$$R(x)=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

причем $R(x^i)=\left[R(x)\right]^i$, $1\le i\le 3$.

Для того, чтобы задать матричное представление произвольной группы G, достаточно указать, какие матрицы соответствуют образующим элементам группы.

Например, в группе симметрий квадрата D, т.е. группе диэдра порядка 8, образующими элементами являются элементы a, b , где a – вращение плоскости на 90^0, b – осевая симметрия относительно диагонали квадрата. Определяющие соотношения

$$a^4=1,\quad b^2=1,\quad (ab)^2=1.$$

Чтобы задать матричное представление группы D, достаточно найти такие матрицы T(a) и T(b), что

$$(2)\qquad \left[T(a)\right]^4=E,\quad \left[T(b)\right]^2=E,\quad \left[T(a)T(b)\right]^2=E.$$

В работе построены примеры матриц T(a) и T(b), а также получены матричные представления групп симметрий ромба, тетраэдра и октаэдра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кэртис Ч., Райнер И. Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгебр - М.: Наука, 1969.
2. Каргаполов М.И.,Мерзляков Ю.И.Основы теории групп. - М.: Наука,1982.

УДК 517.5

САЛМАҚТЫ ЛЕБЕГ КЕҢІСТІГІНДЕГІ КӨБЕЙТКІШТЕР ТУРАЛЫ

Бахыт Амангүл, Абилкаримова Лаура Мирлановна

amangulbakhyt@gmail.com, l.abilkarimova@gmail.com

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің докторанты, магистранты

Нұр-Сұлтан, Қазақстан,

Ғылыми жетекшісі – Н.Т. Тлеуханова

$f\in L_1[0,1]$ және $\{a_k(f)\}_{k=-\infty}^{\infty}$ $\{e^{i(kx)}\}_{k=-\infty}^{\infty}$ тригонометриялық жүйе бойынша Фурье коэффициенттерінің тізбегі болсын.

$T_\phi : \{a_k(f)\} \to \{c_k(f \cdot \phi)\}$, мұндағы $\{c_k(f \cdot \phi)\}_{k=-\infty}^{\infty}$ - $f \cdot \phi$ функциясының Фурье коэффициенттерінің тізбегі. $k \in Z, \quad x \in R$.

ϕ функциясы $M_{p_0 q_0}^{p_1 q_1}$ класына тиісті делік, егер T_ϕ сызықты операторы $\lambda_{p_0 q_0}$-ден $\lambda_{p_1 q_1}$-ге шектелген болса, және

$$\|\phi\|_{M_{p_0 q_0}^{p_1 q_1}} = \|T_\phi\|_{\lambda_{p_0 q_0} \to \lambda_{p_1, q_1}}.$$

Енгізілген класс $p_0 = q_0 = p_1 = q_1 = p$ кезінде белгілі M_p кеңістігімен беттеседі. M_{pq}^{pq} кеңістігін M_{pq} деп белгілейміз.

p_0, q_0, p_1, q_1 параметрлеріне келесі шарттар қойылады:

$$q_1 \ge q_0 \text{ кезде } \frac{1}{p_0} - \frac{1}{p_1} \ge \frac{1}{q_0} - \frac{1}{q_1},$$

$$q_1 < q_0 \text{ кезде } \frac{1}{p_0} - \frac{1}{p_1} > 0.$$

Кері жағдайда $M_{p_0 q_0}^{p_1 q_1}$ класы азғындалады.

$1 \le p < \infty, \; 1 \le q \le \infty$ болсын. L_{pq} Лоренц кеңістігі келесі түрде анықталады:

$$L_{pq} = \left\{ f(t): \quad \left(\int_0^1 t^{\frac{q}{p}-1} \left(f^*(t)\right)^q dt \right)^{\frac{1}{q}} < \infty \right\}$$

Егер $q < \infty$

$$\|f\|_{L_{pq}} = \left(\int_0^1 t^{\frac{q}{p}-1} \left(f^*(t)\right)^q dt \right)^{\frac{1}{q}}$$

Егер $q = \infty$

$$\|f\|_{L_{p\infty}} = \sup_{t>0} t^{\frac{1}{p}} f^*(t),$$

мұндағы $f^*(t)$-$|f(t)|$ функциясының өспейтін алмастырылуы.

$$\Delta_h f(x) = f(x+h) - f(x)$$

болсын. Және үзіліссіздік модулі мына түрде анықталсын

$$\omega_p^2(f,t) = sup_{|h| \le t} \|\Delta_h^2 f\|_p.$$

η теріс емес бүтін сан болсын, ал $s = n + a$, $0 < \alpha \le 1$. $B^s_{p,q}(\mathbb{R})$ Бесов кеңістігі келесі шарттарды қанағаттандыратын f функцияларынан тұрады:

$$f \in W^{n,p}(\mathbb{R}), \quad \int_0^\infty \left|\frac{\omega_p^2\left(f^{(n)}, t\right)}{t^\alpha}\right|^q \frac{dt}{t} < \infty,$$

мұндағы $\overline{W}^{n,p}(\mathbb{R})$ - Соболев кеңістігі.

$B^s_{p,q}(\mathbb{R})$ Бесов кеңістігінде норма анықталған

$$\|f\|_{B^s_{p,q}(\mathbb{R})} = \left(\|f\|^q_{W^{n,p}(\mathbb{R})} + \int_0^\infty \left|\frac{\omega_p^2\left(f^{(n)}, t\right)}{t^\alpha}\right|^q \frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{q}}.$$

Лемма 1. $1 < p_i, q_i \le \infty$, $\quad i = 0,1$ болсын, $\frac{1}{p_i} + \frac{1}{p_i'} = \frac{1}{q_i} + \frac{1}{q_i'} = 1$. Мына теңдік орындалады

$$M^{p_1 q_1}_{p_0 q_0} = M^{p_0' q_0'}_{p_1' q_1'}$$

Лемма 2. $0 < \theta < 1$ болсын. $M^{p_1 q_1}_{p_0 q_0}$ класстары үшін келесі енгізу дұрыс:

$$M^{p_1 q_1}_{p_0 q_0} \hookrightarrow M^{p_1(\theta) q_1(\theta)}_{p_0(\theta) q_0(\theta)}$$

мұндағы $\frac{1}{p_i(\theta)} = \frac{1}{p_i} + \theta\left(1 - \frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_0}\right)$, $\frac{1}{q_i(\theta)} = \frac{1}{q_i} + \theta\left(1 - \frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_0}\right)$.

Теорема 1.

$$1 < p_0 < 2 < p_1, \quad q_1 \le p_1, \quad p_0 \le q_0, \quad 0 < s, q_0, q_1 < \infty,$$

$$\frac{1}{p_0} - \frac{1}{p_1} < \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{r} = \frac{1}{p_0} - \frac{1}{p_1}, \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_0}$$

болсын. Онда келесі енгізу орындалады

$$L_{rs}[0,1] \hookrightarrow M^{p_1 q_1}_{p_0 q_0}.$$

Теорема 2.

$1 < p_0 \le q_0 \le q_1 \le p_1 < 2 \quad \alpha = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{2}; \ \frac{1}{r} = \frac{1}{p_0} - \frac{1}{2}; \ 1 - \frac{1}{s} = \frac{1}{q_0} - \frac{1}{q_1}$

Онда келесі енгізу орындалады

$$B^\alpha_{rs}(0,1) \hookrightarrow M^{p_1 q_1}_{p_0 q_0}.$$

Теорема 3.

$$2 < p_0 \le q_0 \le q_1 \le p_1 \quad \alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{p_0}; \;\; \frac{1}{r} = \frac{1}{2} - \frac{1}{p_1}; \;\; 1 - \frac{1}{s} = \frac{1}{q_0} - \frac{1}{q_1}$$

болсын, онда

$$B_{rs}^{\alpha}(0,1) \hookrightarrow M_{p_0 q_0}^{p_1 q_1}$$

енгізуі болады.

Теорема 4.

$$1 < p_0 < p_1, \;\; 1 < q_1 \le q_0, \; \frac{1}{r} - \alpha = \frac{1}{p_0} - \frac{1}{p_1}, \;\; \frac{1}{s} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_0},$$

$$\alpha > \max\left[\frac{1}{p_1} - \frac{1}{q_1}, \;\; \frac{1}{p_1} - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{q_0} - \frac{1}{p_0}, \;\; \frac{1}{2} - \frac{1}{p_0}\right]$$ болсын.

Онда келесі енгізу орындалады

$$B_{rs}^{\alpha}(0,1) \hookrightarrow M_{p_0 q_0}^{p_1 q_1}.$$

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Бирман М.Ш., Соломяк М.З., Количественный анализ в теоремах вложения Соболева приложение к спектральной теории // -В: X мат. школа, Киев. Т. 1974.
2. Эдельштейн С.Л. Ограниченность свертки в $L_p(Z_m)$ и гладкость символе оператора // Мат. заметки, 1977. Т. 22. №. 6. С. 873-884.
3. Hirshman I.I. On multiplier transformations. // Duke math. J., 1959. Vol. 26. P.221-242.
4. Jumabayeva A., Smailov E., Tleukhanova N. On spectral properties of the modified convolution operator // J. Inequal. Appl., 2012. Vol. 146. P. 15.

УДК 519.63

Т«А»ФТ НЕГІЗІНДЕ ДИСКРЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІҢ ЖУЫҚ ШЕШІМДЕРІ

Байұзақ Нұрлан Байұзақұлы

nura_b96@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің 2-курс магистранты, Нұр-Сұлтан қаласы, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі –PhD Ғ.Е.Тауғынбаева

Фурье түрлендіруі негізінен француз физигі әрі математигі Жан Батист Фурье (1768-1830) құрметіне аталған. Ол өзінің математикалық жаңалықтары мен оны практикада тиімді қолдана алған қабілеті үшін де үлкен құрметке лайықты. 1802 жылы Фурье қатты денелердегі жылудың таралу заңдылығын сипаттайтын теңдеуді ашқан. Ал, 1807 жылы осы теңдеуді шешу үшін «Фурье түрлендіруі» деп аталып кеткен әдісті ашқан. Бұл теория екі жүз жыл бұрын дамыған және де қазіргі уақытта толығымен қолданысқа орныққан.

Жылдам Фурье түрлендіруін алғаш Дж.Кули мен Дж.Тьюки өздерінің мақаласында жазғаннан. Бұл мақала есептеуіш техниканың жылдам дамып келе жатқан уақытында шыққан.