- миграция граждан Канады имеет цикличный характер, увеличивается и уменьшается в определенные временные периоды. Увеличивается в летний период, уменьшается – в осенний и весенний периоды;
- анализ данных позволяет сделать вывод о том, что пик показателя миграции граждан приходится на июль-август, а спад – на октябрь и ноябрь. Это обусловлено различными факторами, такими как график рабочих и праздничных дней, дни трудового отпуска, сезонные виды заработка и т.д.;
- прогноз авиа-передвижений на последующие периоды приближен к реальности. В связи с ежегодным увеличением потребности экономии времени, что означает использование наиболее быстрого из видов транспорта. Безусловно, на точность прогноза влияют множество факторов, например, такие, как: экономическая обстановка, климатическая обстановка и другие;
- несмотря на то, что расчетное значение коэффициента детерминации R^2 равно, 42,51%, он значим по критерию Фишера, а значит, модель значима в целом. Так как применяемый способ анализа изучает зависимость данных только от одного фактора- фактора времени, то существует другие регрессоры, оказывающие влияние на количество перелетов граждан по стране и за ее пределы, а значит, и на выручку от продаж авиабилетов;
- данный способ обработки данных имеет важное практическое значение, так как с помощью теоретических сведений, полученных в результате изучения, можно решать довольно широкий круг практических задач, в том числе и многие социально- экономические явления.

Список использованных источников

1. https://www150.statcan.gc.ca/t1/tbl1/en/tv.action?pid=2310007901
2. К. Ланшоц. Практические методы прикладного анализа. Справочное руководство // Под ред. А.М. Лопшица. –М.:Госфизматлит, 1961. –521 с.
3. Гасанов А.С. Адаптивные методы построения математических моделей объектов с помощью гармонического анализа // Международная научная конференция «Интеллектуальные системы принятия решений и прикладные аспекты информационных технологий» (IDMIT’2005). – Евпатория: Херсонский морской институт, 2005. –Том 1. – С.56-60

УДК 517.927.25

ГРАФ-БАЙЛАМДА БЕРІЛГЕН ШТУРМ-ЛИУВИЛЛЬ ЕСЕБІ ҮШІН ӨЗІНДІК ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ҚАСИЕТТЕРІ

Мархан Айнұр Артықбайқызы

markhan.aynur@mail.ru

Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, Математикалық және компьютерлік модельдеу кафедрасының магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – К. Сулейменов

Бұл жұмыста Γ графта берілген Штурм-Лиувилль есебінін графтағы өзіндік функциялары бойынша жіктелуін қарастырамыз.

Γ – γ_k, $k=\overline{1,m}$ қабырғасы және ξ түйіндерінен тұратын геометриялық граф-байлам болсын; γ_k, $k=\overline{1,m-1}$ қабырғасы $[0,\pi/2]$ кесіндісімен, ал γ_m қабырғасы $[\pi/2,\pi]$ кесіндісімен параметрленген, ал жобалау γ_k, $k=\overline{1,m-1}$ қабырғасында – ξ түйініне, γ_m-де – ξ түйінінен болсын. $x\in\gamma_k$ жазуы γ_k қабырғасы әрбір x нүктесінде $0\le x\le\pi/2$ немесе $\pi/2\le x\le\pi$, $x=\pi/2\in\gamma_k$ сандық мәндерінде берілетінін көрсетеді. $f(x)$ функциясының γ_k қабырғасында тарылуы $f(x)_{\gamma_k}$ арқылы белгіленеді. $C(\Gamma)$ – Γ-графтағы үзіліссіз функциялардың жиыны, $C[\Gamma]$ – үздіксіз үзіліссіз функциялардың жиыны, ал $C^2[\Gamma]$ – екінші ретті туындыларына дейін $C[\Gamma]$-да жататын функциялардың жиыны болсын.

Γ графта берілген Штурм-Лиувилль есебі – бұл графтың γ_k, $k=\overline{1,m-1}$ қабырғасында

$$-y''+q(x)y=\lambda y,\quad x\in\gamma_k \tag{1}$$

теңдеуін қанағаттандыратын $y(x)\in C(\Gamma)\cap C^2[\Gamma]$ функциясын іздеу есебі, спектральді параметр деп аталатын қандай да бір λ кезінде ξ түйінінде

$$\sum_{k=1}^{m-1} y'\left(\frac{\pi}{2}\right)_{\gamma_k}=y'\left(\frac{\pi}{2}\right)_{\gamma_m} \tag{2}$$

қатынасы орындалсын және

$$y'(0)_{\gamma_k}-hy(0)_{\gamma_k}=0,\ k=\overline{1,m-1},\ y'(\pi)_{\gamma_m}+Hy(\pi)_{\gamma_m}=0, \tag{3}$$

шектік шарттары берілсін. Келесі шарттар орындалсын: h_k, $k=\overline{1,m-1}$ және H – нақты, ал $q(x)\in C(\Gamma)$ нақты мәнді функция болсын. (1), (2) қатынастары Γ графындағы теңдеуді жүзеге асыру ретінде қарастырылады.

Келесі теореманы қарастырайық. $Q_k(x)$, $x\in[0,\pi]$, $k=\overline{1,m-1}$ функциясы

$$Q_k(x)\equiv q(x)_{\gamma_k},\ x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right],\ Q_k(x)\equiv q(x)_{\gamma_m},\ x\in\left[\frac{\pi}{2},0\right].$$

түрінде анықталсын.

Теорема 1. Кез-келген бекітілген $k=\overline{1,m-1}$ және кез-келген α үшін

$$-z_k''+Q_k(x)z_k=\lambda z_k \tag{4}$$

теңдеуінің $z_k(0,\lambda)=\sin\alpha$, $z_k'(0,\lambda)=-\cos\alpha$ болатындай $z_k(x,\lambda)\in C^1[0,\pi]\cap C^2(0,\pi)$ жалғыз ғана шешімі бар болады.

Әрбір k, $k=\overline{1,m-1}$ үшін $\mu_k(x,\lambda),\ \eta_k(x,\lambda)\in C^1[0,\pi]\cap C^2(0,\pi)$ функциясы $\mu_k(\pi/2,\lambda)=1$, $\mu_k'(\pi/2,\lambda)=0$, $\eta_k(\pi/2,\lambda)=0$, $\eta_k'(\pi/2,\lambda)=1$ сәйкесінше $x\in[\pi/2,\pi]$ кезінде $\mu_k(x,\lambda),\ \eta_k(x,\lambda)$ функциялары k индексіне тәуелсіз, яғни $\mu_k(x,\lambda)=\mu(x,\lambda),\ \eta_k(x,\lambda)=\eta(x,\lambda),\ x\in[\pi/2,\pi]$) бастапқы шарттарын қанағаттандыратын (4) теңдеудің шешімі болсын деп қарастырайық. Онда

$$\underset{(k=\overline{1,m-1})}{w_k(x,\lambda)}=\begin{cases}\delta_{ik}\eta_k(x,\lambda), & x\in\gamma_i,\, i=\overline{1,m-1},\\ \eta(x,\lambda), & x\in\gamma_m,\end{cases}$$

$$w_m(x,\lambda)=\begin{cases}\mu_k(x,\lambda), & x\in\gamma_k,\, k=\overline{1,m-1},\\ \mu(x,\lambda), & x\in\gamma_m\end{cases} \tag{5}$$

функциялары (1), (2) теңдеулердің сызықты тәуелсіз шешімі болады.

Теорема 2. Егер (5) базалық жүйенің шешімі

$$y_k(x,\lambda)=\sum_{i=1}^{m}a_{ki}\omega_i(x,\lambda),\ \ k=\overline{1,m} \tag{6}$$

түрінде берілген $\|a_{ki}\|, k,i=\overline{1,m}$ матрицасы ерекшеленбеген болса, онда (1), (2) теңдеудің $y_k(x,\lambda),\ \ k=\overline{1,m}$ шешімі Γ графта сызықты тәуелсіз болады.

$\varphi_k(x,\lambda),\ \ k=\overline{1,m}$ функциясын (5) базалық жүйе бойынша жіктеу келесі түрде болады:

$$\varphi_k(x,\lambda)=\sum_{i=1}^{m}\varphi_{ki}\omega_i(x,\lambda),\ \ k=\overline{1,m}. \tag{7}$$

Әрбір бекітілген $k=\overline{1,m}$ үшін (7)-мен сәйкес $\varphi_{ki},\ \ k,i=\overline{1,m}$ тұрақтыларына қатысты m сызықты алгебралық теңдеулер жүйесін аламыз және ол келесі тұрақтыларды анықтайды:

$$\varphi_{ki}=\delta_{ki}u_k'\left(\frac{\pi}{2},\lambda\right),\quad i=\overline{1,m-1},\qquad \varphi_{km}=u_k'\left(\frac{\pi}{2},\lambda\right),\qquad k=\overline{1,m-1},$$

$$\varphi_{m1}=\upsilon_1'\left(\frac{\pi}{2},\lambda\right)=\upsilon'\left(\frac{\pi}{2},\lambda\right),\quad \varphi_{mi}=0,\qquad i=\overline{2,m-1},\quad \varphi_{mm}=\upsilon\left(\frac{\pi}{2},\lambda\right).$$

Теорема 3. (1)-(3)-ші шекаралық есептің өзіндік мәндері мен өзіндік функциялары нақты мәнді. Әртүрлі өзіндік мәндерге сәйкес келетін өзіндік функциялар $L_2(\Gamma)$-де ортогональ болады.

$u_k(x,\lambda),\ \ k=\overline{1,m-1}$ функциясы арқылы (1)-(3)-ші шекаралық есептің $y(x,\lambda)$ шешімін құруға болады:

$$y(x,\lambda)=\begin{cases}\alpha_k u_k(x,\lambda), & x\in\gamma_k,\quad k=\overline{1,m-1}\\ \beta\upsilon(x,\lambda), & x\in\gamma_m\end{cases} \tag{8}$$

(α_k,β – тұрақтылар). λ бекітілген: $\lambda=\lambda_0$ болсын. (1)-(3)-ші шекаралық есептің $y(x,\lambda_0)$ тривиалды емес шешімін анықтау $\alpha_k,\ \ k=\overline{1,m-1}$ және β коэффициенттерін анықтауға алып келеді. $y_0(x)$ функциясы ξ түйінде үзіліссіз болғандықтан

$$\alpha_1u_k\left(\frac{\pi}{2},\lambda_0\right)=\alpha_2u_k\left(\frac{\pi}{2},\lambda_0\right)=\cdots=\alpha_{m-1}u_k\left(\frac{\pi}{2},\lambda_0\right)$$

аламыз, ал (2)-ші келісім шарты арқылы

$$y_0'u_k\left(\frac{\pi}{2}\right)_{\gamma_m}=\sum_{k=1}^{m-1}\alpha_ku_k'\left(\frac{\pi}{2},\lambda_0\right)$$

теңдігін аламыз. Екінші жағынан $y_0(x)_{\gamma_m}=\beta\upsilon(x,\lambda_0)$, $\alpha_k,\ \ k=\overline{1,m-1}$ және β коэффициенттеріне қатысты нөлден өзгеше келесі теңдеулер жүйесіне өтеміз:

$$\begin{cases}\alpha_ku_k\left(\frac{\pi}{2},\lambda_0\right)=\beta\upsilon\left(\frac{\pi}{2},\lambda_0\right), k=\overline{1,m-1}\\ \sum_{k=1}^{m-1}\alpha_ku_k'\left(\frac{\pi}{2},\lambda_0\right)=\beta\upsilon'\left(\frac{\pi}{2},\lambda_0\right).\end{cases} \tag{9}$$

Ω – (1)-(3) -ші шекаралық есептің өзіндік мәндер жиыны болсын; Ω^{I}, $\Omega_\gamma^{\mathrm{II}}$, $\Omega_\gamma^{\mathrm{III}}$ – келесі түрдегі λ сандар жиыны:

$$\Omega^{\mathrm{I}} = \left\{ \lambda : \upsilon\left(\frac{\pi}{2}, \lambda\right) \neq 0, m_{\Lambda}(\lambda) = 0 \right\},$$

$$\Omega_{\gamma}^{\mathrm{II}} = \left\{ \lambda : \upsilon\left(\frac{\pi}{2}, \lambda\right) \neq 0, m_{\Lambda}(\lambda) = \gamma \right\}, \quad \gamma = \overline{2, m-1},$$

$$\Omega_{\gamma}^{\mathrm{III}} = \left\{ \lambda : \upsilon\left(\frac{\pi}{2}, \lambda\right) = 0, m_{\Lambda}(\lambda) = \gamma \right\}, \quad \gamma = \overline{1, m-1}.$$

Теорема 4. (Ω^{I}, $\Omega_{\gamma}^{\mathrm{II}}$, $\Omega_{\gamma}^{\mathrm{III}}$ жиындарының ортақ элементтері жоқ болсын) Ω^{I}, $\Omega_{\gamma}^{\mathrm{II}}$, $\Omega_{\gamma}^{\mathrm{III}}$ жиындары үшін

$$\Omega = \Omega^{\mathrm{I}} \cup \left(\bigcup_{\gamma=2}^{m-1} \Omega_{\gamma}^{\mathrm{II}} \right) \cup \left(\bigcup_{\gamma=1}^{m-1} \Omega_{\gamma}^{\mathrm{III}} \right)$$

теңдігі орындалады. Сонымен қатар:

1) егер өзіндік мәндер $\lambda_0 \in \Omega^{\mathrm{I}} \cup \Omega_{\gamma}^{\mathrm{II}} \cup \Omega_{\gamma}^{\mathrm{III}}$ болса, онда ол қарапайым,

2) $\lambda_0 \in \Omega_{\gamma}^{\mathrm{II}}$, $\gamma = \overline{3, m-1}$ болса, онда оның еселігі $\gamma - 1$-ге тең,

3) $\lambda_0 \in \Omega_{\gamma}^{\mathrm{III}}$, $\gamma = \overline{2, m-1}$ болса, онда оның еселігі γ-ға тең.

Дәлелдеуі.

$$\Omega^{\mathrm{I}} \cup \left(\bigcup_{\gamma=2}^{m-1} \Omega_{\gamma}^{\mathrm{II}} \right) \cup \left(\bigcup_{\gamma=1}^{m-1} \Omega_{\gamma}^{\mathrm{III}} \right) \subset \Omega$$

болатындағын көрсетеміз.

1) $\lambda_0 \in \Omega^{\mathrm{I}}$ болсын. Онда $u_k(\pi/2, \lambda_0) \neq 0$, $k = \overline{1, m-1}$, $\upsilon(\pi/2, \lambda_0) \neq 0$ және α_{k}, $k = \overline{2, m-1}$ мен β тұрақтылары (9)-ші жүйеден анықталады:

$$\alpha_{\mathrm{k}} = \alpha_1 \frac{u_1(\pi/2, \lambda_0)}{u_k(\pi/2, \lambda_0)}, \; k = \overline{1, m-1}, \; \beta = \alpha_1 \frac{u_1(\pi/2, \lambda_0)}{\upsilon(\pi/2, \lambda_0)}.$$

$y_0(x)$ өзіндік функциясы келесі түрде болады:

$$y_0(x) = \begin{cases} \dfrac{\upsilon(\pi/2, \lambda_0)}{u_k(\pi/2, \lambda_0)} u_k(x, \lambda_0), & x \in \gamma_k, \; k = \overline{1, m-1}, \\ \upsilon(x, \lambda_0), & x \in \gamma_m. \end{cases} \tag{10}$$

2) егер $\lambda_0 \in \Omega_{\gamma}^{\mathrm{II}}$, $2 \le \gamma \le m-1$ болса, онда $u_k(\pi/2, \lambda_0) \neq 0$, $k = \overline{1, m-1}$, $k \neq m_i$, $i = \overline{1, \gamma}$, m_i, $i = \overline{1, \gamma}$ – $\Lambda(\lambda_0)$ жиынының нөлге тең элементтерінің индекстері, ал $u_{m_i}(\pi/2, \lambda_0) = 0$, $i = \overline{1, \gamma}$, алғашқы $m-1$-ден (9)-шы теңдеулер жүйесі $\alpha_{\mathrm{k}} = 0$, $k = \overline{1, m-1}$, $k \neq m_i$, $i = \overline{1, \gamma}$, $\beta = 0$, $\sum_{i=1}^{\gamma} \alpha_{m_i} u_{m_i}'(\pi/2, \lambda_0) = 0$ болады. (8)-ші шешім $\gamma - 1$ өзіндік функцияны береді:

$$y_{\substack{0\\(i=\overline{2,\gamma})}}^{i-1}(x)=\begin{cases}0, x\in\gamma_k, k=\overline{1,m}, k\neq m_1, m_i,\\ u'_{m_i}\left(\frac{\pi}{2},\lambda_0\right)u_{m_1}(x,\lambda_0), x\in\gamma_{m_1},\\ u'_{m_1}\left(\frac{\pi}{2},\lambda_0\right)u_{m_i}(x,\lambda_0), x\in\gamma_{m_i}.\end{cases} \tag{11}$$

3) егер $\lambda_0\in\Omega_\gamma^{\mathrm{III}}$, $1\le\gamma\le m-1$ болса, онда $\upsilon(\pi/2,\lambda_0)=0$, $u_k(\pi/2,\lambda_0)\neq 0$, $k=\overline{1,m-1}$, $k\neq m_i$, $i=\overline{1,\gamma}$, m_i, $i=\overline{1,\gamma}$ – $\Lambda(\lambda_0)$ жиынының нөлге тең элементтерінің индекстері, $u_{m_i}(\pi/2,\lambda_0)=0,$ $i=\overline{1,\gamma}$. Екінші пунктке сәйкес $\alpha_{\mathrm{k}}=0,$ $k=\overline{1,m-1},$ $k\neq m_i$, $i=\overline{1,\gamma},$ $\sum_{i=1}^{\gamma}\alpha_{m_i}u'_{m_i}(\pi/2,\lambda_0)=\beta\upsilon(\pi/2,\lambda_0)$, ал (8)-шы шешім γ өзіндік функцияны береді:

$$y_{\substack{0\\(i=\overline{1,\gamma})}}^{i}(x)=\begin{cases}0, x\in\gamma_k, k=\overline{1,m-1}, k\neq m_i,\\ \upsilon'\left(\frac{\pi}{2},\lambda_0\right)u_{m_i}(x,\lambda_0), x\in\gamma_{m_i},\\ u'_{m_i}\left(\frac{\pi}{2},\lambda_0\right)\upsilon_{m_i}(x,\lambda_0), x\in\gamma_{m_i}.\end{cases} \tag{12}$$

Енді $\lambda_0\in\Omega$ болсын, ал $y_0(x)$ сәйкесінше λ_0 өзіндік функция. $y_0(0)_{\gamma_k}=0$, $k=\overline{1,m-1}$ теңдігінің орындалуы мүмкін емес, (3)-ші шекаралық шартқа байланысты $y'_0(\pi/2)_{\gamma_k}=0$, $k=\overline{1,m-1}$. Демек $y_0(0)_{\gamma_k}$, $k=\overline{1,m-1}$ сандарының ең болмағанда біреуі нөлден өзгеше.

Екі жағдайды қарастырамыз: $u_{m_1}(\pi/2,\lambda_0)\neq 0$ және $u_{m_1}(\pi/2,\lambda_0)=0$.

1. Егер $u_{m_1}(\pi/2,\lambda_0)\neq 0$ болса, онда $u_k(\pi/2,\lambda_0)\neq 0$, $k=\overline{1,m-1},$ $\upsilon(\pi/2,\lambda_0)\neq 0$. ($\prod_{k=1}^{m-1}u_k(\pi/2,\lambda_0)\upsilon(\pi/2,\lambda_0)=0$ теңдігі орындалмайды, себебі бұл (8)-шы жүйеге қарама-қайшы болады: $u_{m_1}(\pi/2,\lambda_0)=0$). Сәйкесінше $\lambda_0\in\Omega^{\mathrm{I}}$.

2. Егер $u_{m_1}(\pi/2,\lambda_0)=0$ болса, онда келесі жағдайлар болуы мүмкін:

а) $u_k(\pi/2,\lambda_0)\neq 0$, $k=\overline{1,m-1},$ $k\neq m_1,$ $\upsilon(\pi/2,\lambda_0)=0$ ($\prod_{k=1,k\neq m_1}^{m-1}u_k(\pi/2,\lambda_0)\upsilon(\pi/2,\lambda_0)\neq 0$ жағдайы мүмкін емес, себебі $y_0(x,\lambda_0)_{\Gamma}\equiv 0$) және сәйкесінше $\lambda_0\in\Omega_1^{\mathrm{III}}$;

б) $u_{m_i}(\pi/2,\lambda_0)=0$, $1\le m_i\le m-1,$ $i=\overline{2,\gamma}$, γ – бекітілген сан, $2\le\gamma\le m-1,$ $\upsilon(\pi/2,\lambda_0)\neq 0$ бұдан $\lambda_0\in\Omega_\gamma^{\mathrm{II}}$ болатындығын аламыз;

в) $u_{m_i}(\pi/2,\lambda_0)=0$, $1\le m_i\le m-1,$ $i=\overline{2,\gamma}$, γ – бекітілген сан, $2\le\gamma\le m-1,$ $\upsilon(\pi/2,\lambda_0)=0$ бұдан $\lambda_0\in\Omega_\gamma^{\mathrm{III}}$ болады.

Ω^{I}, $\Omega_\gamma^{\mathrm{II}}$, $\Omega_\gamma^{\mathrm{III}}$ жиындарының ортақ элементтері жоқ екендігі дәлелденді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. . Покорный Ю.В, Пенкин О.М., Прядиев В.Л., Боровских А.В., Лазарев К.П., Шабров С.А. Дифференциальные уравнения на геометрических графах, Физ-матлит, М., 2004.
2. Провоторов В.В. Собственные функции задачи Штурма-Лиувилля на графе-звезде, Матем. сб., 2008, том 199, номер 10, 105-126.
3. Титчмарш Э.Ч. Разложение по собственным функциям, связанные с дифференциальным уравнениям второго порядка, ч. 1, ИЛ, М., 1960.
4. Завгородний М.Г. «Спектральная полнота корневых функций краевой задачи на графе», Докл. РАН, 335:3 (1994), 281-283.

УДК статьи: 519.212

ДИСПЕРСИЯЛЫҚ ТАЛДАУДА ГРЕК-ЛАТЫН КВАДРАТТАРЫН ҚОЛДАНУ МЫСАЛЫ

МУСАБЕКОВА МАДИНА КУАНЫШБАЕВНА
musabekova_mk@bk.ru
Л.Н.Гумилев атындағы математикалық және компьютерлік модельдеу мамандығының төртінші курс студенті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан.
Ғылыми жетекші – Р. Сергибаев

Бүгінгі күні тәжірибені (экспериментті) жоспарлау тек химия, физика, басқа да жаратылыс ғылымдары пәндерінде ғана емес, сонымен бірге экономика, әлеуметтану, мәдениеттану саласында да қолданылуда.

Тәжірибені дұрыс ұйымдастыру, математикалық статистиканың әдістерін және жоспарлау жолдарын қолдану тәжірибеге жұмсалатын уақытты анағұрлым қысқартуға, еңбек өнімділігі мен алынатын нәтижелердің сенімділігін арттыруға мол мүмкіндік береді.

Тәжірибе деп қандай да бір нысанға оның қажетті сипаттамалары жөнінде ақпарат алу мақсатында жүргізілетін зерттеулерде қолданылатын амалдар жиынын айтады. Зерттелетін құбылыстың, үрдістің не нысанның математикалық моделін құру, тәжірибе нәтижесінде алынған ақпараттарды өңдеу әдістерінің маңызды есебі болып табылады.

Осы тұрғыда, мақалада математика мен статистика әдіс-құралдарын ұштастыра отырып қандайда бір физикалық немесе химиялық үрдіске бірнеше фактор әсер еткенде тәжірибе санын қысқартудың амалы қарастырылды. Зерттеу нысаны ретінде төрт деңгейден тұратын үш факторлы тәжірибе жоспары алынып, оны латын квадраттарын қолдау арқылы дисперсиялық талдау жүргізілді.

Жалпы, дисперсиялық талдаудың міндеттері төмендегідей [1,3]:

– жауап қайтару (лебіздік) функциясына факторлардың әсер етуін бағалау;

– фактор әсеріне шектеу қою (яғни, қандай аралықта фактордың әсері мол).