Егер $y = 4$ болса, онда $x = \frac{23 + 19 \cdot 4}{7} = \frac{99}{7} \notin Z.$

Егер $y = 5$ болса, онда $x = \frac{23 + 19 \cdot 5}{7} = \frac{118}{7} \notin Z.$

Егер $y = 6$ болса, онда $x = \frac{23 + 19 \cdot 6}{7} = \frac{137}{7} \notin Z.$

Сонымен, бұл теңдеудің бүтін шешімі $(6;1)$ жұбы.

Онда жалпы шешім $\begin{cases} x = 6 + 19k \\ y = 1 + 7k. \end{cases}$ болады.

Бұл жұмыста біз бірінші ретті диофанттық теңдеулерді және оларды шешу жолдарын қарастырдық. Бұл мысалдардан диофанттық теңдеулерді шешу барысында осы тәсілдерді қолданудың тиімділігін байқауға болады. Негізінен анықталмаған теңдеулерді шешу - математикадағы қатты қызықтыратын есептердің бірі болып саналады. Мұндай есептер олимпиадаларда кездесетіндіктен, оларды мектепте факультатив курсына енгізіп және диофанттық теңдеулерді шығарудың тиімді әдіс-тәсілдерін оқушыларға үйрету, 1-ден, балалардың интеллектуалды дамуына әсер етсе, 2-ден, олардың математикалық білімінің тереңдей түсуіне өз ықпалын тигізеді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. И.Г.Башмакова ‹‹Диофант и Диофантовы уравнения›› Москва, 1972г. – 68 с.
2. Е.П.Гринько, А.Г.Головач. Методы решения диофантовых уравнений при подготовке школьников к олимпиадам: учебно-методич. пособие. – Брест: Изд-во БрГУ, 2013. – 180 с.
3. А.А.Бухштаб. Теория чесел. - М.: Просвещение, 1966. – 385 с.
4. А.Г.Цыпкин. Справочник по математике для средней школы. – М.: Наука, 1980г.
5. Ж.Бейсеков, Д.Рахымбек, Т.А.Шарипов. Орта мектепте математиканы оқытудың әдістемесіне арналған оқу құралы. - Шымкент, 2003. - 180 б.
6. А.Г.Курош. Курс высшей алгебры. - М., 1971 г.
7. И.С.Соменский. Сборник задач по высшей алгебре. - М., 1977 г.

ӘОК 372.851

ОРТА МЕКТЕПТЕГІ ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫ МЕН КОМБИНАТОРИКА ЕСЕПТЕРІН БЕРУДІҢ ТЕОРИЯЛЫҚ АСПЕКТІЛЕРІ

Байдышева Айдана Досанқызы

baidysheva.a@mail.ru

Студент 5В010900

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан қ.

Ғылыми жетекшісі: Тілеулесова А.Б.

Кілттік сөздер: комбинаторика, граф, қосу және көбейту ережелері, комбинаторикалық есептер, ықтималдықтар теориясы.

Бүгінде мектеп математикасының мазмұны талапқа сай өзгеруде. Ықтималдықтар теориясы мен комбинаторика элементтерін көптеген авторлар зерттеді [1-5]. Оқулық мазмұны, тест сұрақтары, міндетті түрде білу керекті сұрақтар легі, бәрі де ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика элементтерінің мектеп математикасындағы орнын анықтап бергендей. Мектеп деңгейінде берілген комбинаторика элементтері мен ықтималдықтар теориясына берілген есептер бұл тақырыптардың өзектілігі мен қолданбалылығын көрсетеді. Орта мектептегі 7-9 сынып алгебраларындағы [6-10] есептер мазмұнын зерттей келе бөлімді оқу нәтижесінде осы тарауда қарастырылатын негізгі мәселелер, яғни комбинаториканың негізгі ұғымдары мен ережелеріне аса ден қойылу керек екендігін алға тартады. Комбинаториканың негізгі ұғымдары мен ережелерін; санның факториалы, қайталанбайтын алмастыру, орналастыру және теру анықтамаларын;қайталанбайтын алмастыру, орналастыру және теру сандарын табу формулаларын;Ньютон биномының формуласын және оның қасиеттерін білу керек;қарапайым комбинаторика-логикалық есептерді шеше алу;қосу мен көбейтудің ережелерін комбинаторикалық есептерді шешуде қолдана алу;қайталанбайтын алмастыру, орналастыру және теру формулаларын қолданып, күрделі емес комбинаторикалық есептерді шеше алу; Ньютон биномының формуласын және оның қасиеттерін қарапайым комбинаторикалық есептерді шешуде қолдана алу керек.

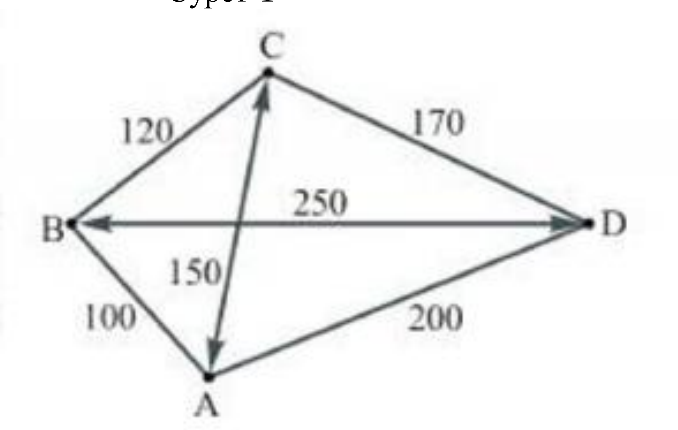
Тақырыпты оқу барысында комбинаторика, комбинаторикалық есеп, граф ұғымдарын білу, қосу ережесі мен көбейту ережелерін және оларды комбинаторикалық есептер шығаруда қолданудана білетін болады.

Күнделікті өмірде әртүрлі жиындардың объектілерін таңдап алу немесе ретке келтіру мәселесі жиі қойылады. Мысалы, фермерге ауылшаруашылық дәнді дақылдарды бірнеше егістік жерлерге себуге, шеберге бірнеше жұмыс түрлерін жұмысшылар арасында бөліп беруге, мұғалімге сабақ кестесін құруға тура келеді.

Жиындар элементтерін белгілі бір ереже бойынша орналастыру немесе таңдап алу есептерін шешуге арналған математика бөлімі комбинаторика деп, ал сондай есептер комбинаторикалық есептер деп аталады. «Комбинаторика» сөзі латынның «combina» сөзінен шыққан, ол «теру», «біріктіру» дегенді білдіреді. Комбинаторикалық есептерді шығару мысалдарын қарастырайық.

1-есеп. Ұшақ табиғат қорғау аймағының арақашықтығы (км-мен) белгілі A, B, C, D пункттерінің үстерінен ұшып өтті. A пунктінен бастап осы пункттердің барлығының үстерінен ұшып өту маршрутының ең ұзынын анықтау керек.

Сурет-1



Шешуі: Маршруттардың барлық мүмкін болатын нұсқаларын қарастырайық.

Кесте-1

1. Маршрут	2. Маршруттың ұзындығы (км)
3. $A \to B \to C \to D \to A$	4. $100 + 120 + 170 + 200 = 590$
5. $A \to B \to D \to C \to A$	6. $100 + 250 + 170 + 150 = 670$

7. $A \to D \to C \to B \to A$	8. $200 + 170 + 120 + 100 = 590$
9. $A \to D \to B \to C \to A$	10. $200 + 250 + 120 + 150 = 720$
11. $A \to C \to D \to B \to A$	12. $150 + 170 + 250 + 100 = 670$
13. $A \to C \to B \to D \to A$	14. $150 + 120 + 250 + 200 = 720$

Барлық маршруттардың ұзындығын салыстырып, жауабын аламыз.

Жауабы: Маршруттары $A \to D \to B \to C \to A$ немесе $A \to C \to B \to D \to A$.

Комбинаторикалық есептерді шешу үшін қандай да бір объектілерді белгілейтін нүктелерден және осы нүктелерді өзара жалғап, объектілердің арасындағы байланысты білдіретін кесінділерден тұратын схеманы пайдаланған ыңғайлы болады. Ондай схеманы ***граф*** деп, нүктелерді графтың *төбелері* деп, ал оларды қосатын кесінділерді графтың *қабырғалары* деп атайды.

2-есеп. Ыдыста 7 алма, 3 алмұрт және 5 шабдалы бар. Олардың ішінен бір жемісті неше тәсілмен таңдап алуға болады?

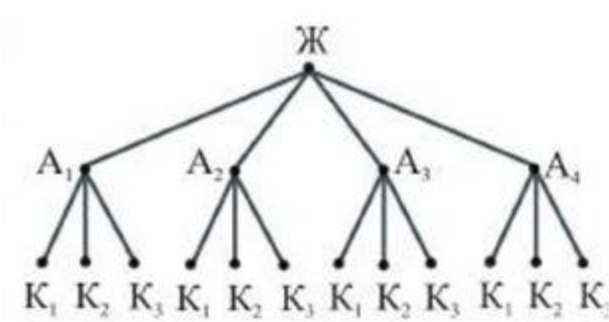
Шешуі: Бір алманы 7 тәсілмен, бір алмұртты 3 тәсілмен, бір шабдалыны 5 тәсілмен таңдап алуға болады. Демек, жемістердің біреуін (7+3+5) тәсілмен таңдап алуға болады екен.

Жауабы: 15

2-есеп сияқты есептерді шығару үшін комбинаторикада **қосу ережесі** деп аталатын ереже қолданылады. *Егер a элементін m тәсілмен, ал b элементін n тәсілмен таңдап алуға болса, және a элементінің кез келген таңдауы b элементін таңдаудан өзгеше болса, онда «a немесе b» таңдауын $(m + n)$ тәсілмен іске асыруға болады.*

Жиындардың бірігуі мен қиылысуы ұғымдарын пайдаланып, бұл ережені былай тұжырымдауға болады: егер шектеулі A және B жиындарының ортақ элементтері болмаса, онда олардың элементтерінің бірігу саны A және B элементтері санының қосындысына тең болады. Бұл ереже әрбір екеуінің ортақ элементтері болмайтын үш және одан да артық жиындардың элементтерін таңдап алу жағдайында қолданылады.

3-есеп. 4 ашық хат пен 3 конверттен қанша тәсілмен жұп (ашық хат пен конверт) таңдап алуға болады?



Сурет 2. А.Е.Әбілқасымова, Т.П.Кучер, В.Е.Корчевский, З.Ә.Жұмағұлова. Алгебра:-Жалпы білім беретін мектептің 8-сыныбына арналған оқулық.Алматы:Мектеп, 2018.

*Шешуі:*Есепті графты пайдаланып шешейік, онда Ж әрпімен жұп (ашық хат пен конверт) A_1, A_2, A_3, A_4 – ашық хаттар, K_1, K_2, K_3 – конверттер берілген. Көріп тұрғандай, ізделінді жұптар саны $4 \cdot 3 = 12$.

Жауабы: 12 тәсілмен.

3-есеп тәрізді есептерді шығарғанда комбинаторикада **көбейту ережесі** деп аталатын ереже қолданылады. *Егер a элементін әртүрлі m тәсілмен таңдап алуға болса, әрі әрбір осындай таңдаудан соң b элементін әртүрлі n тәсілмен таңдап алуға болса, онда «a және b» таңдауын $(m \cdot n)$ тәсілмен іске асыруға болады.*

Жиын және оның элементтері ұғымын пайдаланып, бұл ережені былай тұжырымдауға болады: егер A жиыны m элементтен, ал B жиыны n элементтен тұратын болса, онда барлық мүмкін болатын $(a; b)$ жұбынан тұратын, мұндағы $a \in A, b \in B, A \cdot B$ деп белгіленетін жиын $(m \cdot n)$ элементтен тұрады.

Шынымен де, егер $A = \{a_1, \dots, a_n\}, B = \{b_1, \dots, b_m\}$ болса, онда $(a; b)$, мұндағы $a \in A, b \in B$, түріндегі барлық жұптарды мына кестеде көрсетуге болады:

$$(a_1; b_1)(a_2, b_1) \dots (a_n; b_1)$$
$$(a_1; b_2)(a_2, b_2) \dots (a_n; b_2)$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$(a_1; b_m)(a_2, b_m) \dots (a_n; b_m)$$

Мұндай кестеде m жол мен n баған болады. Демек, барлық жұптар саны
$m \cdot n$ болады.

Бұл ереже үш және одан да артық жиындардың элементтерін таңдап алу жағдайында қарастырылады.

4-есеп. Барлық екітаңбалы сан нешеу?

Шешуі: Екі таңбалы санның ондықтар саны тоғыздың : 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 біреуі, ал бірліктер саны онның 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 біреуі болуы мүмкін. Егер ондықтар саны 1-ге тең болса, онда бірлік цифрын 10 тәсілмен таңдап алуға болады, басқа ондықтар цифры үшін де солай болады. Көбейту ережесі бойынша барлығы $9 \cdot 10 = 90$ екітаңбалы сан бар болады.

Жауабы: 90.

Комбинаторикалық есептерді шығарғанда көбіне ортақ элементтері бар екі жиынның бірігу элементтерінің санын табу керек екендігін атап өтелік. Бұл жағдайда олардың бірігу элементтерінің саны A мен B жиындары элементтерінің ортақ элементсіз қосындысының санына тең болады.

Комбинаторика есептерін, ықтималдықтар теориясын мектепте беру себебі, біздің әлемдік нарыққа қарай математиканың қолданбалылығының жоғарылауымен, көбеюімен бірге қол жеткізуіміздің жемісі. Біз мектепте ықтималдықтар теориясы мен статистика элементтерін оқу қажеттілігі туралы әлдеқашан айтқан болатынбыз. Ықтималдықтар теориясы мен статистикалық мәселелерді зерттеу және түсіну біздің ақпаратпен қаныққан қоғамымызда өте қажет. Алайда мектеп бағдарламасына комбинаторлық желіні енгізу біршама қиындықтарға тап болды, оған себеп, мұғалімдердің әдістемелік дайын еместігі және жалпы әдістеме мен мектеп оқулықтарының болмауы. Біздің балаларымыз дамып келе жатқандықтан, оларға есептеуге арналған тапсырмалар ғана емес, сонымен қатар шешім қабылдауда логикалық ойлауды қажет ететін тапсырмалар қажет. Осыған ұқсас тапсырмалар комбинаторикаға және ықтималдыққа арналған тапсырмалар болып табылады. Осы зерттеу 10-13 жастағы оқушылардың логикалық ойлау қабілетін анықтайды. Ал осындай тапсырмаларды шешуде оқыту әдістерін анықтау мектепте оқыту үшін ең тиімді әдісті таңдауға мүмкіндік береді.

Комбинаторика элементтері, экономикалық, мазмұнды есептер, ықтималдықтар теориясына берілетін есептердің мектеп бағдарламасына енгізілуін, шетелде оқу үшін және шетелге тапсырылатын SAT тесттерінің біздің өмірімізге енуімен байланыстыруымызға болады. Үздік университеттер, соның ішінде американдық университеттер тек үздік студенттерді оқытқысы келеді. Өзін жақсы жағынан көрсету үшін көптеген шетелдік талапкерлер SAT Reasoning Test тестін тапсырады. Біздің елімізде, шетелде ЖОО-да білім алып, шетелде білімін жалғастырғысы келетін талапкерлер өте көп. Ал, ол талапкерлерді ЖОО-на түсуге дайындау үшін математика пәні мұғалімдеріне қойылатын ең басты талаптардың бірі – осы комбинаторика элементтері мен ықтималдықтар теориясының есептерін өз деңгейінде жетік білуге үйрету.

Қазіргі таңда ықтималдықтар теориясы, комбинаторика элементтерінің есептері мен мысалдары ғылым мен қолданбалы қызметте өте маңызды орын алды. Оның идеялары, әдістері мен нәтижелері тек қана пайдаланылып қана қоймай, барлық жаратылыстану және техникалық ғылымдарды қамтиды.

Білім берудің мемлекеттік стандартының федералды компонентіне және негізгі (орта) мектеп курсы үшін математика бойынша бағдарламаға сәйкес комбинаторика, статистика және ықтималдықтар теориясы элементтері енгізілген. Соңғы жылдары мемлекеттік қорытынды аттестаттау (осы жылдан бастап – міндетті мемлекеттік емтихан) және математика бойынша бірыңғай мемлекеттік емтихан тапсырмаларында ықтималдықтар теориясы мен комбинаторика бойынша есептер ұсынылады. Сондықтан, математиканы оқыту кезінде оқушыларды осындай тапсырмаларды шешуге үйрету бойынша арнайы дайындық қажет. Десе де тақырып әлі де зерттеуді қажет ететін, сонымен бірге көптеген дидактикалық материалдарға мұқтаж тарау десек артық айтпаймыз. Зерттеліпіп отырған тарау күрделілігі өз алдына, өмірде кездесетін қызықты мысалдарымен құнды. Бұл мәселе тақырыпты зерттеу арқылы керекті жаттығу дәптерлері мен қазақ тіліндегі оқу құралдарының сапалы құрамын көбейтуге алып келетін жол деп түсінемін.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1.Н.Ә.Шыныбеков. - Жалпы білім беретін мектептің 8-сыныбына арналған оқулық.Алматы:Атамұра, 2012.[170-181]

2. А.Әбілқасымова, И.Бекбоев, А.Абдиев, З.Жұмағұлова. - Алгебра: Жалпы білім беретін мектептің 9-сыныбына арналған оқулық.Алматы: Мектеп,2006 ж.[145-150]

3. А.Н.Шыныбеков. -Алгебра және анализ бастамалары: Жалпы білім беретін мектептің 10-сыныбына арналған оқулық.Алматы: Атамұра,2014 ж.[215-219б]

4.А.Әбілқасымова, К.Д.Шойынбеков, В.Е.Корчевский. З.А.Жұмағұлова. Алгебра және анализ бастамалары: Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 10-сыныбына арналған оқулық.Алматы: "Мектеп",2010 ж.

5. А.Е.Әбілқасымова, Т.П.Кучер, В.Е.Корчевский, З.Ә.Жұмағұлова. Алгебра:-Жалпы білім беретін мектептің 8-сыныбына арналған оқулық.Алматы:Мектеп, 2018.

6. Афанасьев В. В. оқушыларға ойындардың ықтималдығы туралы. Ықтималдықтар теориясына кіріспе [Мәтін]: 8-11 сынып оқушылары үшін / В. В. Афанасьев, М. А. Суворова. - Ярославль: Даму Академиясы, 2006. – 192 б.

7. Вентцель, Е. С. Ықтималдықтар теориясы бойынша есептер мен жаттығулар [Мәтін] / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - М.: Жоғары Мектеп, 2002. – 445 Б.

8. Виленкин, Н. Я. Комбинаторика [Мәтін] / Н. Я. Виленкин, А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин. – М.: МЦНМО, 2006. – 400 б.

9. Виленкин, Н. Я. Популярная комбинаторика [Мәтін] / Н. Я. Виленкин. – М.: Ғылым, 1975. – 208 б.

10. Глеман, М. ойын-сауық және ойын-сауық ықтималдығы орта курсындағы Ықтималдықтар теориясының элементтері. [Мәтін]: мұғалім үшін оқу құралы/ М. Глеман, Т. Варга. – М.: Ағарту, 1979. – 176 б.

ӘОЖ 514.11

ОРТА БУЫНҒА АРНАЛҒАН ОЛИМПИАДА ЕСЕПТЕРІНДЕ КЕЗДЕСЕТІН САЛУ ЕСЕПТЕРІ

Бейісбай Назерке Берікқызы
beyisbainazerke@gmail.ru
Л.Н Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 2 курс магистранты,
Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекші - Абуталипова Ш.У.

Қазіргі уақытта салу есептері барлық жерде кездеседі. Мектеп курсындағы геометрия сабағында осы тақырыпқа көбірек мән берілуі қажет. Геометриялық салулар оқушының есептің сызбасын елестету қабілетінің дамуына әсер етеді. Ал бұл кезегінде математикаға деген қызығушылықты арттырады. Математикаға қызығушылығы артқан оқушы олимпиадаға мән бере бастайды. Тақырыпта олимпиада есептеріндегі салу есептерін қалай шығару екендігі қарастырылады.

Салу есебі деп берілген элеметтері бойынша геометриялық құралдардың (сызғыш және циркуль) көмегімен белгілі бір шарттарды қанағаттандыратын геометриялық фигураны салуды айтады.Геометриялық салулар оқушыныңесептің сызбасын елестету қабілетінің дамуына әсер етеді. Ал бұл кезегінде математикаға деген қызығушылықты арттырады.

Мектеп курсындағы геометрияда кейбір түзулердің арасындағы бұрыштарды анықтауға алуан түрлі есептер берілген. Ал олимпиадаларда кездесетін көп есептер екі түзудің арасындағы бұрыштарды табуға байланысты.

Бұған дейін айтылғандай, олимпиадаларда бірнеше қосымша салуларды қажет ететін тапсырмалар жиі кездеседі. Ең жиі кездесетін қосымша салуларды қарастырайық:

— екі берілген нүктені қосу арқылы кейбір түзулерді салу;
— кесіндіні кез – келген ұшынан өз ұзындығына тең кесіндімен жалғастыру;
— үшбұрыштың медианасын, биіктіктігін, биссектрисасын жүргізу; үшбұрыштың, трапецияның орта сызығын жүргізу;
— түзуге перпендикуляр сызу, нүкте арқылы түзуге параллель сызық салу және т. б.

Бұл қосымша салулар кездесетін есептерге мысалдар қарастырайық.

1-Мысал:$ABCD$ параллелограмы берілгенKнүктесі BC қабырғасының, MнүктесіCD қабырғасының ортасы,$AK = 6,\ AM = 3,\ \angle KAM = 60°.$ AD қабырғасының ұзындығын табыңыз және жауабыңызды түсіндіріңіз.

Шешімі:Бұл есептің шығарылу жолы көп екенін айта кету керек. Солардың бірін қарастырайық. Ол үшін қосымша салу орындаймыз:AKCD трапециясына ML орта сызығын жүргіземіз (яғни есептің шартында берілген M нүктесін берілген бір қабырғаның ортасымен қосамыз). Трапецияның орта сызығы трапецияның AD және KC табандарына параллель болады жәнеAL=3см. AD=2x деп белгілеп алайық, онда KC=x болады. ALM жоғарғы бұрышы $60°$ –қа