеліп қойғанда келесідегідей өрнектерді аламыз.

$$2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\zeta} + 2\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2\zeta + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2\zeta^2 = 0, \quad (32)$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{\ddot{a}}{a} - \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2\zeta = 0, \quad (33)$$

Сонда масштабты фактордың түрі келесі түрде беріледі.

$$a(t) = a_0 t^{1/2} \quad (34)$$

Біз түрлі есептеу тәсілдерін қолдану арқылы  $F(R, Q)$  гравитациясы үшін масштабты факторды есептеп шықтық.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Buchdahl H.A. Non-linear Lagrangians and cosmological theory // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1970. - Vol. 150. - P. 1.
2. Felice A., Tsujikawa S.  $F(R)$ Theories // Living Reviews in Relativity. 2010. - Vol. 13, №3.
3. Nojiri S., Odintsov S.D. Introduction to modified gravity and gravitational alternative for dark energy // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. 2007. - Vol.04. - P. 115.
4. Alexandre J., Houston N., Mavromatos N.E. Starobinsky-type inflation in dynamical supergravity breaking scenarios // Physical Review D. 2014. Vol. 89, № 2. P. 027703.
5. Starobinsky A.A. A new type of isotropic cosmological models without singularity // Physics Letters B. 1980. Vol.91. P. 99.
6. Nester J. M., Yo H.-J. Symmetric teleparallel general relativity // Chinese Journal of Physics. 1999. Vol.37. P.113.
7. Jimenez J. B., Heisenberg L., Koivisto T. Coincident General Relativity // Physical Review D. 2018. Vol. 98. P.4.
8. Jimenez J. B., Heisenberg L., Koivisto T.S. The Geometrical Trinity of Gravity // Universe. 2019. Vol.5. №7. P.173.