16. Эванс, Эдмундс (Edmunds D. E., Evans W. D.) Orlicz and Sobolev spaces on unbounded domains // Proc. roy. soc. London. Ser. A. – 1975. – V. 342. – P. 373-400.
17. Хансон (Hansson K.) Imbedding theorems of Sobolev type in potential theory // Math – Тю 159. – С. 83-102.
18. Ильин В.П. О некоторых свойствах функций из пространств $W^{l}_{p,a,\aleph}(\Re)$, Зап. науч. сем. ЛОМИ АН СССР. – 1971. – Т. 23. – С. 33-40.

УДК 517.5

# КӨБЕЙТКІШТЕР КЛАСЫНЫҢ ЛОРЕНЦ КЕҢІСТІГІМЕН БАЙЛАНЫСЫ

**Бекежанова Айдана Коргамбаевна**
aidana.bekejanova@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекші - Н.Т. Тлеуханова

Мақала $L_{pq}$ Лоренц кеңістігіндегі көбейткіштердің тригонометриялық проблемасын зерттеуге арналған.

Көбейткіштердің тригонометриялық проблемасының классикалық қойылымы келесідей: $f = L_1[0,2\pi]$ және $\{a_k(f)\}$ оның тригонометриялық жүйедегі Фурье коэффициенттерінің тізбегі болсын. f функциясы $\{a_k(1)\} = \in l_{p,} 1 \le p \le \infty$ болатындай жеткілікті қасиетке ие болсын делік. $T_\varphi f = \{a_k(f \cdot \varphi)\} \in l_p$ болатындай $\varphi$ функциясының тегістілік және метрикалық қасиеттерін анықтау керек, яғни $T_\varphi : l_p \to l_p$ операторының шенелгендігіне кепілдік беретін $\varphi$ функциясына қойылатын шартты анықтау керек. Мұндай функциялар класын $M_p$ арқылы белгілейміз.

Бұл есеп С.Б. Стечкин [1] және И.И. Хиршманның [2] ертеректегі жұмыстарында қарастырылады. Нәтижелер Гельдер кеңістігі мен шенелген β вариация терминдерінде табылған, яғни С.Б. Стечкин $V_1 \hookrightarrow M_{p,} 1 < p < \infty$ екендігін көрсетті. И.И.Хиршманның $0 < \alpha \le \frac{1}{2}$ болғанда $C^\alpha \hookrightarrow M_p$, $\left|\frac{1}{p} - \frac{1}{2}\right| < \alpha$, $V_\beta \cap C^\alpha \hookrightarrow M_p$, мұндағы $\beta \ge 2, \alpha > 0$ $\left|\frac{1}{p} - \frac{1}{2}\right| < \frac{1}{\beta}$.

Көпөлшемді жағдайда таралу туралы ұйғарымды 1977 жылы С.Л.Эдельштейн жасады [3]. Бұл тақырып кейіннен М.Ш.Бирман мен М.З. Сломяканың [4] жұмыстарында $1 < p < 2$ болғанда Соболев кеңістігінде дамытылды.

$$W_r^\alpha(\pi_n) \hookrightarrow M_p, \ \frac{\alpha}{n} > \frac{1}{p} - \frac{1}{2}$$

Бұл нәтижелер Бесов кеңістігінің көмегімен Г.Е. Караджовпен [5] күшейтілді.

$a = \{a_{\bar{k}}\}_{\bar{k}=-\infty}^{\infty}, b = \{b_{\bar{k}}\}_{\bar{k}=-\infty}^{\infty}$ болсын. $a * b$ символы $\{\sum_{\bar{m}=-\infty}^{\infty} a_{\bar{m}} b_{\bar{m}+\bar{k}}\}_{\bar{m}=-\infty}^{\infty}$ өрнегін білдіреді. $l_{pq}$ арқылы Лоренц кеңістігін белгілейміз. $l_{pq}$ элементтері $\xi = \{\xi_{\bar{k}}\}_{\bar{k}=-\infty}^{\infty}$ сандық тізбектер , жалғыз шектік О нүктесі бар:

$$\| \xi \|_{l_{pq}} = (\sum_{m=1}^{\infty} | \xi_m * |^q m^{q/p-1})^{1/q},$$

мұндағы $\{\xi_m^*\}_{m=1}^{\infty}$ өспейтін $\xi = \{\xi_{\bar{k}}\}_{\bar{k}=-\infty}^{\infty}$ тізбегінің орын ауыстыруы. $q = \infty$ болғанда $\| \xi \|_{p\infty} = \sup_m m^{\frac{1}{p}} \xi_m^*$.

Классикалық Юнг теңсіздігі келесідей:

$$\| a * b \|_q \leq \| a \|_p \| b \|_r \ , \qquad (1)$$

мұндағы $1 < p, q, r < \infty$, $\frac{1}{q} + 1 = \frac{1}{p} + \frac{1}{r}$.

Сонымен қатар жалпыланған теңсіздігі белгілі:

$$\| a * b \|_q \leq \| a \|_p \| b \|_r \ , \qquad (2)$$

мұндағы $1 < p, q, r < \infty$, $\frac{1}{q} + 1 = \frac{1}{p} + \frac{1}{r}$.

$L_r \to L_{r\infty}$ болғандықтан (2) теңсіздігі (1) теңсіздігін нақтылайды, яғни $\| . \|_{r\infty} \leq c \| . \|_r$. (Екінші теңсіздігінде С тұрақтысы бар екендігін ескерейік).

Лемма 1. $1 < p, q, r < \infty$, $1 \leq S_1, S_2, t \leq \infty$ болсын. Онда

$$\| a * b \|_{qt} \leq c \| a \|_{ps_1} \| b \|_{rs_1} \qquad (3)$$

теңсіздігі орындалады. Мұндағы $\frac{1}{q} + 1 = \frac{1}{p} + \frac{1}{r}, \frac{1}{t} = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}$.

Лемма 2. $\frac{1}{q} + 1 = \frac{1}{p^i} + \frac{1}{r}$, $\frac{1}{t} = \frac{1}{p} + \frac{1}{s}$ $\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{r}$ болсын. Онда

$$\| a * b \|_{l_{qt}} \leq c \| \varphi \|_{l_p} \| a \|_{l_{rs}} \qquad (4)$$

мұндағы $b = \{b_{\bar{k}}\}$ $\varphi$ функциясының Фурье коэффициенті.

Теорема 1. $1 < r, q < \infty$, $1 \leq t \leq \infty$, $\frac{1}{q} + 1 = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{r}$, $\frac{1}{q_0} + \frac{1}{2} = \frac{1}{r_0}$, $\frac{1}{t_0} + = \frac{1}{2} + \frac{1}{s_0}$ болсын. Онда келесі теңсіздік орындалады:

$$\| a * b \|_{l_{qt}} \leq c \| \varphi \|_{L_{ps_1}} \| a \|_{lrs_2} \qquad (5)$$

$1 \leq p < \infty$, $0 < q \leq \infty$ болсын. арқылы $L_2[0,1]$-дегі 1-периодты функциялар кеңістігінде әсер ететін үзіліссіз А операторларының класын белгілейміз.

S - шамасы үшін

$$\sum_{m=1}^{\infty} s_m^q (A) m^{q/p-1} < \infty, \qquad (6)$$

квазинормасы: $\| A \|_{\varsigma_{pq}} = (\sum_{m=1}^{\infty} S_m^q (A) m^{q/p-1})^{1/q}$. Мұндағы $\{s_m(A)\}_{m=1}^{\infty}$, s - A операторлар саны.

$q = \infty$ болғанда:

$$\| A \|_{p\infty} = \sup_m m^{\frac{1}{p}} s_m \qquad (7)$$

$L_2[0,1]$-дегі интегралдық операторды қарастырайық:

$$(Af)(y) = \int_0^1 K(x-y) f(x) dx, \qquad (8)$$

мұндағы $\varphi \in L_1[0,1]$ болсын.

Операторға «трансформаланған» операторды сәйкес қояйық:

$$(A_\varphi f)(y) = \int_0 K\varphi(x-y) f(x) dx. \qquad (9)$$

$\varphi$ функкциясы $M_{p_0,q_0}^{p_1,q_1}$ класына жатады деп есептейік. $A \in \zeta_{p_0,q_0}$ болса, онда $A_\varphi \in \zeta_{p_1,q_1}$ және келесі теңсіздік орындалады:

$$\| A_\varphi \| \varsigma_{p1q1} \le c \| A \|_{\varsigma_{p0q0}} \qquad (10)$$

Бұл $R_\varphi : A \to A_\varphi$ сызықтық операторы $\varsigma_{p_1,q_1}$-дегі $\varsigma_{p_0 q_0}$-мен шенелгендігін білдіреді.

$M_{p_0,q_0}^{p_1,q_1}$-дегі норманы анықтайық:

$$\|\varphi\|_{M_{p0,q0}^{p_1,g}} = \|R\| \varsigma_{p_0 q_0} \to \varsigma_{p_1 q_1}. \qquad (11)$$

$T_\varphi = \{a_m(K_\varphi)\}_{m\in Z} \in l_p$ үшін $\varphi$-дің метрикалық қасиеттерін және тегістілігін, яғни $\varphi$ функциясының $T_\varphi : L_p \to L_p$ болатындай шартын анықтау керек.

Теорема 2. $1 \le p_{0,} p_1 < \infty, 1 \le q_0, q_1 \le \infty, \frac{1}{p_i} + \frac{1}{p_i} = \frac{1}{q_i} + \frac{1}{q_i} = 1, i = 0,1.$ Онда

$$M_{p_0,q_0}^{p_{1'},q_1} = M_{p_1',q_1'}^{p_0',q_0'} \qquad (12)$$

Теорема 3. $1 < p_o < r_o < p_1' < \infty$, $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} = 1$ және $\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_0} = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_0}$ болса, онда

$$M_{p_0,q_0}^{p_1,q_1}, \hookrightarrow M_{r_0,s}^{r_1,t}, \qquad (13)$$

мұндағы $\frac{1}{t} - \frac{1}{s} = (\frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_0}) +$. [6]

Теорема 2-ге қолдана отырып келесіні аламыз:

$1 < p < r < p^{'} < \infty, \frac{1}{p} + \frac{1}{p^{'}} = 1$ болсын. Онда

$$M_{p,q} \hookrightarrow M_{r,t} \qquad (14)$$

үшін орындалады. Кез келген $q,t \in [1;\infty)$. Мұндағы $M_{p,q}$ $M_{p,q}^{p,q}$ класын көрсетеді.

**Қолданылған әдебиеттер тізімі**


1. Стечкин С.Б. О билинейных формах. ДАН СССР. 71. 1950. N3 с.237 240.
2. Hirshman I.I. On multiplier transformations. Duke Math. J..26, 1959 N2 p. 221-242.
3. Эдельштейн С.Л. Ограниченность свертки в $L_p(Z_m)$ и гладкость символа оператора. Мат.заметки,22. 1977, N6, б.873-884.
4. Бирман М.Ш., Соломяк М.З. Количественный анализ в теоремах вложения Соболева приложение к спектральной теории.- В: X мат.школа, Киев, 1974, б.5-189.
5. Караджов Г.Е. Тригонометрические проблема множителей. Конструктивная теория функций 81, София, 1983, б.82-86.
6. Тлеуханова Н.Т. О тригонометрической проблеме множителей в $L_{pq}$. Современные вопросы теории функции и функционального анализа., Караганда, 1988,б.32-33.


УДК 517.968.7

## ЕКІНШІ РЕТТІ ФРЕДГОЛЬМ ТИПТІ ИНТЕГРАЛДЫ-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН ИНТЕГРАЛДЫҚ ШАРТЫ БАР КӨПНҮКТЕЛІ ЕСЕП

**Берікбай Ақерке Сазаханқызы**
akerke.berikbay@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің 2-курс магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – М.М. Байбурин

Алдымен көмекші

$$Ly = y''(x) + a_1(x)y'(x) + a_2(x)y(x) = f(x) \qquad (1)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{n}\left(\alpha_i y(x_i) + \beta_i y'(x_i)\right) + \int_0^1 [\mu_0(x)y(x) + \mu_1(x)y'(x)]dx = 0 \\ \sum_{i=0}^{n}\left(\gamma_i y(x_i) + \delta_i y'(x_i)\right) + \int_0^1 [\nu_0(x)y(x) + \nu_1(x)y'(x)]dx = 0 \end{cases} \qquad (2)$$

(1) – (2) – есебін қарастырайық. Мұндағы $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$ - кейбір сандар. Ал, $x_i \in [0,1]$, $x_i < x_{i+1}$, $(i = 0,1,....., n-1)$, $x_0 = 0$, $x_n = 1$.