К недостаткам нейронной сети можно отнести: достаточно долгий период обучения, высокие требования производительности, сложность в реализации. К достоинствам относятся: при достаточно долгом обучении – вероятность верного ответа, стремящийся к 99%, большой интерес в мире к данным технологиям

Список использованных источников

1. Wikipedia.org
2. George F Luger Artificial Intelligence. P. 455-464

УДК 517.984

ШЕКАРАЛЫҚ БАСҚАРУДЫҢ КЕЙБІР ӘДІСТЕРІН БІРТЕКТІ ЕМЕС ШЕК ҮШІН КЕРІ ЕСЕПТЕРІНДЕ ҚОЛДАНУ

Өмірбек Мерей Нұржанұлы
omirbek.m@mail.ru
Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – К. Сулейманов

Бекітілмеген сол жағына түсірілген $f(t)$ күші тудыратын, біртекті емес шектің бойында таралатын толқындар туралы есеп қарастырылады. Жұмыста ұзындығы $L \leq \infty$, ал тығыздығы $\rho = \rho(x)$ айнымалы, оң мәнді және дифференциалданады. Бұл есеп келесі теңдеулер жүйесіне әкеледі:

$$\begin{cases} \rho(x)u_{tt} - u_{xx} = 0; \;\; 0 < x < L, \;\; 0 < t < T & (1) \\ u(x,0) = u_t(x,0) = 0; \;\; u_x(0,t) = f(t) & (2) \end{cases}$$

Оның шешімі $u = u^f(x,t)$ шектің алғашқы күйінен ауытқуын білдіреді. $T_* = \int_0^L \sqrt{\rho(x)}dx \leq \infty$ шектің «оптикалық ұзындығы» $x = 0$ –ден $x = L$ –ге дейінгі ұйытқудың жүріп өткен уақытымен сәйкес келеді. $r(t)$ арқылы, лездік бірлік импульстің көзі: $f(t) = \delta(t)$ ($\delta(\dots)$–Дирактың дельта-фукнциясы) тудыратын, $x = 0$ жағының ауытқуын белгілейік, сонымен қатар көрсетілген класстан алынған кез келген $\rho(x)$ үшін $r(+0) < 0$ шартының қажетілігі орындалады.

Кері есептің мақсаты $\rho(x)$ $(0 \leq x \leq L)$ фукнциясын, берілген $r(t)$ $(t > 0)$ функциясы арқылы қалпына келтіру. $r(t)$ функциясын біле отырып, шектің еркін еркін көздің әсерінен туындаған, шек ұшының ауытқуын сипаттауға болады:

$$u^f(0,t) = r(t) * f(t) = \int_0^t r(t-s)f(s)ds. \tag{3}$$

Шектің сол жақ ұшынан x нүктесіне дейінгі ұйытқудың жүріп өткен уақыты $\tau(x) = \int_0^x \sqrt{\rho(\varsigma)}d\varsigma$ болсын, ал $x = x(t)$ функциясы $t = \tau(x)$ функциясының кері функциясы болып табылады:

$u^f(x,T) = 0$ $(0 < t < T)$. $t = T < T_*$ моментін бекітіп, шектің $[0, x(T)]$ аралығында, $x(T) < x \leq L$ кезінде $a(x) = 0$ болатын, $a(x)$ функциясын береміз. (1), (2) жүйесімен байланысты басқару есебін құрамыз: $t = T$ моментінде $f(t)$ күші тудыратын толқын, алдын ала берілген форманы қабылдай алатындай, $f(t)$ күштің көзін іздеп табу, яғни келесі теңдік орындалу керек:

$$u^f(x,T) = a(x). \tag{4}$$

Шек $\rho(x) = \rho = const$ үшін есеп оңай шешіледі: бұл жағдайда

$$u^f(x,t) = -\frac{\theta(t - \sqrt{\rho}x)}{\sqrt{\rho}} \int_0^{t-\sqrt{\rho}x} f(s)ds$$

($\theta(\dots)$–Хевисайд функциясы: $\theta(s) = 0$ егер $s < 0$, $\theta(s) = 1$ егер $s > 0$);

Сәйкесінше $u^f(x,t) = -\frac{1}{\sqrt{\rho}}\int_0^{T-\sqrt{\rho}x} f(s)ds = a(x)$ осыдан :

$$f(t) = a'\left(\frac{T-t}{\sqrt{\rho}}\right) \ (0 < t < T). \quad (5)$$

Жалпы жағдайда басқару есебінің шешімі бар, алайда (5) түріндегі айқын формуласы жоқ.

Бұл жағдайда $f(t)$ функциясын табу үшін жуықтау әдісін қолданамыз. Аппроксимация сапасын келесі функционалдық кеңістіктердің терминдері арқылы сипаттаған ыңғайлы. $f(t)$ фукнциясы, скаляр көбейтіндісі $(f,g)_{F^T} = \int_0^T f(t)g(t)dt$ және нормасы $\|f\|_{F^T} = [\int_0^T f^2(t)dt]^{1/2}$ болатын гильберттік кеңістіктің элементі ретінде, ал шекте берілген функциялар салмағы $H = L_{2,\rho}[0,L]$ болатын кеңістіктің элементі қарастырылады,

$$(a,b)_H = \int_0^L a(x)b(x)\rho(x)dx, \qquad \|a\|_H = \left[\int_0^L a^2(x)\rho(x)dx\right]^{1/2}.$$

$\{f_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$ жүйесі, F^T кеңістігінде базис құрайтын болсын: кез келген $g(t) \in F^T$ функциясын келесі қатар түрінде берейік: $g(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k f_k(t)$. $\{u_k(x,T)\}_{k=1}^{\infty}$ болсын, оған сәйкес келетін толқындар: $u_k(x,T) = u^{f_k}(x,t)$. Онда, толқын кірмейтін $[0,x(T)]$ аралықтың сыртында нөлге айналатын, шектегі кез келген $a(x) \in H$ функциясын толқын бойынша келесі қатар түрінде беруге болады:

$$a(x) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k u_k(x,T). \quad (6)$$

(4) басқару есебінің жуық шешімін $[0,x(T)]$ аралықта берілген $a(x)$ функциясы арқылы, $\{f_k(t)\}_{k=1}^{N}$ күш көзінің ішкі жүйелерін және оған сәйкес келетін $\{u_k(x,T)\}_{k=1}^{N}$ толқындарды қолдану арқылы құрамыз. $c_1, c_2, \dots, c_N$ коэффициенттері келесі шаманы мимимумге жеткізсін:

$$\varepsilon(c_1, c_2, \dots, c_N) = \|a - \sum_{k=1}^{N} c_k u_k(x,T)\|_H^2, \quad (7)$$

Егер $\{c_k\}_{k=1}^{N}$ сызықты алгебралық теңдеулер жүйесінің шешімі болса, минимум орынды:

$$\sum_{k=1}^{N} \gamma_{ik} c_k = b_i \quad (i = 1,2,\dots,N), \quad (8)$$

мұнда

$$\gamma_{ik} = (u_i, u_k)_H = \int_0^{x(T)} u_i(x,T)u_k(x,T)\rho(x)dx \quad (9)$$

мағынасы $\{u_k(x,T)\}_{k=1}^{N}$ толқындар жүйесінің Грам матрицасының элементтері, ал b_i босмүшелер:

$$b_i = (a, u_i)_H = \int_0^{x(T)} a(x)u_i(x,T)\rho(x)dx. \quad (10)$$

Матрицалық түрде (8) жүйесі келесі түрге ие болады: $c\Gamma = \mathrm{b}$, мұндағы $\Gamma = \{\gamma_{ik}\}_{i,k=1}^{N}$, c және b сәйкесінше $\{c_k)\}_{k=1}^{N}$ және $\{\mathrm{b}_i)\}_{i=1}^{N}$ бағандары. Осыдан:

$$c = \Gamma^{-1}\mathrm{b} \quad (11)$$

(11) шешімі бойынша, басқару есебінің жуық шешімін беретін, күш көзі құрылады:

$$f^N(t) = \sum_{k=1}^{N} c_k f_k(t) \quad (12)$$

Ол тудыратын толқын $a^N(x) = \sum_{k=1}^{N} c_k u_k(x,T)$ берілен $a(x)$ функциясын ең жақсы аппроксимациялайды. $N \to \infty$ кезінде $\|a - a^N\|_H \to 0$ арақашықтығы, яғни жуықтау дәлдігі артады. Бұл нәтиже (8)-бен бірге келесі теңдеуді береді:

$$\|a\|_H^2 \approx \|a^N\|_H^2 = \left(\sum_{i=1}^{N} c_i u_i, \sum_{k=1}^{N} c_k u_k\right)_H = \sum_{i=1}^{N} c_i \sum_{k=1}^{N} \gamma_{ik} c_k = \sum_{i=1}^{N} b_i c_i$$

Матрицалық түрде, (11)- ге сәйкес, ол келесі түрге ие болады:

$$\|a\|_H^2 \approx (b^{\mathrm{T}}) \cdot c = (b^{\mathrm{T}}) \cdot \Gamma^{-1} \cdot \mathrm{b}, \quad (13)$$

(13)- тегі дәлдік N өскен сайын артады. Екі еркін күш көзі үшін $f(t), g(t)$ келесі шаманы енгізейік:

$$w^{fg}(t,s) = \left(u^f(x,t), u^g(x,s)\right)_H = \int_0^L u^f(x,t)u^g(x,s)\rho(x)dx. \quad (14)$$

(14) формула арқылы келесі теңдікке келеміз

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial s^2}\right]\omega^{fg}(t,s)=-\left[u_x^f(0,t)u^g(0,s)-u^f(0,t)u_x^g(0,s)\right], \tag{15}$$

$u_x^f(0,t)=f(t), u_x^g(0,s)=g(s)$ екенін ескере отырып,

$$u^f(0,t)=\int_0^t r(t-\xi)f(\xi)d\xi, u^g(0,s)=\int_0^t r(t-\eta)g(\eta)d\eta,$$

және де (15) арқылы

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial s^2}\right]\omega^{fg}(t,s)=-f(t)\int_0^s r(s-\eta)g(\eta)d\eta+$$

$$+g(s)\int_0^t r(t-\xi)f(\xi)d\xi \quad (0<t,s<T_*) \tag{16}$$

аламыз. Барлық толқындар қанағаттандыратын, (2)- дегі бастапқы шарттан:

$$\omega^{fg}(0,s)=\omega_t^{fg}(0,s)=0; \qquad \omega^{fg}(t,0)=0 \tag{17}$$

шығады. (16) теңдеуі (17) шарттарымен квадратурада шешіледі:

$$\omega^{fg}(t,s)=(u^f(x,t),u^g(x,s))_H=\frac{1}{2}\int_0^t d\eta\int_{s-t+\eta}^{s+t-\eta}P(\eta,\xi)d\xi, \tag{18}$$

мұндағы $P(t,s)$ (16) теңдеуінің оң жақ бөлігі. $t=s=T$ мәндерін (18)-ге апарып қою және интегралдау ретін ауыстыру келесі теңдікке алып келеді:

$$\omega^{fg}(T,T)=(u^f(x,T),u^g(x,T))_H=\int_0^T dsg(s)\int_0^T\left[-\frac{1}{2}\int_{|t-s|}^{2T-t-s}r(\xi)d\xi\right]f(t)dt,$$

Оны соңғы түрге түрлендіреміз:

$$(u^f(x,T)u^g(x,T))_H=-r(+0)\int_0^T d\xi\left[\int_0^{T-\xi}f(t)dt\right]\left[\int_0^{T-\xi}g(s)ds\right]-$$

$$-\int_0^T d\xi\left[\int_0^{T-\xi}g(s)ds\right]\int_0^T\frac{r'(\xi+\eta)+r'(|\xi-\eta|)}{2}\left[\int_0^{T-\eta}f(t)dt\right]. \tag{19}$$

Бұл өз кезегінде, $\{f_k(t)\}_{k=1}^N$ күш көзі жүйелерінің Грам матрицасының элементтерін келтіруге алып келеді; (9), (19) формулаларына сәйкес:

$$\gamma_{ik}=-r(+0)\int_0^T d\xi\left[\int_0^{T-\xi}f_i(t)dt\right]\left[\int_0^{T-\xi}f_k(s)ds\right]-$$

$$\int_0^T d\xi\left[\int_0^{T-\xi}f_k(s)ds\right]\int_0^T\frac{r'(\xi+\eta)+r'(|\xi-\eta|)}{2}\left[\int_0^{T-\eta}f_i(t)dt\right] \tag{20}$$

мұндағы $i,k=1,2,\dots,N$.

(4) басқару есебін

$$a(x)=\theta^T(x)=\theta(x(T)-x)=\begin{cases}1 & 0\le x\le x(T)\\ 0 & x(T)<x<L\end{cases}$$

болғандағы дербес жағдайда қарастырайық.

$$\|\theta^T\|_H=\int_0^{x(T)}\rho(x)dx=m(T) \tag{21}$$

шамасы $t=T$ моментіндегі толқындар жүріп өткен, шектің $[0,x(T)]$ бөлігіндегі $M(x(T))$ массасына сәйкес келеді. Оның мәнін күш көздерінің базистік жүйесін және (13) теңдеуін қолдану арқылы жуықтау есептеуге болады:

$$m(T)=b^*\Gamma^{-1}\mathrm{b}. \tag{22}$$

$b = \{b_i\}_{i=1}^N$ бағанының компоненттері сол күш көздері арқылы өрнектеледі. Негізінде кез келген $f(t) \in F^T$ үшін

$$\left(\theta^T, u^f(x,T)\right)_H = \int_0^L \theta^T(x) u^f(x,T)\rho(x)dx = \int_0^{x(T)} \rho(x)dx \int_0^T dt(T-t)u_{tt}^f(x,t) = \int_0^T dt(T-t)\int_0^{x(T)} u_{tt}^f(x,t)\,\rho(x)dx = \int_0^T dt(T-t)\int_0^L u_{tt}^f(x,t)\,dx = \int_0^T dt(T-t)\left[u_x^f(x,t)\right]\Big|_{x=0}^{x=L} = -\int_0^T (T-t)u_x^f(0,t)\,dt = -\int_0^T (T-t)f(t)dt. \quad (23)$$

Осыдан және (10) формуласынан келесіні аламыз:

$$b_i = (\theta^T, u_i)_H = -\int_0^T (T-t) f_i(t)dt \qquad (i = 1,2,\dots,N) \quad (24)$$

(20), (24), (22) тепе- теңдіктері кері есепті шешуге мүмкіндік береді. Расында, қандай да бір $\{f_k(t)\}_{k=1}^N$ күш көздерінің базистік жүйесі беріліп, ақырлы $f_1(t), f_2(t), f_N(t)$ жүйелерін таңдау, (20) формуласы арқылы $\Gamma = \{\gamma_{ik}\}_{i,k=1}^N$ Грам матрицасын таба аламыз, кейін оны келесі түрге келтіреміз:

$$\Gamma = \left\{\gamma_{ik}^{(-1)}\right\}_{i,k=1}^N; \ \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} \gamma_{ij}\gamma_{jk}^{(-1)} = \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{N}} \gamma_{ij}^{(-1)}\gamma_{jk} = \delta_{ik}.$$

Бұдан кейін (24) формуласы арқылы $b = \{b_i\}_{i=1}^N$ компоненттерін (22) қоямыз, $t = T$ бойынша, шек бөлігінің $m(T)$ массасының жуық мәнін табамыз. N шамасының мәні артқан сайын жуықтау дәлдігі де артады. Көрсетілген есептеулерді әр түрлі T мәндері үшін есептеу арқылы массаның уақыттан тәуелдігін, ал ол арқылы шектің тығыздығын:

$$\frac{dm(T)}{dT} = \left[\frac{dM(x)}{dx}\right]\Big|_{x=x(T)} \cdot \frac{dx(T)}{dT} = M'\big(x(T)\big)c\big(x(T)\big) = \sqrt{\rho(x(T))} \quad (25)$$

табамыз, $M'(x) = \left[\int_0^x \rho(\xi)d\xi\right]' = \rho(x)$ болғандықтан, ал $c(x) = [\rho(x)]^{-1/2}$ шамасы x нүктесіндегі толқындардың таралу жылдамдығы. Осыдан

$$\rho\big(x(T)\big) = \left[\frac{dM(x)}{dx}\right]^2 \quad (26)$$

шектегі орналасуы бізге әзірше беймәлім, толқынның алдыңғы жағындағы $x = x(T)$нүктесіндегі тығыздығын табуға мүмкіндік береді. Оның орнын келесі тепе- теңдік арқылы толтыруға болады:

$$x(T) = \int_0^T c\big(x(\sigma)\big)d\sigma = \int_0^T \frac{d\sigma}{\sqrt{\rho(x(\sigma))}} \int_0^T \left[\frac{dm(\sigma)}{d\sigma}\right]^{-1} d\sigma \quad (27)$$

T шамасының өзгеруіне байланысты $x(T)$ бөлігі барлық шек арқылы өтеді және (26), (27) формулалары кез келген $0 \le x \le L$ үшін тығыздықты қайта қалпына келтіруге мүмкіндік береді. Келтірілген $\rho(x)$ функциясын табу процедурасы маңызды локалділік қасиетке ие.
(20) формуласынан көріп тұрғанымыздай, $\rho(x)$ фукнциясын қалыпқа келтіру үшін T «оптикалық ұзындықтың» $[0, x(T)]$ бөлігіндегі $[0,2T]$ уақыт аралығындағы $r(t)$ реакциясын білсек жеткілікті.

Келесі сипаттамалар жоғарыда айтылған кері есепті шешу схемасына негізделген алгоритмге жатады. $\{f_k(t)\}_{k=1}^N$ базистік жүйені модельдейтін, жиын ретінде келесі түрдегі күш көздері таңдалынып алынды:

$$f_k(t) = \frac{1}{\sqrt{h}}[\delta(t-(N-k+1)h) - \delta(t-(N-k)h)] \quad (28)$$

$(k = 1,2,\dots,N\,; N = 25{,}50)$, $h = \frac{T}{N}$ – қадам, $\delta(\dots)$– дельта-функция.
$\rho(x)$ шамасы тұрақты емес, функция болған кезде «импульс» формасы бұрмаланады. Грам матрицасы (28) келесі түрге ие болады:

$$\gamma_{ik} \approx -r(+0)\delta_{ik} - \frac{h}{2}\left[\alpha_{i+k} + \alpha_{|i-k|}\right] \ \ (i,k = 1,2,\dots,N), \quad (29)$$

мұндағы δ_{ik} – Кронекер символы, $\alpha_p = r'(ph)(p = 0,1, \dots, 2N)$–шамасы $t_p = ph$ түйіндеріндегі реакцияның уақыт бойынша туындысы. $b = \{b_i\}_{i=1}^{N}$ бағанының барлық компоненттері бірге тең болады, осының салдарынан негізгі (22) формуласы келесі қарапайым түрге келеді:

$$m(T) \approx \begin{pmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix} \Gamma^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix} = \sum_{i,k=1}^{N} \gamma_{ik}^{(-1)}, \qquad (30)$$

яғни массаның шамасы Γ^{-1} матрицасының барлық элементтерінің суммасына сәйкес келеді. Алгоритмнің кіріс деректері болып T, N параметрлері және $r(+0), r'(+0),\ r'(h), r'(2h)$,…, $r'(2T)$ реакцияларымен байланысты сандар жиыны болып табылады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. М. И. Белишев, Т. Л. Шеронова, Методы теории граничного управления в нестационарной обратной задаче для неоднородной струны, Зап. научн. сем. ЛОМИ, 1990, том 186, 37–49
2. Благовещенский А.С. О локальном методе решения нестационарной обратной задачи для неоднородной струны. - Тр.Мат.ин-та АН СССР, 1971, т.115, с.28-38.
3. Белишев М.И. Об одном подходе к многомерным обратным задачам для волнового уравнения. Докл.АН СССР, 1987, т.297, № 3, с.524-527.

УДК 519.652

АППРОКСИМАЦИЯ РЕЛЬЕФА ОБЪЕКТА «КОСАЯ ГОРА» МЕТОДОМ RBF

Ракишева Д.С., Даукен С.Д.
dilya784@mail.ru, sabina.dn@mail.ru

докторант, магистрант

ЕНУ имени Л.Н.Гумилева

г. Нур-Султан, Казахстан

Научный руководитель – Муканова Б.Г.

Аннотация. В работе описывается реализация метода радиально базисных функций для аппроксимации 2D рельефа. Также аппроксимируется рельеф, полученный во время научной стажировки докторанта, на полигоне отделения геофизики геологического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова, расположенном в д. Александровка Юхоновского района Калужской области, объекта «Косая гора». Во время стажировки была проведена электрическая томография на Косой горе, один рельеф был пройден с косами, где между электродами пять метров и метр. Полученный рельеф аппроксимирован методом RBF (радиальные базисные функции) и сравнены результаты аппроксимирования.