Lemma 8 Let $\varphi = (f_1, f_2)$ be an automorphism of the algebra A, representable as a product

$$\varphi = (f_1, f_2) = \beta_1 \diamond \gamma_2 \diamond \beta_2 \diamond \ldots \diamond \gamma_k \diamond \beta_k,$$

where $id \neq \gamma_i \in A_0$, $id \neq \beta_i \in B_0$ for all i. If $\beta_i = (x + q_i(y), y), deg(q_i(y)) = n_i$ for all $1 \leq i \leq k$, then

$$deg\,(f_1) = n_1 n_2 \ldots n_{k-1} n_k,$$
$$deg\,(f_2) = n_1 n_2 \ldots n_{k-1}, if\ k > 1$$

and

$$deg\,(f_2) = 1,\ if\ k = 1.$$

Lemma 9 The decomposition (1) of the automorphism φ from Lemma 7 is unique.

Theorem 1 Let $A = SL\langle x_1, x_2\rangle$ be free left-symmetric algebra in two variables x_1, x_2 over k. The group of tame automorphisms of A is a free product of subgroups of affine automorphisms $Af_2(A)$ and triangular automorphisms $Tr_2(A)$ with the combined subgroup $C = Af_2(A) \cap Tr_2(A)$, i.e.

$$T(A) = Af_2(A) *_C Tr_2(A).$$

References

1. Kozybaev, D., Makar-Limanov, L., Umirbaev, U. The Freiheitssatz and the automorphisms of free right-symmetric algebras //Asian-European Journal of Mathematics, 2008 №1(2), P.243–254
2. Алимбаев А.А, Науразбекова А.С, Козыбаев Д.Х. Линеаризация автоморфизмов и триангуляция дифференцирований свободных алгебр ранга 2 //Сибирские электронные математические известия, №16(0), 2019, С.1133-46

УДК 517.968.7

ЖОҒАРҒЫ РЕТТІ ИНТЕГРАЛДЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН ИНТЕГРАЛДЫҚ ШАРТЫ БАР БІР ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕП

Нұрадин Әсел Асылханқызы

asel_95_96@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің 2-курс магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – М.М.Байбурин

$C[0,1]$ кеңістігінде төмендегідей есепті қарастырайық:

$$\begin{cases} y^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} g_i(x) \int_0^1 h_i(t) y^{(n-1)-i}(t)dt = f(x) \\ \sum_{j=1}^{n} \left[\alpha_{ij} y^{j-1}(0) + \beta_{ij} y^{j-1}(1) + \int_0^1 b_{ij}(x) y^{j-1}(x)dx \right] = 0, (i = \overline{1,n}) \end{cases} \quad (1)$$

Мұндағы α_{ij}, β_{ij}, $i, j = \overline{1,n}$- сандар, f, g_i, h_i, $b_{ij} \in C[0,1]$, $y \in C^n[0,1]$ Қандай шарт қойғанда коррективті болатынын көрсетейік.

Алдымен есепті 1-ші ретті дифференциалдық жүйе үшін қойылған есепке келтірейік. Ол үшін келесідей функцияларды енгізейік:

$$y = y_1,\ y' = y_2,\ y'' = y_3, \ldots,\ y^{(n-1)} = y_n. \tag{2}$$

$$Y = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \\ \ldots \\ y_{n-1}(x) \\ y_n(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y(x) \\ y'(x) \\ \ldots \\ y^{(n-2)}(x) \\ y^{(n-1)}(x) \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$Y' = \begin{pmatrix} y'(x) \\ y''(x) \\ \ldots \\ y^{(n-1)}(x) \\ y^{(n)}(x) \end{pmatrix} \tag{4}$$

$$Y' = \begin{pmatrix} y'(x) \\ y''(x) \\ \ldots \\ y^{(n)}(x) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0 \\ ,,, & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ y' \\ \ldots \\ y^{(n-3)} \\ y^{(n-2)} \\ y^{(n-1)} \end{pmatrix} -$$

$$- \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ g_{n-1} & g_{n-2} & g_{n-3} & \ldots & g_1 & g_0 \end{pmatrix} \int_0^1 \begin{pmatrix} h_{n-1} & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & h_{n-2} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & h_{n-3} & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & h_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ y' \\ y'' \\ \ldots \\ y^{(n-1)} \end{pmatrix} dt = \begin{pmatrix} y' \\ y'' \\ \ldots \\ y^{(n-2)} \\ y^{(n-1)} \\ y^{(n)} \end{pmatrix} -$$

$$-\begin{pmatrix} y' \\ y'' \\ ... \\ y^{(n-2)} \\ y^{(n-1)} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 \\ g_{n-1}(x) & g_{n-2}(x) & ... & g_2(x) & g_1(x) & g_0(x) \end{pmatrix} \int_0^1 \begin{pmatrix} h_{n-1}y \\ h_{n-2}y' \\ ... \\ h_2 y^{(n-3)} \\ h_1 y^{(n-2)} \\ h_0 y^{(n-1)} \end{pmatrix} dt = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ ... \\ 0 \\ 0 \\ y^{(n)} \end{pmatrix} -$$

$$-\int_0^1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ ... \\ 0 \\ 0 \\ g_{n-1}(x)h_{n-1}(t)y(x) + g_{n-2}(x)h_{n-2}(t)y'(x) + ... + g_1(x)h_1(t)y^{(n-2)}(x) + g_0(x)h_0(t)y^{(n-1)}(x) \end{pmatrix} dt = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ ... \\ 0 \\ 0 \\ f(x) \end{pmatrix}$$

Енді шекаралық шартты жазайық:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & ... & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & ... & \alpha_{2n} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & ... & \alpha_{3n} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \alpha_{n3} & ... & \alpha_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y(0) \\ y'(0) \\ y'' \\ ... \\ y^{(n-1)}(0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & ... & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} & ... & \beta_{2n} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} & ... & \beta_{3n} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \beta_{n3} & ... & \beta_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y(1) \\ y'(1) \\ y'' \\ ... \\ y^{(n-1)}(1) \end{pmatrix} +$$

$$+\int_0^1 \begin{pmatrix} b_{11}(x) & b_{12}(x) & b_{13}(x) & ... & b_{1n}(x) \\ b_{21}(x) & b_{22}(x) & b_{23}(x) & ... & b_{2n}(x) \\ b_{31}(x) & b_{32}(x) & b_{33}(x) & ... & b_{3n}(x) \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ b_{n1}(x) & b_{n2}(x) & b_{n3}(x) & ... & b_{nn}(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y(x) \\ y'(x) \\ y''(x) \\ ... \\ y^{(n-1)}(x) \end{pmatrix} dx = \vec{0} \qquad (5)$$

Осы есепті келесідегі түрде жазуға болады:

$$\begin{cases} Y'(x) - AY(x) - G(x)\int_0^1 H(t)Y(t)dt = F(x) \\ A_0 Y(0) + A_1 Y(1) + \int_0^1 B(x)Y(x)dx = 0 \end{cases} \qquad (6)$$

Мұндағы

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ ,,, & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ - тұрақты матрица

$$Y = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \\ \dots \\ y_{n-1}(x) \\ y_n(x) \end{pmatrix}, \; F(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ f(x) \end{pmatrix}$$ - n өлшемді вектор функциялар

$$\int_0^1 \begin{pmatrix} h_{n-1}y \\ h_{n-2}y' \\ \dots \\ h_2 y^{(n-3)} \\ h_1 y^{(n-2)} \\ h_0 y^{(n-1)} \end{pmatrix} dt = \int_0^1 H(t)Y(t)dt, G(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ g_{n-1} & g_{n-2} & g_{n-3} & \dots & g_1 & g_0 \end{pmatrix}$$

Шекаралық шарттағы $A_0 = \|\alpha_{ij}\|, \; B_0 = \|\beta_{ij}\|, \; i, j = \overline{1,n}$, n-ші ретті тұрақты матрицалар.

Енді осы жүйенің қандай жағдайда шешімі жалғыз болатынын көрсетейік. Шешім жалғыз болу үшін сәйкес біртекті есептің шешімі нөлдік болуы қажетті және жеткілікті. Сондықтан $Y^{'}(x) - AY(x) - G(x)Z(Y) = 0$ теңдеуін қарастырайық.

$$Y'(x) = AY(x) + G(x)Z(Y) \tag{7}$$

(7) – біртекті теңдеуінің жалпы шешімі:

$$\begin{aligned} &Y(x) = e^{xA}D + e^{xA}\int_0^1 e^{-tA}G(t)dtZ(Y) \\ &Y(0) = D \\ &Y(1) = e^{A}D + e^{A}\int_0^1 e^{-tA}G(t)dtZ(Y) \end{aligned} \tag{8}$$

Ал, $D = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \dots \\ d_n \end{pmatrix}$ - кез-келген n өлшемді тұрақты вектор. $Z(Y) = \int_0^1 H(t)Y(t)dt$

$$\int_0^1 B(x)Y(x)dx = \int_0^1 B(x)e^{xA}dxD + \int_0^1 B(x)e^{xA}\int_0^x e^{-tA}G(t)dtdxZ(Y) \quad (9)$$

$$\int_0^1 H(x)Y(x)dx = \int_0^1 H(x)e^{xA}dxD + \int_0^1 H(x)e^{xA}\int_0^x e^{-tA}G(t)dtdxZ(Y) \quad (10)$$

Келесідегідей белгілеулер енгізейік:

$$L = \int_0^1 H(x)Y(x)dx \quad (11)$$

$$V = \int_0^1 H(x)e^{xA}\int_0^x e^{-tA}G(t)dtdx \quad (12)$$

$$\Lambda = \int_0^1 B(x)e^{xA}dx\ ,\quad W = \int_0^1 B(x)e^{xA}\int_0^x e^{-tA}G(t)dtdx \quad (13)$$

$$\Delta_G = \begin{pmatrix} 0 \\ e^{A}\int_0^1 e^{-tA}G(t)dtZ(Y) \end{pmatrix} \quad (14)$$

(10) теңдік бойынша $Z(Y) = LD + VZ(Y)$ (15)

(9) теңдіктен келесі теңдікті аламыз:

$$\varphi(Y) = \int_0^1 B(x)Y(x)dx = \Delta D + WZ(Y) \quad (16)$$

(17)

$$Y(\bar{x}) = \begin{pmatrix} Y(0) \\ Y(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D \\ e^{A}D + e^{A}\int_0^1 e^{-tA}G(t)dtZ(Y) \end{pmatrix} = e^{\bar{x}A}D + \Delta_G Z(Y) \quad (17)$$

$$A_0Y(0) + A_1Y(1) + \int_0^1 B(x)Y(x)dx = \begin{pmatrix} A_0 & A_1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Y_0 \\ Y_1 \end{pmatrix} + \varphi(Y) = \bar{A}Y(\bar{x}) + \varphi(Y) = 0 \quad (18)$$

(6) жүйедегі шекаралық шарт $\bar{A}Y(\bar{x}) + \varphi(Y) = 0$ түрде болады.

Осыдан мына жүйені аламыз:

$$\begin{cases} Y(\bar{x}) = e^{\bar{x}A}D + \Delta_G Z(Y) \\ Z(Y) = LD + VZ(Y) \\ \varphi(Y) = \Lambda D + WZ(Y) \end{cases} \quad (19)$$

(17)ші теңдіктен және (19) жүйеден мынаны аламыз:

$$\begin{cases}(\overline{A}\Delta_G + W)Z(Y) + (\overline{A}e^{\bar{x}A} + \Lambda)D = 0 \\ \quad (V - I)Z(Y) + LD = 0\end{cases} \tag{20}$$

немесе

$\begin{pmatrix}\overline{A}\Delta_G & \overline{A}e^{\bar{x}A} + \Lambda \\ V - I & L\end{pmatrix}\begin{pmatrix}Z(Y) \\ D\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\bar{0} \\ \bar{0}\end{pmatrix}$ осы теңдіктегі матрицаны Т деп белгілесек,

$T\begin{pmatrix}Z(Y) \\ D\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\bar{0} \\ \bar{0}\end{pmatrix}$, егер $\det T \neq 0$ десек осы теңдіктен $Z(Y) = \bar{0}, D = \bar{0}$ екенін аламыз.

(8) теңдіктен $Y(x) = \bar{0}$ екендігін шығады . Сонымен мынадай теорема аламыз:

Теорема1: Егер

$$\det T = \det\begin{pmatrix}A\Delta + BW_G & Ae^{xA} + B\Lambda \\ V_G - I & L\end{pmatrix} \neq 0 \tag{21}$$

болса, (6) есептің $C_n[0,1]$-де шешімі бар болған жағдайда, ол жалғыз болады.

Мынадай белгілеулер енгізейік:

$$\phi(F) = \int_0^1 e^{(1-t)A}F(t)dt$$

$$\mu(F) = \int_0^1 H(x)\int_0^x e^{(x-t)A}F(t)dtdx$$

$$\nu(F) = \int_0^1 B(x)\int_0^x e^{(x-t)A}F(t)dtdx$$

Теорема2: **(**21) шарты орындалғанда (6) есебі $C_n[0,1]$ кеңістігінде корректілі болады және оның шешімі келесі формуламен табылады:

$$Y(x) = e^{xA}\int_0^x e^{-tA}F(t)dt - \begin{pmatrix}e^{xA}\int_0^x e^{-tA}G(t)dt & e^{xA}\end{pmatrix}T^{-1}\begin{pmatrix}\overline{A}\phi(F) + \mu(F) \\ \nu(F)\end{pmatrix} \tag{22}$$

Әрі қарай осы шешімді вектор ретінде ашып жазып бастапқы есептің шешімін аламыз. Ол осы вектордың бірінші координатасы болады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. О многоточечных задачах для линейной дифференциальной системы уравнения первого порядка Прикладная математика и вопросы управления, №3, выход в свет 9 октября 2018 г.- Пермь.- С. 16-30.

2. О многоточечных задачах для линейной интегро-дифференциальной системы уравнений первого порядка VIII межд.науч. конф. «Математическое моделирование процессов и систем», II-часть, 4-7 октября 2018 г.- Уфа.- С. 95-101.

УДК 510.67

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ЦЕНТРАЛЬНЫХ ТИПОВ ВЫПУКЛЫХ Δ-*PJ* ФРАГМЕНТОВ

Оразбекова Рауана Тойлеукутовна[1], Мусатаева Венера Дамировна[2]
o_rauana@mail.ru[1], venera_damirovna@mail.ru[2]
Преподаватель кафедры алгебры, математической логики и геометрии имени профессора Т.Г. Мустафина КарГУ им. Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан[1]
Магистрант 1-ого года обучения КарГУ им. Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан[2]
Научный руководитель – А.Р. Ешкеев

Мы рассмотрим некоторые теоретико-модельные свойства Δ-PJ фрагментов йонсоновских множеств. Под фрагментами как известно рассматриваются специальные замыкания этих множеств. Изучение свойств лежит в русле изучения йонсоновских теорий. Данная работа связана с классификацией Δ-PJ фрагментов в новом классе теорий. А именно, рассмотрены, экзистенциально простые выпуклые Δ-PJ теории.

Так как йонсоновские теории являются индуктивными, мы можем рассмотреть йонсоновские теории, которые экзистенциально-простые и затем среди них рассмотреть выпуклые. Самый яркий пример показывающий, что таких теорий много это пример теории групп. Этот пример характерен тем, что это пример несовершенной йонсоновской теории. В случае теории абелевых групп, мы имеем совершенный пример выпуклой йосоновской теории.

Также данная работе связана с обогащением сигнатуры.

Пусть L язык первого порядка. At – есть множество атомарных формул данного языка. $B^+(At)$ – замкнутое множество относительно позитивных булевых комбинаций (конъюнкция и дизъюнкция) всех атомарных формул, их подформул и замены переменных. $Q(B^+(At))$ – есть множество формул в пренексном нормальном виде полученное с помощью применения кванторов ($\forall$ и $\exists$) к $B^+(At)$. Назовем формулу позитивной, если она принадлежит множеству $Q(B^+(At)) = L^+$. Теория называется позитивно аксиоматизируемой, если ее аксиомы позитивны. $B(L^+)$ – это произвольная булева комбинация формул из L^+. Легко заметить, что $\Pi(\Delta) \subseteq B(L^+)$ при $\Delta = B^+(At)$, где $\Pi = \Pi(\Delta) = \{\forall y \neg \varphi(x, y) : \varphi \in \Delta\} = \{\neg \psi : \psi \in \Delta\}$.

Следуя [1,2] определим Δ-морфизмы между структурами.