ограничении теории $(\mathrm{Fr}^+(X))^C$ до сигнатуры $\sigma$ теория $(\mathrm{Fr}^+(X))^C$ становится полным типом. Этот тип мы и назовем центральным типом фрагмента $\mathrm{Fr}^+(X)$. Заметим, что все семантические модели элементарно эквивалентны между собой.

В силу этого и совершенности фрагмента определение центрального типа корректно.

Определение. Пусть $(\mathrm{Fr}^+(X))^C$-теория. Её #-компаньоном называется теория $(\mathrm{Fr}^+(X))^\#$ такая, что

1) $(T^\#)_\forall = T_\forall$; $((\mathrm{Fr}^+(X))^\#)_{\forall^+} = ((\mathrm{Fr}^+(X))_{\forall^+}$

2) если $((\mathrm{Fr}^+(X))_{\forall^+} = ((\mathrm{Fr}^+(X))'_{\forall^+}$ то $(\mathrm{Fr}^+(X))^\# = (\mathrm{Fr}^+(X)')^\#$.

3) $(\mathrm{Fr}^+(X) \subseteq (\mathrm{Fr}^+(X))^\#$.

Мы имеем следующие естественные примеры: если $\# \in \{o, *, e, f\}$, то мы имеем соответственно оболочку Кайзера теории $\mathrm{Fr}^+(X)$, центр теории $\mathrm{Fr}^+(X)$, $\mathrm{Th}_{\forall\exists^+}(E_{\mathrm{Fr}^+(X)})$ форсинг-компаньон теории $\mathrm{Fr}^+(X)$.

Пусть $(\mathrm{Fr}^+(X))_X{}^C$-теория в языке $\sigma_\Gamma(A)$, то $(\mathrm{Fr}^+(X))^*$ есть её центр.

В рамках изучения свойств категоричности выше указанных теорий в обогащенном языке йонсоновским множеством относительно #-компаньона получены следующий результат.

Мы имеем следующий результат, связанный с отрицанием предположения на известный вопрос [3, 352] о существовании счетно-категоричного универсала, который не является несчетно-категоричным.

Теорема. Если теория $(\mathrm{Fr}_\forall{}^+(X))_X{}^C$-тотально категорична, то $(\mathrm{Fr}_\forall{}^+(X))^*$ не конечно аксиоматизируема. Все неопределенные в данной работе понятия можно извлечь из [4].

**Список использованных источников**


1. Itay Ben-Yaacov. Compactness and independence in non first order frameworks /I. Ben-Yaacov // Bulletin of Symbolic logic.—2005. — Vol. 11. — No.1. — P. 28-50.
2. Itay Ben-Yaacov. Fondements de la Logique positive /B. Poizat, I. Ben-Yaacov // Journal of Symbolic Logic. —2007. — Vol. 72.— P. 1141-1162.
3. Дж. Барвайс Теория моделей: справочная книга по математической логике: в 4-х частях. Ч.1.под ред. Ю.Л. Ершова; пер. с англ. - М.: Наука, (1982).
4. А.Р. Ешкеев, М.Т. Касыметова Йонсоновские теории и их классы моделей // Изд-во КарГУ, Караганда (2016).


УДК 517.946

## СИНГУЛЯРЛЫ ТАҚ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ШЕШІМІНІҢ МАКСИМАЛДЫ РЕГУЛЯРЛЫҒЫ ЖАЙЛЫ

**Мүсілім Айнур Ералықызы**

**ainur.muslim95@mail.ru**

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті 6М060100- Математика мамандығының 2-курс магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – PhD, доцент Ахметкалиева Р.Д.

Жұмыста жоғары коэффициенті айнымалы бесінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеуі үшін шешімнің бар болуының, жалғыздығының және коэрцитивті бағалауының жеткілікті шарттары алынған.

Бұндай түрдегі үшінші ретті теңдеулер жоғары коэффициенттері айнымалы болған әр түрлі жағдайлары Р.Д. Ахметкалиева, К.Н. Оспанов, Л.-Е. Перссон, П. Уолл[1-3] жұмыстарында толығымен зерттеліп, нәтижелері баяндалып, жарияланған.

Ал [4] жұмысында авторлар келесі түрдегі жоғары коэффициенті тұрақты жоғарғы тақ ретті

$$-y^{(2n+1)}(t)+q(t)y(t)=f(t)\in L_p(R),\ t\in R,\ \ n\in Z_+$$

теңдеуінің шешімі салмақты Лебег кеңістігіне жататындай $q(t)$ функциясына қойылатын шарттарды алған. Сонымен қатар, нақты сандар осінде берілген

$$(-1)^k y^{(2k+1)}+[q(x,y)+\lambda+ir(x,y)]y=f,\ \ k\in Z_+$$

сызықты емес тақ ретті теңдеуінің шешімінің тегістік және аппросимативтік қасиеттері М.Б. Мұратбеков, М.М. Мұратбеков, К.Н. Оспанов [5] жұмысында алынған. Мұндағы $\lambda\geq 1$, ал $q(x,y)$, $r(x,y)$ шексіздікте шексіз өсе алатын берілген функциялар.

Айталық $1<p<+\infty$ болсын. $L_p\equiv L_p(R)$, $R=(-\infty,+\infty)$, арқылы

$$\|\phi\|_p:=\left(\int_R|\phi(x)|^p\,dx\right)^{\frac{1}{p}}$$

нормасы ақырлы болатын функциялар кеңістігін белгілейміз.

Айталық $\lambda\geq 0$ болсын. Және $L_\lambda$ шексіз дифференциалданатын және финитті функциялардың $C_0^\infty$ жиынында анықталған

$$-p(x)y^V+[q(x)+ir(x)+\lambda]y$$

дифференциалдық өрнегінің $L_p$ кеңістігіндегі тұйықталуы болсын.

Сонымен, біз келесі түрдегі бесінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеудің шешімін табу жолдарын қарасырамыз

$$Ly=-p(x)y^V+[q(x)+ir(x)+\lambda]y=f(x)\ (1)$$

мұндағы $f\in L_p\equiv L_p(R),\ 1\leq p<+\infty,\ \ \lambda\geq 0,\ p(x)\in C(R),\ \ \ p(x)\geq 1.$

Белгілі проекциялық әдістерді (мысалы Фурье және Лаплас әдістері) көпөлшемді дифференциалдық теңдеулерге қолданғанда біз әдетте коэффициенттері комплексмәнді жәй дифференциалдық теңдеулерді аламыз. Сондықтан (1) теңдеудегі $ir(x)$ мүшесі тақ ретті коэффициенттері шенелмеген көпөлшемді теңдеулердің коэрцитивті шешілуін зерттеуде өте маңызды. (1) теңдеуін $ir(x)$ мүшесі болғанда зерттеудің өз ерекшелігі бар, себебі осы теңдеуге сәйкес келетін дифференциалдық оператордың симметриялық қасиеті бұзылады.

Сонымен, ұсынылып отырылған жұмыстың мақсаты берілген теңдеудің бірмәнді және коэрцитивті шешілуін қамтамасыз ететіндей берілген $p(x), q(x), r(x)$ функцияларын байланыстыратын шарттарды алу. $p(x)$ функциясының енгізілу себебі (1) теңдеудің осы уақытқа дейін зерттелген тақ ретті теңдеулерден басты айырмашылығы, ол шексіздікте өсуі мүмкін. Және оның енгізілуі (1) теңдеуін зерттеудің жаңа қиындықтарын туғызады, атап айтқанда (1) теңдеуі осы $p(x)$ функциясының өсу жылдамдығына тәуелді өзгеруі мүмкін. Біздің нәтижелер оң анықталған, яғни шексіздікте $x$-тан тәуелді көпмүшелік немесе көрсеткіштік функция ретінде өсе алатын $p(x)$ функциясы үшін алынған. Біздің алынған нәтижелеріміз белгісіз функцияның ең жоғары туындыларының коэффициенттері айнымалы тақ ретті сызықты дифференциалдық теңдеулерді зерттеуге мүмкіндік береді.

Сонымен, алынған негізгі нәтижелерге тоқталайық. Ол үшін алдымен (1) теңдеуі шешімінің анықтамасын берейік.

**Анықтама.** Егер $\{y_n\}_{n=1}^{\infty}$ шексіз дифференциалданатын және финитті функциялар тізбегі табылып, $\|y_n - y\|_p \to 0,\ \ \|L_\lambda y_n - f\|_p \to 0\ \ (n \to \infty)$ қатыстары орындалса, онда $y(x) \in L_p(R)$ функциясын (1) теңдеудің шешімі дейді.

$C^{(k)}(R)\ (k = 1,2,...)$ арқылы $\sum_{j=0}^{k} \sup_{x\in R} \left|\phi^{(j)}(x)\right|$ шамасы ақырлы болатындай $k$ рет үзіліссіз дифференциалданатын $\phi(x)$ функциялар жиынын белгілейміз.

**Теорема 1.** Айталық, $p(x), q(x), r(x)$ функциялары үзіліссіз болсын және олар

$$q(x) \ge 1, \quad r(x) \ge 1, \quad p(x) \ge 1, \qquad W(x) := \frac{|q(x) + ir(x)|}{p(x)} \ge 1, \tag{2}$$

$$c^{-1} \le \frac{p(x)}{p(\eta)}, \frac{q(x)}{q(\eta)}, \frac{r(x)}{r(\eta)} \le c, \qquad x, \eta \in R, \quad |x - \eta| \le 1, \tag{3}$$

$$\max \left\{ |p^{'}(x)|,\ |p^{''}(x)|, \left|p^{'''}(x)\right|, \left|p^{IV}(x)\right|, \left|p^{V}(x)\right| \right\} \le c_1 p(x)\ \ x \in R, \tag{4}$$

$$\sup_{|x-\eta|\le 1} \frac{|W(x) - W(\eta)|}{|W(x)|^{\nu} |x - \eta|^{\mu}} < +\infty, \quad 0 < \nu < \frac{\mu}{3} + 1, \quad \mu \in (0,1] \tag{5}$$

шарттарын қанағаттандырсын. Онда әрбір $\lambda \ge \lambda_0$ үшін (1) теңдеудің $y$ шешімі бар болатындай $\lambda_0 \ge 0$ саны табылады.

(3), (4) шарттарында $c > 1$ және алдағы уақытта $c$ әр жерде әртүрлі болатын қандай да бір тұрақты.

**Теорема 2.** Айталық $p \in C_{loc}^{(5)}(R)$, $q(x)$, $r(x)$ үзіліссіз функциялары (2), (3), (4) шарттарын және

$$\max \left\{ |p'(x)|,\ |p''(x)|, \left|p^{'''}(x)\right|, \left|p^{IV}(x)\right|, \left|p^{V}(x)\right| \right\} \le cp(x), \quad x \in R,$$

шартын қанағаттандырсын. Онда (1) теңдеудің шешімі $y$ жалғыз ғана және ол үшін

$$\left\|p(x)y^{V}\right\|_p^p + \left\|[q(x) + ir(x)]y\right\|_p^p \le c_0 \|f(x)\|_p^p \tag{6}$$

бағалауы орындалады.

**Әдебиеттер тізімі**


1. Р.Д. Ахметкалиева, Коэрцитивные оценки решения одного класса дифференциальных уравнений третьего порядка // Вестник КарГУ им. Е.А. Букетова. №2(70)-2013. С. 28-35.
2. R.D. Akhmetkaliyeva,K.N.Ospanov, L.-E.Persson, P.Wall, Some new results concerning a class of third order differential equations // Applicable Analysis, 2015, Vol. 94, No. 2, 419–434
3. R.D. Akhmetkaliyeva,On solvability of third-order singular differential equation // Springer Proceedings in Mathematics & Statistics. «Functional analysis in interdisciplinary applications» – Springer, 2017. – Vol.216. –P.113-119

4. Сапенов М., Шустер Л.А. О суммируемости с весом решений двучленных дифференциальных уравнений // Изв. АН Каз ССР. Сер. физ.-мат. - 1987. - №1. – С. 38-42.
5. Муратбеков М.Б., Муратбеков М.М., Оспанов К.Н. Коэрцитивная раз-решимость дифференциального уравнения нечетного порядка и ее приложения // Доклады академии наук. – 2010. - Т. 435, № 3. - С. 310-313.

УДК 517.5

# ТЕОРЕМА ТИПА МАРЦИНКЕВИЧА ДЛЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В АНИЗОТРОПНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

**Мукеева Жазира Меркасимовна**
zhazira.mukeyeva@bk.ru
докторант 2-курса специальности «математика»
ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – Нурсултанов Е.Д.

В работе [1], [2] был получен критерий квази слабой ограниченности интегрального оператора в пространствах Лоренца.

В данной работе исследовано ограниченность интегральных операторов в анизотропных пространствах Лоренца.

Получено критерий слабой ограниченности интегрального оператора в этих пространствах, доказано теорема типа Марцинкевича для интегральных операторов. Условие получено в терминах ядро оператора.

Мы будем рассматривать анизотропные пространства.

Пусть $p = (p_1, p_2)$ и $q = (q_1, q_2)$ $0 < p, q < \infty$.

Через $L_{p,q}(\mathbb{R}^2)$ обозначим анизотропное пространство Лоренца [3] с нормой

$$\| f \|_{L_{p,q}(\mathbb{R}^2)} = \left( \int_0^\infty \left( t_2^{\frac{1}{p_2}} \left( \int_0^\infty \left( t_1^{\frac{1}{p_1}} f^{*_1 *_2}(t_1, t_2) \right)^{q_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{1}{q_1}} \right)^{q_2} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{q_2}}, \ q \le \infty$$

Здесь при $q = \infty$ интеграл $(\int_0^\infty (F(t))^q \frac{dt}{t})^{\frac{1}{q}}$ понимается как $\sup_{t>0} F(t)$. Пусть $G \subset R$ - - измеримое множество. Через $e_2(G)$и $e_1(G, x_2)$ обозначим: $e_2(G) = \{x_2 \in R,\ x_2 : R \times \{x_2\} \cap G \neq \emptyset\}$

Для любого $x_2 \in e_2(G)$ определим $e_1(G, x_2) = \{x_1 \in R, x_1 : (x_1, x_2) \in G\}$

Пусть $t_1 > 0, t_2 > 0$

$$M_{t_1 t_2} = \{G : |e_2(F)| = t_2, |e_1(F, x_2)| = t_1, \forall x_2 \in e_2(F)\}$$

$$M_{s_1 s_2} = \{G : |e_2(G)| = s_2, |e_1(G, x_2)| = s_1, \forall x_2 \in e_2(G)\}$$